



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

## Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

## À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>















HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

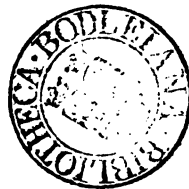
Année MDCCVII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Academie.*

A PARIS,  
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de  
l'Academie Royale des Sciences, rue S. Jacques au Soleil d'or,  
proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCVIII.  
AVEC PRIVILEGE DU ROT.





# TABLE POUR L'HISTOIRE.

---

## PHYSIQUE GENERALE.

<i>Sur la Lumiere des Corps frotés.</i>	Page 1
<i>Sur les Armes à feu différemment chargées.</i>	3
<i>Sur les Pierres &amp; particulièrement sur celles de la Mer.</i>	5
<i>Diverses Observations de Physique generale.</i>	7

---

## ANATOMIE.

<i>Sur ce que devient l'Air qui est entré dans les Pômons.</i>	12
<i>Sur la Glande pisuatoire.</i>	16
<i>Sur la formation de la Voix.</i>	18
<i>Sur une Hydropisie du Peritoine.</i>	20
<i>Sur les Casaractes des yeux.</i>	22
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	25

---

## CHIMIE.

<i>Sur la vitrification de l'Or.</i>	30
<i>Sur une vegetation du Fer.</i>	32
<i>Sur l'Hydromel vineux.</i>	35
<i>Sur les Huiles essentielles des Plantes, &amp; particulièrement sur les différentes couleurs qu'elles prennent par différens mélanges.</i>	37
<i>Sur les différens Vitriols, &amp; particulièrement sur l'Ancre faite avec du Vitriol.</i>	40
<i>Sur la nature du Fer.</i>	43
<i>Observation Chimique.</i>	45

# T A B L E.

---

## BOTANIQUE.

<i>Sur les Champignons.</i>	46
<i>Sur le suc nourricier des Plantes.</i>	50
<i>Diverses Observations Botaniques.</i>	52

---

## GEOMETRIE.

<i>Sur l'hypothèse du Tournement de la Terre, compliquée avec celle de Galilée touchant la Pesanteur des Corps.</i>	55
<i>Sur quelques propriétés des Pendules, &amp; de la Parabole par rapport aux Pendules.</i>	58
<i>Sur les Roulettes.</i>	63
<i>Sur des Quadratures de superficies cylindriques, qui ont des bases Coniques.</i>	67
<i>Sur un Problème de Trigonometrie sphérique.</i>	70

---

## ASTRONOMIE.

<i>Sur la seconde inégalité des Satellites de Jupiter.</i>	77
<i>Sur l'Eclipse de Lune du dix-sept Avril.</i>	81
<i>Sur la dernière conjonction écliptique de Mercure avec le Soleil, &amp; en general sur la Planete de Mercure.</i>	83
<i>Sur les Refractions.</i>	89
<i>Sur les Taches des Satellites de Jupiter.</i>	92
<i>Sur les Forces centrales des Planetes.</i>	97
<i>Sur l'apparition d'une Comete.</i>	103
<i>Sur des Taches du Soleil.</i>	106

---

## GEOGRAPHIE.

<i>Sur une maniere de lever la Carte d'un País.</i>	113
---	-----

---

## ACOUSTIQUE.

<i>Sur les Systèmes tempérés de Musique.</i>	117
--	-----



# T A B L E.

## MECHANIQUE.

<i>Sur le jet des Bombes, ou en general sur la projection des Corps.</i>	120
<i>Sur la résistance des Tuyaux cylindriques pleins d'eau.</i>	126
<i>Sur une Theorie generale des Mouvements, soit uniformes, soit variés à discretion.</i>	131
<i>Sur la résistance des Milieux au Mouvement.</i>	139
<i>Sur les Mines.</i>	152
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie des Sciences pendant l'année 1707.</i>	153
<i>Eloge de M. Regis.</i>	157
<i>Eloge de M. le Maréchal de Vauban.</i>	165
<i>Eloge de M. l'Abbé Gallois.</i>	176
<i>Eloge de M. Dodart.</i>	182



# TABLE

## POUR

### LES MEMOIRES.

<b>O</b> bservations de la quantité de Pluie qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1706, & sur le Thermometre & le Barometre. Par M. DE LA HIRE.	Page 1
Experiences nouvelles sur les Huiles, & sur quelques autres matieres où l'on ne s'étoit point encore avisé de chercher du fer. Par M. LEMERY le fils.	5
Incompatibilité Geometrique de l'hypothese du Tournoyement de la Terre sur son centre, avec celle de Galilée touchant la pesanteur. Par M. VARIGNON.	12
Observation sur un Aneurisme. Par M. LITKE.	17
Considerations sur la seconde inégalité du mouvement des Satellistes de Jupiter, & sur l'hypothese du mouvement successif de la lumiere. Par M. MARALDI.	25
De l'Urine de Vache, de ses effets en Medecine, & de son analyse Chymique. Par M. LEMERY.	33
Eclaircissements touchant la vitrification de l'Or au verre ardent. Par M. HOMBERG.	40
Démonstrations simples & faciles de quelques proprietéz qui regardent les Pepdules, avec quelques nouvelles proprietéz de la Parabole. Par M. CARRE.	49
Observations sur la naissance & sur la culture des Champignons. Par M. TOURNI-FORT.	58
Supplément au Memoire sur la Voix & les Tons. Par M. DODART.	66
Methode generale pour déterminer la nature des Courbes formées par le roulement de toutes sortes de Courbes sur une autre Courbe quelconque. Par M. NICOLE.	81
Examen des Eaux de Vichi & de Bourbon. Par M. BURLET.	97
Des résistances des Tuyaux cylindriques pour des charges d'eau & des diametres donnés. Par M. PARENT.	105
Examen des Eaux de Bourbon. Par M. BURLET.	112
Observations de Saturne, de Mars & d'Aldebaran vers le sens de la	

# T A B L E.

<i>conjonction de Saturne avec Mars , au mois de Septembre 1706 à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i>	120
<i>Observation sur la Glande pituitaire d'un homme. Par M. LITTRE.</i>	125
<i>Theorie des projections ou du jet des Bombes selon l'hypothese de Galilée. Par M. GUISENE.</i>	140
<i>Question Physique. Sçavoir si de ce qu'on peut tirer de l'air de la sueur dans le vuide , il s'ensuit que l'air que nous respirons s'échape avec elle par les pores de la peau. Par M. MERY.</i>	153
<i>Observation de l'Eclipse de Lune faite à l'Observatoire Royal le 17 Avril au matin de l'année 1707. Par MRS CASSINI &amp; MARALDI.</i>	168
<i>Observations de l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707 au matin à l'Observatoire. Par MRS DE LA HIRE.</i>	172
<i>De la dernière conjonction Ecliptique de Mercure avec le Soleil. Par MRS CASSINI &amp; MARALDI.</i>	175
<i>Eclaircissens sur la production artificielle du Fer , &amp; sur la composition des autres Métaux. Par M. GEOFFROY.</i>	176
<i>Machine pour retenir la rouë qui sert à élever le Monton pour battre les pilotis dans la construction des Ponts , des Quais , &amp; autres ouvrages de cette nature. Par M. DE LA HIRE.</i>	188
<i>Observation de l'Eclipse de Mars par la Lune faite à Montpellier &amp; à Marseille. Par M. CASSINI le fils.</i>	193
<i>Des irregularitez de l'abaissement apparent de l'horison de la mer. Par M. CASSINI.</i>	198
<i>Observations de Mercure , comparées au calcul de nos Tables à l'occasion de sa conjonction inferieure avec le Soleil , au mois de May de cette année 1707. Par M. DE LA HIRE le fils.</i>	198
<i>Reflexions sur le passage de Mercure par le disque du Soleil au mois de May 1707. Par M. DE LA HIRE.</i>	200
<i>Methode generale pour former les Systèmes temperés de Musique , &amp; du choix de celui qu'on doit suivre. Par M. SAUVEUR.</i>	203
<i>Des Mouvements variés à volonté , comparés entr'eux &amp; avec les uniformes. Par M. VARIGNON.</i>	222
<i>Observations sur le suc nourricier des Plantes. Par M. RENIAUME.</i>	276
<i>Observations de quelque Tache considerable dans les Satellites de Jupiter. Par M. MARALDI.</i>	289
<i>Observation de la conjonction de Jupiter avec Regulus ou le cœur du Lion au mois de Juin 1707 à l'Observatoire. Par M. DE LA HIRE.</i>	297
<i>Reflexions &amp; Observations diverses sur une vegetation Chimique du Fer , &amp; sur quelques experiences faites à cette occasion avec différentes liqueurs acides &amp; alkalines , &amp; avec differens métaux substitués au Fer. Par M. LEMERY le fils.</i>	299
<i>Quadratures de superficies Cylindriques sur des bases Paraboliques , Elliptiques &amp; Hyperboliques. Par M. DE LA HIRE.</i>	330

# T A B L E.

<i>Observations sur les Araignées.</i> Par M. HOMBERG.	339
<i>Observation du passage de la Planete de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse, faite le mois de Juin de l'année 1707.</i> Par M. MARALDI.	352
<i>Comparaison de diverses Observations de l'Eclipse de Lune du 16 Avril 1707, faites à Rome par M. Bianchini, à Bologne par Mrs Manfredi &amp; Stancari, à Nuremberg par M. Wultzebaur, &amp; à Geneves par M. Gautier.</i> Par M. CASSINI le fils.	355
<i>Reflexions sur les Observations de Mercure.</i> Par M. CASSINI.	359
<i>Recherches sur les Courbes Geometriques &amp; Mechaniques, où l'on propose quelques Regles pour trouver les rayons de leurs développées.</i> Par M. ROLLE.	370
<i>Observation de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707 au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue.</i> Par M. DE LA HIRE.	381
<i>Des Mouvements faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque.</i> Par M. VARIGNON.	382
<i>Des Forces Centripetes &amp; Centrifuges, considérées en general dans toutes les forces de Courbes, &amp; en particulier dans le Cercle.</i> Par M. BO-MIL.	477
<i>Dissertation sur une Rose monstrueuse.</i> Par M. MARCHANT.	488
<i>Question de Chirurgie, sçavoir : Si le Glaucoma &amp; la Cataracte sont deux différentes, ou une seule &amp; même maladie.</i> Par M. MERY.	491
<i>Observation sur une Hydropisie de peritoine.</i> Par M. LITRE.	502
<i>Experiences pour connoître la résistance des bois de Chêne &amp; de Sapin.</i> Par M. PARENT.	512
<i>Observations sur les Huiles essentielles, avec quelques conjectures sur la cause des couleurs des feuilles &amp; des fleurs des Plantes.</i> Par M. GEOFFROY le jeune.	517
<i>Des effets de la Poudre à canon, principalement dans les Mines.</i> Par M. CHEVALIER.	526
<i>Eclaircissement sur la composition des différentes especes de Vitriols naturels, &amp; explication Physique &amp; sensible de la manière dont se forment les Ancres vitrioliques.</i> Par M. LEMERY le fils.	538
<i>Nouvelle construction des Pertuis.</i> Par M. DE LA HIRE.	549
<i>Remarques sur la Cataracte &amp; le Glaucoma.</i> Par M. DE LA HIRE le fils.	553
<i>Observation de l'Eclipse de Lune faite à Zurich par Mrs Scheuchfer, &amp; comparée à la même Eclipse faite à Rome.</i> Par M. MARALDI.	555
<i>Observation d'une Comete.</i> Par MRS CASSINI & MARALDI.	558
<i>Analogies pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.</i> Par M. CLAPIER de la Societé Royale des Sciences de Montpellier.	569

PRIVILEGE DU ROY.

**L**OUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE  
ET DE NAVARRE: A nos amez & feaux Conseillers les  
Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordi-  
naires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs,  
Senechaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il  
appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous  
ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû  
luy donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de  
nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les  
Sciences qui sont l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ou-  
vrages qu'Elle a déjà donnez au public, Elle seroit en état d'en pro-  
duire encore d'autres, s'il Nous plaisoit luy accorder de nouvelles  
Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous luy avons accor-  
dées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont  
été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du  
mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en  
corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes  
les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs tra-  
vaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces  
Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter  
dans tous les lieux de nôtre obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle  
voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois  
que bon luy semblera: *Toutes les Recherches ou Observations jour-  
nalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les  
Assemblées de l'Academie Royale des Sciences; comme aussi les Ou-  
vrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la com-  
posent, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire  
paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé les  
dits Ouvrages aux termes de l'article xxx. dudit Reglement, elle  
les jugera dignes d'être imprimez: & ce pendant le tems de dix  
années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Pre-  
sentes. Faisons très-expresses deffenses à tous Imprimeurs, Librai-  
res, & à toutes fortes de personnes de quelque qualité & condition  
que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, au-  
cun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie;  
comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étran-  
gere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite  
Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contre-  
venans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de son-*



dit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts: à condition que ces Presentes seront enregistrees tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour: Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caractères, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelypeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenue pour dûment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoutée comme à l'original: Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est notre plaisir. DONNÉ à Versailles le neuvième jour de Fevrier, l'an de grace mille sept cens quatre, & de notre Regne le soixante & unième. Par le Roy en son Conseil, **LE COMTE**,

L'Academie Royale des Sciences par délibération du 27. Fevrier 1707. a cédé le présent Privilege à **JEAN BOUDOT** fils son Libraire, pour en jouir conformément au Traité fait par l'Academie avec feu le sieur Boudot son Pere le 13. Juillet 1699, En foy de quoy j'ay signé, à Paris ce 27. Fevrier 1707.

**FONTENELLE**, *Secrétaire de l'Academie Royale des Sciences.*

*Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust dernier. A Paris, ce 13. Fevrier 1704.*

**P. EMBRY**, *Syndic,*

**HISTOIRE**

# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCVII.



### PHYSIQUE GENERALE.

#### *SUR LA LUMIERE*

#### *DES CORPS FROTÉS.*

Le nouveau & ingénieux Phosphore de M. Bernoulli, dont il a été parlé dans les Hist. de 1700 \* & de 1701 \*, ne pouvoit manquer d'exciter la curiosité des Philosophes, & sur tout celle de l'Academie, qui a en quelque sorte un droit particulier sur cette découverte, dûë à l'un de ses Membres. Entre les expériences qui ont été faites sur ce sujet, on est venu à celles de la Lumiere que rendent certains corps frotés dans l'obscurité. M. Bernoulli écrivit qu'il avoit fait depuis 1707.

\* Pag. 54  
& suiv.  
\* p. 1. &  
suiv.

## 2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

long-temps des observations sur ces Phenomenes, mais que jusque-là il avoit negligé d'en rendre compte à la Compagnie. Voici quel en est le résultat.

Comme elles n'ont pas été faites la plupart sur les Corps qui rendent le plus aisément de la lumiere, tels que seroient le dos d'un Chat frotté à contre-poil en hiver, ou du Sucre, ou du Souffre qu'on pile, &c. il y a certaines conditions à observer.

D'abord il faut que des deux Corps que l'on frote l'un contre l'autre, il y en ait au moins un qui soit transparent, afin que l'on puisse voir la lumiere au travers, pendant qu'elle dure, car d'ordinaire elle ne dure pas plus que le frottement.

Il faut que la superficie des deux Corps soit plane, bien polie, & bien nette, afin que le contact soit immediat.

Il faut que les deux Corps soient durs.

Une grande densité sans une grande dureté fait aussi son effet. Ainsi M. Bernoulli a eu de la lumiere en frottant contre une glace de verre du Mercure amalgamé avec l'étain.

L'un des deux Corps doit être le plus mince qu'il se pourra, il en sera plus aisé à échauffer par le frottement, & en rendra plus promptement de la lumiere, & une lumiere plus vive. C'est ce que M. Bernoulli a éprouvé sur de petites plaques de Cuivre de differente épaisseur.

L'Or frotté contre le verre lui a paru le plus propre de tous les metaux à donner de la lumiere. Aucun corps n'en donne une si exquise que le Diamant. Elle n'est pas moins vive que celle d'un Charbon fortement excitée par le soufflé. Il n'importe de quelle épaisseur soit le Diamant.

Delà M. Bernoulli a conclu que M. Boyle, tout habile qu'il étoit dans la Physique experimentale, a regardé comme une espece de prodige ce qui n'en étoit pas un. C'étoit un Diamant qui étant frotté dans l'obscurité jetoit de l'éclat, & auquel il donna le superbe nom d'*Adamas lucidus*. Il n'avoit point de privilege particulier. Il est vrai cependant que son éclat duroit quelques instans

après le frottement, ce qui ne laisseroit pas de fonder en partie l'estime qu'en faisoit M. Boyle.

A l'occasion des Experiences de M. Bernoulli, M. Cassini le fils en fit aussi sur le même sujet.

1°. Un Diamant taillé en table, froté contre une glace de verre, rendit une lumiere semblable à peu près à celle d'un Charbon enflamé, & qui parut plus large que la face du Diamant.

2°. Un Diamant taillé à facettes a rendu une lumiere moins vive.

3°. Un Ecu, & diverses autres plaques d'argent, en ont moins rendu que le Diamant.

4°. Un Double de Cuivre, & un sol en ont un peu rendu.

Tous les differens Corps des Experiences précédentes ont été frotés contre du verre.

5°. Le Diamant en table froté contre une plaque d'argent a fait de la lumiere.

## SUR LES ARMES A FEU

### DIFFEREMMENT CHARGÉES.

**M**onsieur Carré ayant rapporté à l'Academie quelques Experiences qu'un de ses Amis avoit faites sur les Armes à feu chargées de differentes manieres, on voulut les verifier, & M. Cassini le fils s'en chargea.

Il fit une espece de Machine, où il y avoit une piece de bois, armée à une de ses extremités d'une plaque de tau-le assés épaisse, qui devoit recevoir tous les coups d'un même fusil, tiré toujours d'une même distance. Cette piece étoit mobile, & devoit ceder au coup plus ou moins, selon qu'il avoit plus ou moins de force, & en même temps marquer par la construction de la Machine combien elle avoit cédé.

Les Experiences de M. Cassini le fils font voir,

A ij

#### 4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

1°. Que lorsqu'on met de la bourre entre la poudre & la balle, l'effort en est plus grand. La raison en est manifeste, & c'est-là la pratique commune.

2°. Que tout le reste étant égal, les balles de calibre font plus d'effet, apparemment parcequ'elles ne sortent pas si-tôt, & donnent lieu à l'inflammation d'une plus grande quantité de poudre.

3°. Que lorsqu'on bourre la poudre avec violence, l'effort n'est pas plus grand, que lorsqu'on se contente de la presser, qu'au contraire il paroît un peu moindre.

4°. Que la poudre que l'on met par dessus la balle en diminue l'effet, parceque comme la poudre fait son effort en tous sens, celle qui est sur la balle s'oppose en partie au mouvement qui la fait sortir.

5°. Que cependant cette poudre contraire à l'effet de la balle, en augmente le bruit.

6°. Que le feu de la poudre qui est sous la balle communique avec celle qui est dessus, même quoique la balle soit de calibre, & qu'elle soit entre deux bourres. Cela paroît par la grande augmentation du bruit.

7°. Qu'en prenant une balle qui ne soit point de calibre, en mettant peu de poudre dessous, & beaucoup par dessus, on peut tirer avec un tres-grand bruit, & sans aucun effet sensible. Ceux à qui on a vendu des secrets pour être invulnérables ou *durs*, & qui ont eu la précaution d'en vouloir voir des épreuves, ont apparemment été trompés par ce tour de main, dont ils ne se sont pas aperçus.



## SUR LES PIERRES

## ET PARTICULIEREMENT

## SUR CELLES DE LA MER.

UN voyage que M. Saulmon fit sur la Côte de Normandie & de Picardie, dans le Païs où elles confinent, lui valut quelques remarques, & quelques réflexions physiques, qu'il communiqua à l'Academie.

Les Galets sont des Cailloux ordinairement plats & ronds, & toujours fort polis, que la Mer pousse sur ces Côtes-là. Il est aisé de comprendre que leur figure & leur poli leur viennent d'avoir été long-temps batus & agités par les flots, & usés les uns contre les autres. Mais il s'en trouve aussi dans les Terres; M. Saulmon a appris qu'à Caïeux quand on creuse des Caves, il s'écroule du galet en abondance, & qu'à Brutel qui est à une lieue de la Mer, la même chose est arrivée lorsqu'on creusoit un Puits; & de plus il a observé que les Montagnes de Bon-nueil, de Broye & du Quesnoy, qui sont environ à 18 lieues de la Mer, sont toutes couvertes de galet. Il en a vû aussi dans la Vallée de Clermont en Beauvaisis, & a remarqué qu'il n'y en a point sur la cime de la Montagne, qui est fort haute.

Parmi les galets qui sont dans les Terres, il s'en trouve plusieurs qui ont une surface inégale, irrégulière & hérissée de pointes, & de plus cette surface est une es-  
pece d'écorce, différente du reste de leur substance. Il paroît que c'est-là leur état naturel, car une cause étrangere ne peut les avoir revêtus de cette écorce, & au contraire elle peut les en avoir dépouillés, & cette cause fera un frottement long & violent. Il est d'ailleurs extrêmement probable qu'ils soient de la même es-  
pece, que les Cailloux, qui ont une pareille écorce assez épaisse, &

toute de craye. Mais qui aura enlevé cette enveloppe aux galets qui sont dans les Terres?

M. Saulmon n'hésite point à croire que toutes ces Terres auront été autrefois couvertes de la Mer. Nous avons  
 \* p. 9. & déjà proposé cette pensée dans l'Hist. de 1706 \*, avec  
 suiv. quelques-unes des preuves qui la peuvent appuyer. Mais M. Saulmon pour la rendre encore plus vrai-semblable, du moins à l'égard du País où il a fait ses observations, voulut montrer par la disposition des lieux, que quand la Mer les couvroit, les Courans qui se formoient entre les Montagnes, & les tournoyemens d'eau, devoient jeter les plus grands ou les plus petits galets dans les endroits où il les a effectivement trouvés; car il faut remarquer que le plus souvent les grands & les petits ne sont pas mêlés ensemble, mais distribués les uns d'un côté, les autres d'un autre. Il est visible que selon l'idée de M. Saulmon cette Montagne, dont la cime n'avoit point de galet, se fera élevée par sa pointe au-dessus de la Mer, & par conséquent n'aura pu recevoir dans toute cette partie les pierres que les flots rouloient; mais de déterminer par les loix du mouvement des Corps qui circulent dans un fluide & avec lui, la différente distribution qui a dû se faire du galet en differens lieux, ce seroit & une Topographie si particuliere, & une Physique si délicate, que nous ne croïons pas y devoir entrer. Nous ferons seulement deux observations après M. Saulmon.

1°. Un trou de 16 pieds de profondeur percé directement & horizontalement dans la Falaise du Tresport, qui est toute de Moëlon, a disparu en 30 ans, c'est à dire, que la Mer a miné dans la Falaise cette épaisseur de 16 pieds. En supposant qu'elle avance toujours également, elle mineroit 1000 toises ou une petite demi-lieuë de Moëlon en 12000 ans. Il est constant par les Histoires qu'en une infinité d'endroits la Mer s'est avancée ou retirée, & qu'en general elle a un mouvement, mais fort lent, pour changer ses premieres bornes.

2°. Non-seulement les Cailloux ont tous une écorce de

craye, mais on pourroit croire que leur substance noire & dure, qui est proprement le caillou, n'auroit été que de la craye, qui s'est peu à peu endurcie, & a changé de couleur. M. Saulmon a fait voir des Cailloux de differens âges, dont quelques-uns avoient encore à leur centre une quantité plus ou moins grande de craye toute molle, d'autres avoient des veines de craye qui se répandoient dans leur substance noire, & en auroient pris apparemment avec le temps la noirceur & la dureté. Il conjecture même que les Cailloux trop *vieux* se pourrissent, & que ce sont ceux-là dont on trouve que la substance noire est devenue rougeâtre, moins liée, & comme rouillée. Tout cela s'accommoderoit assés avec le Systême rapporté dans l'Hist. de 1702\*, que les Pierres viennent de semence. Une opinion si hardie ne peut, si elle est vraie, se verifler que fort lentement.

\* p. 30. & suiv.

## DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

### I.

UN Musicien illustre, grand Compositeur, fut attaqué d'une fièvre, qui ayant toujours augmenté devint continuë avec des redoublemens, enfin le septième jour il tomba dans un délire tres-violent, & presque sans aucun intervalle, accompagné de cris, de larmes, de terreurs, & d'une insomnie perpetuelle. Le troisième jour de son délire, un de ces instincts naturels que l'on dit qui font chercher aux Animaux malades les Herbes qui leur sont propres, lui fit demander à entendre un petit concert dans sa Chambre; son Medecin n'y consentit qu'avec beaucoup de peine. On lui chanta les Cantates de M. Bernier. Dès les premiers accords qu'il entendit, son visage prit un air serein, ses yeux furent tranquilles, les convulsions cessèrent absolument, il versa des



## 8 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

larmes de plaisir , & eut alors pour la Musique une sensibilité qu'il n'avoit jamais eue , & qu'il n'a plus étant guéri. Il fut sans fièvre durant tout le Concert , & dès que l'on eut fini , il retomba dans son premier état. On ne manqua pas de continuer l'usage d'un remede , dont le succès avoit été si imprévu & si heureux , la fièvre & le délire étoient toujours suspendus pendant les Concerts , & la Musique étoit devenuë si nécessaire au Malade , que la nuit il faisoit chanter , & même danser une Parente qui le veilloit quelquefois , & qui étant fort affligée , avoit bien de la peine à avoir pour lui ces sortes de complaisances. Une nuit entre autres qu'il n'avoit auprès de lui que sa Garde qui ne sçavoit qu'un misérable Vaudeville , il fut obligé de s'en contenter , & en ressentit quelque effet. Enfin 10 jours de Musique le guerirent entierement , sans autre secours que celui d'une saignée du pied , qui fut la seconde qu'on lui fit , & qui fut suivie d'une grande évacuation. M. Dodart rapporta cette Histoire qu'il avoit bien verifiée ; il ne prétendoit pas qu'elle pût servir d'exemple , ni de regle , mais il est assés curieux de voir comment dans un Homme , dont la Musique étoit , pour ainsi dire , devenuë l'Ame par une longue & continuelle habitude , des Concerts avoient rendu peu à peu aux Esprits leur cours naturel. Il n'y a pas d'apparence qu'un Peintre pût être guéri de même par des Tableaux , la Peinture n'a pas le même pouvoir que la Musique sur le mouvement des Esprits , & nul autre Art ne la doit égaler sur ce point.

### II.

Un Philosophe , ami de M. Carré , & dont nous avons déjà parlé plusieurs fois dans les Histoires précédentes , croyoit sur quelques Experiences qu'il avoit faites , que les Animaux qui se voient dans l'eau avec le Microscope , n'y multiplioient point , & qu'ils venoient de petites Mouches invisibles , qui déposoient leurs œufs dans l'air. En effet , comme ces Animaux sont des especes de petits Vers , il seroit assés naturel qu'ainsi que beaucoup d'autres

tres Vers, ils vinssent de quelque espece aîlée. Mais l'Observateur s'est desabusé de cette opinion. Il a fait bouillir de l'eau & du fumier mêlés ensemble, & en a rempli deux fioles égales, qu'il a laissé refroidir jusqu'à ce qu'elles fussent tieides. Il a mis dans une de ces fioles deux petites gouttes d'eau, qu'il avoit prises dans un Vase, dont l'eau étoit remplie d'Animaux, & 8 jours après il a trouvé cette fiole remplie d'une quantité innombrable d'Animaux de la même espece que ceux des deux gouttes d'eau. Pour l'autre fiole, il n'y apperçût rien, quoique le fumier eût pu apparemment produire quelques Animaux. Toutes les deux avoient été tres-exactement bouchées. Voilà donc la multiplication des petits Animaux de l'eau assés bien établie, mais elle l'est encore mieux s'il est bien vrai que ce Philosophes les ait vûs s'accoupler, il l'est du moins qu'il les a vûs s'unir deux à deux. On pourroit croire que c'est pour se battre, mais ne se battroient-ils jamais que deux à deux ?

## III.

M. Lewenhoëck dit qu'il n'a pu observer la circulation du sang dans les Insectes, & cela l'a réduit à imaginer une autre maniere dont il croit que leur vie s'entretient. Mais le Philosophes dont nous venons de parler, tres-exercé dans l'usage du Microscope, prétend avoir vû distinctement la circulation dans la jambe d'une Araignée.

## IV.

M. Homberg a dit qu'un jeune Homme qu'il connoît, qui se porte fort bien, rend tous les jours par les selles depuis 4 ou 5 ans une grande quantité de Vers, longs de 5 ou 6 lignes, quoiqu'il ne mange ni fruit ni salade, & qu'il ait fait tous les remèdes connus. Il a rendu une fois ou deux plus d'une aune & demie d'un Ver plat, divisé par nœuds, qu'on appelle *le Solitaire*. On voit par-là combien il doit y avoir d'œufs d'Insectes dans tous les Alimens, qu'on soupçonneroit le moins d'en contenir, & qu'il ne faut qu'un Estomac, & pour ainsi dire, un four propre à les faire éclore.

## V.

L'*Iguana* est une espece de Lezard qui se trouve dans toute l'Amerique, & qui est décrit dans le Livre de Pison; *De utriusque Indiae re naturali & medica*. Il est amphibie, & a deux Ventricules dont l'un renferme souvent une Pierre blanche en dehors, & dont le dedans est de la couleur à peu près des Bezoars de l'Amerique. Elle a la vertu de chasser la pierre des Reins, & la gravelle, & de guerir les suppressions d'urine. On la donne en poudre tres-fine, avec une égale quantité de poudre de coquille de Noisette, le tout au poids d'une dragme, dans de l'eau de fleur d'Orange, pourvu qu'il n'y ait point de fièvre, ni de soupçon d'inflammation dans les Uretères, ou dans la Vessie, auquel cas il faudroit la donner dans du vin blanc, mêlé avec de l'eau ou de Persil, ou de Parietaire, ou de quelque autre Diuretique. Elle fait son effet quelquefois dans une heure, & au plus tard dans trois. Un Medecin Espagnol de Caracas ayant écrit sur ce sujet à M. de Pas Medecin de la Faculté de Montpellier, qui est avec M. des Landes Directeur de la Compagnie de l'Assiente en Amerique, & lui ayant rapporté plusieurs experiences qu'il a faites de la pierre de l'*Iguana*, on a eu dans l'Academie cette Lettre du Medecin Espagnol à M. de Pas.

## V I.

M. Homberg a dit que les Européennes qui vont à Batavia n'y peuvent nourrir leurs Enfans, parceque leur lait est si salé qu'ils n'en veulent point; au lieu que celui des Negresses, quoiqu'elles usent des mêmes alimens, est doux & sucré à l'ordinaire, & ce sont elles qui nourrissent les Enfans des Hollandois & des Anglois. Lui-même, qui est né à Batavia, y a été nourri par une Noire. Il croit qu'apparemment quand les Européennes sont transportées dans un climat si chaud, pour lequel elles ne sont pas faites, les vaisseaux destinés en elles à filtrer le lait se dilatent trop, & laissent passer des sels qui ne devroient pas entrer dans la composition de cette liqueur; mais que

les femmes des Païs chauds sont par la premiere formation telles qu'elles doivent être pour la generation d'un lait bien conditionné, c'est à dire, ou que les vaisseaux qui le filtrent sont naturellement plus étroits, & ne se dilatent point ensuite plus qu'il ne faut, ou qu'ils sont d'un tissu plus ferme, & moins capable de dilatation, ou enfin quelque chose d'équivalent.

## VII.

M. Leibnits a écrit de Berlin à M. l'Abbé Bignon que le 6 Mars entre sept & dix heures du soir on avoit vu dans cette Ville, & dans les Païs voisins une lumiere Boreale, qui avoit quelque rapport à celle dont parle M. Gassendi dans la Vie de M. Peiresc. C'étoient deux arcs lumineux, dont l'un étoit plus élevé que l'autre, tous deux directement vers le Nord, leurs concavités tournées en embas, leurs cordes paralleles à l'horizon. Le supérieur étoit interrompu; des rayons de lumiere naisans & qui s'évanoüissoient alloient de l'un vers l'autre.

## VIII.

M. de la Lanne Consul en Candie a écrit au Consul de Tunis qu'à 2 milles de l'Isle de Santerini qui est à 70 milles de Candie, on s'est apperçu d'une nouvelle Isle, qui n'a paru d'abord que comme un petit Bâtiment, & qui grossissant chaque jour est devenuë aussi grande qu'un Vaisseau de haut bord. Elle est entourée de diverses autres petites Isles, & il en sort continuellement de grandes flâmes. Cette nouveauté est d'autant plus surprenante, qu'en cet endroit l'eau a plus de 60 brâsses de profondeur, & qu'il faut que les feux souterrains aient une étrange force pour pouvoir lancer si haut au travers de la Mer une si grande masse de rochers. Comme en certains endroits de l'Isle de Santerini, & de quelques autres Isles de l'Archipel, le terrain est tout de Pierre-ponce, il y a bien de l'apparence que ces nouvelles Isles sont formées de ces pierres legeres. M. de Chastueil Gallaup, Gentilhomme Provençal, de beaucoup d'érudition & de merite, m'a fait l'honneur de me communiquer ce

fait, qu'il avoit appris par une Lettre de Tunis, & la même Lettre assuroit en même temps qu'il étoit confirmé par le Patron & les Matelots d'une Barque nouvellement arrivée de Levant à Soufe au Royaume de Tunis, tous témoins oculaires de ce que M. de la Lanne avoit écrit.

- V. les M.  
P. 1. **N**ous renvoyons aux Memoires:  
Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'Année 1706, sur la quantité d'Eau de pluie, sur les Vents, &c.
- V. les M.  
P. 332. Et les Observations de M. Homberg sur les Araignées.



## ANATOMIE.

### *SUR CE QUE DEVIENT L'AIR QUI EST ENTRE DANS LES POUMONS.*

- V. les M.  
P. 153. **I**L semble que tout devienne difficile en approfondissant, & qu'il ne faille qu'examiner une matiere avec plus de soin, & dans toutes ses dépendances, pour ne se plus contenter sur les explications. On a vû dans l'Hist. de 1700 \* que M. Mery ne croit point que l'Air reçu dans le corps par la respiration, & ensuite mêlé avec le sang, s'échape par les pores de la peau avec les sueurs, ou avec toute cette grande quantité de matiere qui transpire sans cesse. Sa plus forte raison est que les Animaux mis dans le Vuide s'enflent par la dilatation de l'air contenu dans leur corps, & que cet air ne sort point au travers de leur peau, à moins qu'il ne vienne à la crever. Cela paroît assez décisif. Cependant un Philosophe lui a fait une ob-
- \* p. 25. & suiv.

jection considerable. Que l'on mette dans le Vuide de la sueur ramassée en un petit vase, on en voit sortir de l'air, ainsi que de toutes les autres liqueurs, la sueur en contient donc, & par conséquent il peut & même il doit sortir avec elle par les pores de la peau des Animaux.

Pour répondre à cette difficulté, M. Mery distingue deux sortes d'air contenu dans le corps des Animaux, ou plutôt deux différentes voies par où il y est entré. Il y a de l'air *intimement mêlé* dans tous les alimens soit solides, soit liquides que les Animaux prennent, ils reçoivent d'ailleurs continuellement de l'air *en masse* par la respiration. Le sang qui se forme des alimens est tout chargé de l'air qu'ils renfermoient, & M. Mery conçoit que comme ils en avoient pris autant qu'ils en pouvoient prendre, le sang est dans la même disposition, & semblable à de l'eau qui a dissous tout ce qu'elle peut dissoudre de sel. Mais ainsi que cette eau peut recevoir encore du sel en masse qu'elle ne dissoudra point, le sang reçoit par la respiration de l'air qui ne se confond point avec lui, qui demeure en masse, & qui ne sert qu'à hâter son mouvement de circulation. L'air qui sort de la sueur mise dans le vuide, est celui qui étoit intimement mêlé avec elle, & qui l'est de même avec toutes les autres liqueurs du corps; mais l'air reçu par la respiration, étant toujours demeuré en masse, ne sort qu'en masse, & par conséquent ne peut tenir pour sortir du corps qu'une route pareille à celle par laquelle il y a pénétré, c'est à dire que comme il a passé des Vesicules du Poumon dans les extrémités des Veines capillaires du Poumon, & delà a été porté avec le sang jusqu'aux extrémités de toutes les Arteres capillaires du corps, il doit de ces extrémités entrer dans celles des Veines capillaires avec le sang, & enfin le suivre jusqu'aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon, d'où il repassera seul dans les Vesicules du Poumon, & delà dans la Trachée, par où il étoit entré d'abord.

On peut faire plusieurs reflexions, & assez bien fondées, qui favoriseront le Système de M. Mery.

1°. On ne sçauroit guere imaginer que l'air que respirent les Animaux ait aucune autre fonction qui le rende d'une necessité si absoluë, que celle d'aider à la circulation du sang. Or pour y aider, il paroît qu'il doit être en masse. On voit tous les jours que de l'air en masse contenu entre les parties d'une eau qui doit faire un Jet, la fait jaillir plus haut qu'elle n'eût fait naturellement, & il est certain que l'air intimement mêlé avec elle, celui qu'elle rendroit dans le Vuide, si elle y étoit mise, ne produit jamais cet effet. Il n'a aucun autre mouvement que celui de l'eau, dans laquelle il est confondu, & il ne lui donne en aucune occasion une impulsion nouvelle. Cela n'appartient qu'à l'air qui s'en tient toujours séparé, & qui fait effort pour s'en débarrasser entièrement. Ce que nous disons ici de l'eau s'applique de soi-même au sang.

2°. Si l'air en masse est nécessaire au sang pour la circulation, il l'est encore plus au sang des Veines, qu'à celui des Arteres. Car, comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1700, *les veines n'ont presque pas de ressort en comparaison des arteres, & elles contiennent presque la moitié plus de sang, & par consequent elles ont plus de besoin d'une force étrangere qui leur aide à le pousser.* L'air arrivé avec le sang aux extrémités des arteres doit donc passer dans celles des veines, & par consequent il ne s'échape pas par les pores de la peau.

3°. Si l'air qui a été respiré entre dans les veines, il ne peut plus sortir du corps de l'Animal, comme il est certain qu'il en sort, que par le chemin que M. Mery lui fait tenir.

4°. Puisque l'experience nous apprend certainement qu'il sort par l'*expiration* autant d'air qu'il en étoit entré par l'*inspiration*, il est impossible qu'il en sorte la moindre partie par les pores de la peau.

5°. Comme l'air reçu dans le sang par la respiration fait un effort continuel pour se dégager d'avec lui, & par-là contribue à son mouvement, il ne doit se dégager que quand il trouve des passages où le sang ne peut le sui-

vre. Or il n'en trouve de cette espece, que quand il est parvenu en circulant aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon. Là se presentent les Vesicules du Poumon, tellement disposées qu'elles admettent l'air & non le sang, & cet effet de leur disposition est incontestable, puisqu'elles sont toujours pleines d'air, & que les Arteres capillaires qui y aboutissent en nombre presque infini, n'y versent point le sang qu'elles contiennent, du moins tant que le Poumon est sain.

M. Mery appuie son Systême par trois Experiences. Si l'on seringue de l'eau & du lait par le tronc de la Veine-Cave dans le Ventricule droit du Cœur, la liqueur qui de ce Ventricule se répand dans le Poumon par l'Artere Pulmonaire, passe des Arteres capillaires dans les Veines sans entrer dans les Vesicules, & par consequent l'air mêlé intimement avec elle fait le même chemin, ce qui prouve assés que ce n'est point l'air intimement mêlé dans le sang, qui étant arrivé aux extrémités des Arteres capillaires du Poumon, se dégage pour entrer dans les Vesicules, & sortir par la Trachée. De plus, si l'on souffle de l'air par la Trachée dans les Vesicules, il entre delà dans les Veines, & non dans les Arteres, car il passe entierement dans le Ventricule gauche du Cœur, marque assés sensible que les Arteres qui ne lui permettent point l'entrée, lorsqu'il est en masse, sont destinées pour la sortie, puisqu'enfin il faut qu'il ressorte, & en même quantité qu'il étoit entré. Enfin si l'on ouvre le ventre d'un Chien vivant, & qu'on pique la Veine-Cave au-dessus des Arteres Emulgentes, on voit qu'à mesure qu'elle se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui va se rendre dans le Ventricule droit du Cœur. Elle ne peut avoir reçu cet air que des mêmes Veines capillaires dont elle a reçu le sang qu'elle contenoit, & par consequent l'air tient la route marquée par M. Mery.

Tout son Systême suppose une grande difference entre l'air contenu en masse dans une liqueur, & celui qui est intimement mêlé avec elle. Il conçoit que l'air intime-



ment mêlé est revêtu de la figure propre aux petites parties de la liqueur, & n'a plus, tant qu'il est en cet état, aucune propriété qui lui soit particulière. Cette idée pourroit demander encore quelques éclaircissémens, mais elle est déjà suffisamment établie par d'autres Systèmes, où elle paroît nécessaire, & si l'on vouloit suivre toutes les difficultés jusqu'au bout, chaque petit Système particulier conduiroit aux difficultés générales de la Physique.

---

## S U R L A G L A N D E

### P I T U I T A I R E.

V. les M.  
p. 115.

**L**E Corps humain considéré par rapport à une infinité de différens mouvemens volontaires qu'il peut executer, est un assemblage prodigieux de Leviers tirés par des Cordes. Si on le regarde par rapport au mouvement des liqueurs qu'il contient, c'est un autre assemblage d'une infinité de Tuyaux, & de Machines Hydrauliques. Enfin si on l'examine par rapport à la generation de ces mêmes liqueurs, c'est encore un assemblage infini d'Instrumens, ou de Vaisseaux Chimiques, de Filtres, d'Alembics, de Recipients, de Serpentinaux, &c. le tout ensemble est un composé que nous sommes à peine capables d'admirer, & dont la plus grande partie échappe à notre admiration même.

Le plus grand appareil de Chimie qui soit dans tout le Corps humain, le plus merveilleux Laboratoire est dans le Cerveau. C'est-là que se tire du sang ce précieux Extrait, qu'on appelle les Esprits, uniques moteurs matériels de toute la Machine du Corps. Toute la Mécanique du Cerveau, étant qu'elle nous est connue, a deux intentions; l'une, de séparer les Esprits du sang qui est monté à la tête; l'autre, de renvoyer vers le Cœur ce sang dépouillé d'Esprits. La première intention s'accomplit

plit par une infinité de filtres d'une finesse & d'une délicatesse presque inconcevables ; la seconde, qui étoit d'autant plus difficile à exécuter, que le sang qui a perdu ses parties volatiles & est devenu moins fluide, a plus de peine à repasser dans des veines fort délicées, s'exécute par une Lymphé subtile que des Glandes lui fournissent, par de l'air contenu dans les *Ventricules* & qui va se mêler avec lui, par une disposition de Vaisseaux telle qu'il reçoit à propos & l'air & la lymphé dont il a besoin.

Entre les parties destinées à ce second usage, l'*Entonnoir* & la *Glande Pituitaire* sont deux des plus importantes. Nous en avons déjà parlé dans l'Hist. de 1705 \*. L'Entonnoir ainsi nommé à cause de sa figure, reçoit une Lymphé filtrée par les Glandes des *Plexus Choroïdes*, membranes glanduleuses, & tres-fines, & la Glande Pituitaire ayant une cavité qui communique avec l'Entonnoir, y reçoit la Lymphé que l'Entonnoir lui envoie, & tire de là son nom de Pituitaire. Elle fait aussi des filtrations par elle-même, & separe du sang une liqueur blanche fort subtile, & apparemment fort spiritueuse. Nous n'entrons pas dans la description exacte & fort circonstanciée que M. Littre fait de cette Glande. Nous remarquerons seulement une particularité singulière de sa situation. Un *Sinus* qui la touche, c'est à dire un de ces *Reservoirs* où se rassemble le sang de différentes Veines, qui doit retourner au Cœur, est ouvert précisément à l'endroit où il la touche, de sorte qu'elle trempe en partie dans le sang. M. Littre juge que c'est-là une espece de Bain-marie, qui entretient dans la Glande une chaleur nécessaire pour ses fonctions.

La Glande Pituitaire se trouve dans tous les Quadrupedes, dans les Poissons, & dans les Oiseaux, aussi bien que dans l'Homme, & c'est déjà là un grand préjugé pour la nécessité de son usage ; mais on en sera encore mieux instruit par une Observation de M. Littre, où l'on verra une grande & longue maladie, & enfin la mort causée originairement par l'obstruction & l'inflamma-

18 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
tion de la Glande pituitaire, qui est cependant fort pe-  
tite.

---

## SUR LA FORMATION DE LA VOIX.

v. les M.  
p. 66,

**O**N a dit autrefois que pour certains Ouvrages d'Es-  
prit, il falloit un petit sujet que l'invention de l'Au-  
teur étendît ; il semble que cela pourroit s'appliquer à  
tout ce qu'a donné M. Dodart sur la formation de la  
Voix dans les Memoires de 1700, & de 1706, & à ce qu'il  
donne encore ici ; car quoiqu'en ces matieres il ne s'agisse  
pas de faire jouer l'imagination, & de mettre dans les  
choses ce qui n'y étoit pas, c'est pourtant une espece d'in-  
vention, & plus ingenieuse peut-être que les inventions  
Poëtiques, que de trouver dans un aussi petit sujet que  
la formation de la Voix autant de choses différentes, qui  
lui appartiennent toutes, & qu'il étoit fort aisé de n'y pas  
appercevoir.

\* v. l'Hist.  
de 1700 p.  
17. & suiv.  
& l'Hist. de  
1706. p. 15.  
& suiv.

M. Dodart avoit établi \* que ce qui forme la Voix  
c'est que la Glotte diminue son ouverture, & bande ses  
lèvres de sorte que l'air lancé avec plus de vitesse par cer-  
te ouverture rétrecie les fait fremir en passant, & leur  
cause des vibrations, & que ce qui forme les tons ce sont  
les differens degres d'ouverture de la Glotte. Mais quel-  
ques preuves qu'il en ait apportées, les yeux sont encore  
plus sûrs que le raisonnement, ou du moins il est toujours  
agréable qu'ils viennent l'appuier. M. Dodart indique  
dans l'Homme une autre Glotte visible, qui cependant  
est presque inconnue, & qui agit de la même maniere  
que la vraie. C'est l'ouverture des Lèvres, telle qu'elle  
est quand on veut siffler. Il est certain que certé ouvertu-  
re naturellement assez grande pour le simple souffle, est  
considerablement rétrecie quand on siffle, & quelle l'est  
d'autant plus que les tons sont plus hauts.

Cette Glotte que M. Dodart appelle *labiale* a cela de particulier par rapport à la *gutturale* ou *vocale* qu'elle n'a aucun canal, aucun corps d'instrument, qu'on puisse jamais soupçonner de modifier le son, ni aucunes cavités qui puissent y contribuer par le resonnement, comme celles de la bouche & du nés contribuent à la voix. Le son dans le sifflement n'est donc formé que par les seules vibrations des parties des lèvres, alors extrêmement froncées, & agitées par le passage précipité de l'air, qui les fait fremir. Il est vrai, selon que M. Dodart l'observe, que la pointe de la langue prend quelquefois part à la formation des tons; car quand ils se suivent de fort près, la Glotte labiale n'étant pas assez délicate, ni assez flexible pour prendre si promptement les differens diametres nécessaires, la pointe de la langue vient se présenter en dedans à cette ouverture, & par un mouvement tres-prêste la rétrécit autant qu'il faut, ou la laisse libre un instant pour revenir aussi-tôt la rétrécir encore.

M. Dodart a remarqué que ce mouvement de la langue, qui d'ordinaire ne sert qu'à rendre plus parfaite l'action de siffler un Air, suffit seul, mais plus rarement, & dans peu de personnes, pour cette même action. Ceux qui la savent executer ne remuent aucunement les lèvres, ils ne font qu'appliquer contre le palais les deux côtés de la pointe de la langue, de sorte qu'ils laissent entre cette pointe & le palais une ouverture, par où l'air passe avec vitesse, & qui en se rétrécissant plus ou moins donne les differens tons. Dans les occasions où la Glotte labiale a besoin du secours de la langue, cette troisième Glotte, qu'on peut appeller *linguale* est assez defectueuse, faute d'une seconde langue.

Nous ne suivrons point M. Dodart dans une explication plus délicate, & moins nécessaire au sujet principal, de la maniere dont quelques-uns sifflent sans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine, comme tous les autres Joueurs d'Instrumens à vent. Il nous suffit que les exemples sensibles de deux Glottes nouvelles poussent

jusqu'à la démonstration tout ce qu'il avoit avancé sur la véritable Glotte.

\* p. 23.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 \* qu'aucun Instrument de Musique artificiel ne ressemble à la Glotte, il y faut ajouter presentement les deux Glottes nouvelles, & nous avons apporté la raison qui rend ces Instrumens de Musique naturels inimitables à l'Art. Mais quelque differens qu'ils soient les uns & les autres, ils roulent sur le même principe, c'est toujours de l'air qui par la vitesse de ses ondulations ou vibrations comprise entre certains termes devient son, son modifié ou ton par le nombre plus ou moins grand de ces vibrations faites en même temps, ton plus fort ou plus foible selon qu'il est mû en plus grande ou en moindre quantité. L'Art n'a pû parvenir à cet effet que par les différentes dimensions des Instrumens, la Nature y parvient par les differens diametres d'une même ouverture, & ces diametres ne sont eux-mêmes que différentes dimensions, mais autrement appliquées. Les Loix generales sont necessaires, la Nature elle-même paroît s'y être soumise, mais elle peut employer des matieres qui ne sont pas en nôtre disposition, & elle sçait s'en servir d'une maniere qu'il ne nous est tout au plus permis que de connoître.

## S U R U N E H Y D R O P I S I E D U P E R I T O I N E.

v. les M.  
p. 502.

**L**A Machine du Corps humain est si prodigieusement composée, qu'outre les accidens ordinaires qui la détruisent, elle doit être sujette à une infinité d'autres plus rares, & qui trouvent l'Art sans experience.

Le Peritoine est une Membrane qui envelope tous les Visceres du Ventre, & c'est dans la grande cavité qu'elle renferme que se ramassent les eaux des Hydropsies communes. Mais que cette Membrane se divise selon son

épaisseur, & par-là devienne un sac particulier, propre à contenir des eaux épanchées, assurément ce doit être une espece d'Hydropisie extraordinaire, & qu'il seroit pardonnable à la Medecine, ou de ne pas connoître, ou de ne pas soupçonner facilement. Ce cas si singulier peut arriver par l'obstruction & par le gonflement de quelques-unes des Glandes contenuës dans l'épaisseur du Peritoine. Ces Glandes gonflées écartent, autant qu'il leur est nécessaire, les deux plans contigus de fibres qui forment la superficie extérieure & l'intérieure de la membrane, & par la separation de ces plans d'autres Glandes, contenuës dans la même épaisseur, sont déchirées, de sorte que leur partie destinée à la filtration demeure attachée à un plan, & leur conduit excrétoire destiné à jeter la liqueur filtrée hors de l'épaisseur du Peritoine, demeure attaché à l'autre. Cependant la partie destinée à filtrer fait toujours sa fonction, mais la liqueur qui en sort ne peut plus tomber que dans l'épaisseur du Peritoine, & plus il s'en amasse, plus elle continuë de separer les deux plans qui avoient déjà commencé à se détacher.

Il est aisé de juger que cette espece d'Hydropisie doit être fort lente dans ses commencemens, que pendant un temps fort considerable elle ne doit causer aucune alteration à la santé, mais seulement être incommode par l'augmentation du volume & du poids du ventre, & que les douleurs ne commenceront que quand la liqueur épanchée dans l'épaisseur du Peritoine se fera aigrie & corrompue par un long séjour, & que ses souffres salins exaltés picoteront les fibres de la Membrane.

Ce sont-là les principaux points d'un Systême que M. Littre s'est fait sur cette maladie, à l'occasion d'une Dame qui en mourut au bout de 4 ans. Il rend la justice à un de ses Confreres d'apprendre au Public qu'il l'avoit devinée, toute rare qu'elle est. Il en fait l'histoire, donne les marques qui la doivent accompagner, & auxquelles on la reconnoitra, & enfin proposé les moïens de la

guerir. Il faut aller chercher toutes ces instructions dans leur source.

## SUR LES CATARACTES

### DES YEUX.

V. les M.  
P 493. &  
553.  
\* p. 12. &  
suiv.

L'Histoire de 1706 \* a exposé le sentiment d'un petit nombre de Modernes sur les Cataractes, qu'ils confondent avec le Glaucoma, contre l'opinion ancienne & generale. Cette question qui avoit déjà été traitée dans l'Academie, s'y renouvela cette année, à l'occasion d'un Livre intitulé, *Traité des Maladies des yeux*. L'Auteur est M. Antoine Chirurgien de Méry sur Seine, habile Anatomiste, &, ce qui pourroit donner du poids à la nouvelle hypothèse des Cataractes, un de ses plus ardens Défenseurs.

Quand on agitoit cette matiere dans l'Academie, on objectoit contre la nouvelle hypothèse, que si lorsqu'on abat une Cataracte c'étoit le Cristallin qu'on abatît, ceux à qui on auroit fait l'operation ne verroient pas; car le moïen de s'imaginer que les refractions necessaires à la vision se fassent sans le Cristallin? Quelques-uns répondoient, non pour soutenir cette opinion, mais pour ne laisser rien passer legerement, que le Cristallin étant abatu, l'humeur Aqueuse, & la Vitrée devoient couler dans la place vuide qu'il laissoit, & y prendre la figure de ce moule, & qu'il étoit possible qu'elles fissent à l'égard des refractions l'office du Cristallin, quoique moins parfaitement. M. Antoine rapporte dans son Livre qu'une femme à qui il avoit abatu le Cristallin de chaque œil, devenu Glaucomatique, & qui voyoit après cette operation, étant morte, il trouva les deux Cristallins effectivement abatus, & placés en dessous entre l'humeur Vitree, & l'Uvée, où il les avoit rangés avec l'Aiguille, ce qui prouve & qu'il avoit fait ce qu'il avoit prétendu faire, & que l'on voit sans Cristallin.

La sincérité de M. Antoine ne fut point mise en doute, mais le fait paroissoit toujours surprenant. Il n'étoit pas impossible que l'humeur Aqueuse & la Vitree se mêlassent ensemble, mais leur différente nature devoit causer dans chaque petite goutte de l'une & de l'autre différentes refractions, & par conséquent une si grande irrégularité dans le total des refractions, qu'il ne se pouvoit former aucune peinture sur la Retine. On supposoit que comme ces deux Humeurs sont d'une différente consistance, elles font des refractions différentes, & c'est un point qui passe pour constant, mais on s'apperçoit tous les jours que trop de choses passent pour constantes. M. de la Hire le fils examina ce fait, il prit l'œil d'un Bœuf, & trouva que l'humeur Aqueuse & la Vitree ne faisoient que les mêmes refractions.

Cette difficulté qui empêchoit de croire qu'il fût possible de voir sans Cristallin, étant levée, le fait de M. Antoine fut justifié, pourvû cependant que la femme dont il parle ne vît pas bien distinctement les objets; mais de ce qu'il est possible de voir sans Cristallin, il ne s'ensuit pas qu'on l'abatte toujours quand on croit abattre une Cataracte, & il n'y a pas moyen de le croire après un fait que M. Littre fit voir à la Compagnie.

C'étoit l'œil d'un Homme de 22 ans, où il y avoit une Cataracte ou pellicule qui fermoit entierement l'ouverture de la prunelle, formée par la membrane Iris. Cette pellicule étoit mince, un peu opaque, & attachée à toute la circonférence intérieure de l'Iris, à un tiers de ligne du bord de la prunelle, & à une ligne & demie du Cristallin, qui étoit dans son état naturel. Voilà donc une vraie Cataracte, entierement différente d'un Glaucoma, telle en un mot qu'on a toujours crû qu'elles étoient.

Ce n'est pas cependant que l'on eût dû entreprendre de l'abattre, comme l'on fait d'ordinaire, on auroit ruiné l'Iris, à laquelle elle étoit attachée, ce qui auroit causé de grandes douleurs, & une plus grande difformité



que la Cataracte. C'est une remarque que fait M. Mery par rapport à la pratique.

Il en a fait encore d'autres sur ce même sujet, & même un commencement de découverte Anatomique. Il a vû tirer à un Homme un Cristallin entierement glaucomatique & tout plâtreux, qui n'étant plus arrêté dans sa place, passoit & repassoit par le trou de la prunelle, quelquefois venoit se mettre au devant de l'Iris, & alors caufoit des douleurs insupportables au Malade, & quelquefois s'en retournoit derriere l'Iris. Un habile Chirurgien fit à la Cornée une incision qui la traversoit presque entierement, & tira par-là ce Cristallin. Toute l'humeur Aqueuse s'écoula par l'incision, mais cette playe fut guerie fort aisément & en peu de temps, il y resta une petite cicatrice, & l'humeur Aqueuse se renouvela. M. Mery a vû dans une femme morte un autre Cristallin glaucomatique, mais si adherents à l'Iris, qu'il n'auroit pas fallu songer à le tirer. Le signe que donne M. Mery pour reconnoître si un Cristallin glaucomatique, ou une Cataracte sont adherans à l'Iris, c'est qu'alors cette Membrane n'aura plus le mouvement par lequel elle se rétrécit à la lumiere, & se dilate à l'obscurité.

Sur ce que la Cornée ayant été coupée se reprend aisément, & sur ce que la perte de l'humeur Aqueuse se répare avec la même facilité, M. Mery croit qu'on pourroit tirer les Cataractes hors de l'œil par une incision faite à la Cornée, & que cette maniere dont il ne paroît pas qu'il y ait rien à apprehender, prévienendroit tous les perils ou les inconveniens de l'operation ordinaire. Il est bien sûr que la Cataracte ne remonteroit point, & ne causeroit point les inflammations qu'elle peut causer, lorsqu'on la loge par force dans le bas de l'œil. On pourroit, pour une moindre difformité, faire l'incision au bas de la Cornée, & non-pas vis à vis de la prunelle.

Dans l'œil où le Cristallin glaucomatique étoit adherent à l'Iris, M. Mery ne trouva point d'humeur Aqueuse au devant de l'œil, entre l'Iris & la Cornée transparente.

rente. Delà il soupçonna que la source de cette humeur devoit être au-delà de l'Iris, & il croit l'avoir trouvée dans de petites Glandes, inconnues jusqu'à présent à cause de leur extrême petitesse, & jointes aux fibres du Ligament Ciliaire qui tient le Cristallin suspendu. Mais cette découverte n'est pas encore assez averée, & dans cet oeil où M. Littre fit voir une Cataracte tendue devant le trou de la prunelle, il y avoit de l'humeur Aqueuse entre l'Iris & la Cornée transparente, ce qui n'auroit pas dû être si l'unique source de cette humeur étoit au-delà de l'Iris, car la Cataracte sembloit empêcher entièrement la communication d'un côté à l'autre. Une découverte naissante, quelque vraie qu'elle soit, ne peut guere manquer d'être enveloppée d'un grand nombre de difficultés, dont il n'y a que le temps qui la puisse dégager entièrement.

## DIVERSES OBSERVATIONS

### ANATOMIQUES.

#### I.

**M**onsieur Lémery a dit qu'un Chien ayant mangé du sang d'un Hydrophobe qu'on avoit saigné, en étoit devenu enragé.

#### II.

M. Littre a ouvert un Enfant de 4 ans, à qui il n'a trouvé aucun vestige de Rein gauche, ni d'Uretere du même côté. Le Rein droit n'en étoit pas plus gros, & la Vessie étoit plus petite que de coûtume, apparemment parcequ'elle avoit été peu étendue par la petite quantité d'urine qui y tomboit. Aussi l'Enfant urinoit-il peu pendant sa vie. D'un autre côté il avoit beaucoup de serosité dans le Pericarde, & dans les Ventricules du Cerveau, & toutes les parties molles de son Corps, principalement la substance du Cerveau, en étoient extrêmement abreu-

vées. Delà venoit sans doute, qu'il avoit toujours été triste, pesant, engourdi, & presque indifférent pour toutes choses. S'il urinoit peu, il mouchoit & crachoit beaucoup. Les serosités qui dominoient excessivement dans sa constitution, & le peu qui s'en séparoit du sang par un Rein unique, rendirent sa vie si courte.

## III.

M. Chomel a fait voir l'Artere Pulmonaire d'un Homme remplie de tubercules pierreux, attachés inégalement autour de sa surface interieure, & dont quelques-uns communiquoient avec d'autres placés sur la surface extérieure, & ne-faisoient avec eux qu'un même corps. Ils étoient tous composés de plusieurs grains pierreux liés ensemble, & n'avoient aucune figure déterminée. L'Homme étoit mort subitement; il avoit de la difficulté de respirer, des palpitations fréquentes, une fièvre lente, & étoit maigre, & d'un teint pâle & livide. On lui trouva la poitrine pleine d'eau, & le Cœur extraordinairement gros.

## IV.

M. Gandolphe Medecin de Marseille, Correspondant de M. Tournefort, apporta à l'Academie une Relation tres-exacte qu'il avoit faite d'une maladie singuliere, & peu connue, qui lui avoit passé par les mains. C'étoit une dilatation prodigieuse des Ovaires; une Demoiselle de Marseille, âgée de 26 ans, en étoit morte. Il lui trouva les deux Ovaires gros chacun comme la tête, le droit pesant 3 livres 14 onces, le gauche 4 onces de moins, tous deux durs, lisses, d'une superficie inégale formée de différentes portions de sphere. L'Artere & la Veine Spermaticque qui rampent sur la surface de l'un & de l'autre Ovaire avoient tout au plus, la premiere deux tiers de ligne, & l'autre deux lignes de diametre dans leur plus grande largeur, & devenoient presque absolument insensibles dans leurs ramifications, mais les vaisseaux Lymphatiques, toujours joints aux vaisseaux sanguins, avoient extraordinairement grossi; il y en avoit dont le diametre

étoit de plus d'une ligne. Il est à propos de remarquer pour l'exactitude anatomique que les Vaisseaux Limphatiques de l'Ovaire gauche se terminoient à deux Glandes, & ceux du droit à quatre, qui toutes étoient encore inconnues.

Cette extraordinaire dilatation des Ovaires, qui auroit pû faire naître l'espérance d'en découvrir la structure interne, ne donna aucune connoissance nouvelle, parceque s'il y a des dilatations qui manifestent la structure, il y en a aussi qui la détruisent. M. Gandolphe ayant coupé les Ovaires, ne vit par tout qu'une même substance unie, compacte, blanchâtre, d'un rouge & d'un jaune clair en quelques endroits, des cavités rondes & ovales, irrégulièrement disposées, à demi pleines d'une limphe un peu rougeâtre, & dont la plus grande auroit pû tenir un œuf de Pigeon, nul vestige sensible de Vaisseaux Spermaticques, ni Limphatiques. En pressant la substance des Ovaires, il n'en sortoit presque pas de sang, encore n'étoit-ce qu'une serosité rouge. M. Gandolphe fit bouillir quelques morceaux de ces Ovaires, & ne découvrit rien de plus. Ayant fait évaporer la limphe qui étoit dans les cavités ou cellules, & celle des vaisseaux Limphatiques, dont la surface des Ovaires est toute semée, il vit que l'une & l'autre s'épaississoit également en forme de gelée ou de colle.

La Matrice paroissoit être devenue plus petite, par la maniere dont l'Ovaire gauche l'avoit tirée en se grossissant. Il étoit sorti du bas ventre, quand on ouvrit le corps, environ 3 pintes d'eau claire, sans bourbe, sans odeur, sans sediment. Il y en avoit une pinte dans la poitrine, tres-peu de sang dans les vaisseaux & de la poitrine, & du ventre. Les Muscles, & les Os, voisins des Ovaires gonflés, étoient abreuvés de sang, & se réduisoient en pâte, quand on les pressoit avec la main. Les Os étoient friables en quelques endroits. Tout le reste du corps étoit sain.

Il est aisé d'imaginer les desordres que devoit causer

cette dilatation excessive des Ovaires. D'un côté l'Estomac & les Poumons, de l'autre une partie des Intestins étoient violemment comprimés. La Matrice ayant été rapetissée de sorte que son tissu en étoit changé, l'écoulement des Regles ne se faisoit plus. Les routes du sang & de la limphe resserrées en une infinité d'endroits ruinoient toute l'économie de la circulation, les liqueurs arrêtées ou se corrompoient, ou s'extravaioient, leurs sels ou leurs souffres trop exaltés picotoient les parties nerveuses, & causoient des douleurs vives, &c. Sur cela, il est propos de remarquer pour la pratique, que quand la Demoiselle malade sentoit de violentes douleurs dans le ventre, M. Gandolphe n'ayant pû les calmer par l'Opium, les calmoit par l'Huile de Corne de Cerf donnée en lavement jusqu'à demi-once, dissoute avec une jaune d'œuf. Il croit que la cause de ces douleurs étoient des vents qui se formoient dans les boyaux comprimés, & y causoient des *disfensions* violentes. On entend assés qu'il n'étoit pas question de trouver des remedes, qui pussent aller à la source de tout le mal; tout l'Art de la Medecine ne peut pas concevoir des esperances si présomptueuses.

\* p. 43.

Si l'on ne peut porter des remedes jusqu'à cette source, du moins M. Gandolphe a tâché de la découvrir par un systême ingenieux. Il regarde l'Ovaire comme destiné à nourrir & à développer jusqu'à un certain point les œufs qu'il contient, & c'est une idée qui revient à ce que nous avions dit dans l'Hist. de 1703 \*, qu'un Ovaire est peut-être la Matrice commune de tous les petits œufs, au lieu que la Matrice est l'Ovaire particulier de chaque œuf qui s'y développe entierement, & devient fœtus. M. Gandolphe conçoit que comme un œuf doit prendre peu de nourriture dans l'Ovaire, & une nourriture tres-délicate, l'humeur qui y coule pour cet usage est plus fine, plus sereuse, & a moins de mouvement que celle qui nourrit le fœtus. Aussi les Arteres qui la distribuënt immédiatement sont plus minces que celles qui portent la nourri-

ture au fœtus dans la Matrice, & à cause de leur extrême petitesse, elles répandent à proportion dans l'Ovaire plus de limphe & moins de sang, que les Arteres n'en répandent dans la Matrice. Delà vient aussi que les vaisseaux Lymphatiques des Ovaires sont plus apparens, que ceux de la Matrice, qui ne le deviennent qu'à mesure que le fœtus croît.

M. Gandolphe admet un ferment qui doit tous les mois se separer en même temps & dans la Matrice, & dans les Ovaires, & dans les Mammelles. Si par quelque accident particulier, par exemple, par son trop d'épaisseur il ne peut se separer dans la Matrice, & qu'il reflue dans les Ovaires, il les dilatera & d'autant plus facilement que les canaux de la Lymphes cedent à cause de leur extrême délicatesse. Ces canaux comprimés rendent le cours, ou, pour parler plus juste, le retour de la limphe plus lent, elle séjourne, s'amasse, & comme elle est cette gelée qui en s'appliquant à chaque partie l'augmente & la nourrit, elle fait croître la substance de l'Ovaire, & la fait croître en tous sens, ce qui est peut-être particulier à cette partie, apparemment parceque la Lymphes y est plus abondante, & qu'elle a de tous côtés rompu ses canaux. Cette premiere dilatation une fois entendue, tout le reste s'en déduit sans peine.

La même maladie a été observée encore une fois par M. Gandolphe dans une femme de 41 ans, qui depuis l'âge de 28 ans avoit le ventre fort gros, qui avoit toujours été assez réglée, excepté quelques mois avant qu'elle s'apperçût de la grosseur de son ventre, qui n'avoit qu'une tres-petite fièvre, & ne se plaignoit d'aucune autre incommodité que de ne pouvoir prendre que fort peu de nourriture. Elle mourut, & M. Gandolphe ne lui trouva que l'Ovaire droit enflé, mais il l'étoit si prodigieusement qu'il pesoit près de 14 livres.

On voit par la nature de cette Maladie, qu'elle peut aller assez loin sans être mortelle, car ni le peu de sang qui passe dans les Ovaires n'y contractera de mauvaises

qualités par la limphe qui y séjourne, ni cette quantité de limphe arrêtée n'est nécessaire à toute la masse du sang. Ce qui est funeste ce sont les compressions des parties voisines, quand la dilatation des Ovaires est parvenue à un certain excès. Il faut encore compter pour un effet funeste, mais dans un autre sens, des soupçons injustes de grossesse, que cette maladie peut donner, & il est bon que l'on sçache que toutes les apparences possibles peuvent se rencontrer ensemble, & être fausses.

V. les M.  
P. 17.

**N**ous renvoyons aux Memoires  
Une Observation de M. Littre sur un Anevrisme.

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

## CHIMIE.

### *SUR LA VITRIFICATION DE L'OR.*

V. les M.  
P. 40.

\* p 34. &  
suiv.

**L**es Objections fortifient les bons Systèmes, elles font voir la nécessité de les admettre. Nous avons expliqué dans l'Hist. de 1702 \* celui de M. Homberg sur la vitrification de l'Or au Miroir ardent. Une partie de l'Or s'en va en fumée, c'est le Mercure qui étoit entré dans sa composition, une autre partie se vitrifie, c'est la terre pénétrée par ses souffres. Voilà le précis du Système, qui a été traité dans toute son étendue.

Comme les matieres qu'on expose au foyer du Miroir ardent sont portées sur un Charbon, & que la grande chaleur qui est aux environs du foyer réduit quelques particules de ce Charbon en cendres, qui volent sur les matieres exposées, un Philosophe qui avoit été témoin

des experiences de M. Homberg, crut que ce pouvoient être ces cendres qui se vitrifioient sur l'Or fondu, & non pas une partie de cet Or. A cela M. Homberg répond qu'elles devroient donc se vitrifier aussi sur l'Argent fondu au foyer, & que cependant il ne s'y fait aucune vitrification, pourvu que, comme nous l'avons dit à l'endroit cité cy-dessus, l'Argent n'ait pas été raffiné par l'Antimoine, ou qu'en general on ne lui ait pas donné plus de Souffres qu'il n'en a naturellement, car alors ils vitrifieroient une partie de la terre.

On a insisté contre cette réponse, & l'on a prétendu que non-seulement les rayons du foyer, mais principalement ceux qui se réfléchissoient de dessus le metal fondu vitrifioient les cendres du charbon, & qu'il se réfléchissoit plus de rayons de dessus l'Or qui est plus compacte, que de dessus l'Argent, qui par la grandeur de ses pores en absorbe une grande quantité.

M. Homberg se défend en opposant qu'il n'y a aucune apparence qu'en comparaison des rayons directs du foyer, ceux qui se réfléchissent de dessus le metal soient à compter pour quelque chose, qu'ils ont d'autant moins de force que le metal fondu prenant une figure spherique, & d'une tres-grande courbure, parcequ'il est toujours en fort petite quantité, ils ne se peuvent réfléchir qu'en s'écartant beaucoup les uns des autres, que quand on regarde de l'Or & de l'Argent fondus au foyer, on est aussi ébloui de l'éclat de l'un que de l'éclat de l'autre, & qu'on ne s'apperoit en aucune maniere que l'Or réfléchisse plus de rayons que l'Argent, qu'enfin si l'on expose au foyer un Charbon, les cendres se vitrifient dans l'instant par les rayons directs, ce qui leur devoit arriver aussi lorsqu'elles flottent sur de l'Argent fondu, sans que le secours des rayons réfléchis fût aucunement necessaire. Le Systeme de M. Homberg sur la composition de l'Or & de l'Argent subsiste donc toujours, & l'on peut croire que les premiers principes de ces Metaux, après s'être sauvés de tous les feux des Laboratoires, se sont rendus à  
du Miroir du Palais Royal.



# SUR UNE VEGETATION DU FER.

V. les M.  
p. 299.

L'Arbre de Diane, qui étoit une espece de vegetation unique dans la Chimie, ne l'est plus depuis la curieuse découverte de l'Arbre de Mars, dû à M. Lemery le fils. C'est une autre Plante Chimique, toute differente de la premiere, & qui, pour ainsi dire, ne croît que dans d'autres climats. Nous avons expliqué ce que c'est dans l'Hist. de 1706 \*, & nous supposons ici cette explication. Il ne s'agit que d'exposer plus en détail le Système de M. Lemery.

\* V. l'Hist.  
de 1706. p.  
33. & suiv.

L'Esprit de Nitre, qui est un Acide fort vif, dissout le Fer, parceque selon la nature des Acides, il a beaucoup d'action sur les huiles ou les souffres, & que le fer en contient beaucoup \*. Quelquefois cette dissolution de fer se cristallise, c'est à dire que plusieurs petites particules de nitre, chacune intimement unie avec une particule de metal, comme avec son alcali, & par-là composant une espece de sel *moyen*, mais trop petit pour être apperçû, s'accrochent plusieurs ensemble, & forment des grains, que leur grosseur rend sensibles. Mais ces cristaux ne se conservent pas toujours en cet état, ils ont trop peu de solidité & de consistance, & le tout se remet à la fin en liqueur, comme il y étoit auparavant.

D'un autre côté, si l'on mêle de l'Esprit de Nitre, & de l'Huile de Tartre, il arrive après une grande & assés longue fermentation, que les acides du nitre engagés dans les alcalis du Tartre, forment un sel moyen, un veritable salpêtre, qui se précipite au fond du vaisseau. Seulement il reste quelques particules de nitre flottantes dans un peu de flegme qui surnage, & à mesure que ce flegme s'évapore, ces particules qui ne peuvent s'élever aussi haut, s'attachent aux parois internes du vaisseau, & y composent

composent une espece de petit enduit tres-leger.

On voit par-là que la dissolution du fer par l'Esprit de nitre a quelque disposition à faire des cristaux, mais peu solides, que le mélange de l'Esprit de nitre & de l'Huile de tartre en forme toujours de grossiers & de pesans; ces deux Experiences réunies, & se modifiant l'une l'autre font la vegetation du fer, ou l'Arbre de Mars.

Quand on verse de l'Huile de Tartre sur une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, cet Acide, quoiqu'intimement uni avec les souffres du fer, ne laisse pas d'agir encore avec beaucoup de force sur l'Alcali du Tartre. Cette action, fort vive d'abord, dure long-temps en s'affoiblissant toujours un peu. Pendant ce temps-là il arrive & que les souffres du fer avec lesquels les particules du nitre se sont liées, se brisent, s'attenuent, s'exaltent toujours de plus en plus par le choc continuel de l'acide & de l'alcali, & que du nitre uni avec le tartre il se forme des cristaux plus solides que dans la premiere experience, à cause du Tartre, & moins pesans que dans la seconde, parceque le nitre est engagé avec des souffres, naturellement tres-volatils. Les cristaux qui se trouvent les premiers formés, poussés par le mouvement de la fermentation, s'attachent par leur onctuosité aux parois du verre lorsqu'ils les rencontrent, & en même temps s'élèvent par leur legereté. D'autres qui leur succèdent à chaque moment, s'élèvent plus haut par leur secours, & en s'accrochant à eux. La froideur de l'air leur donne une consistance plus ferme, & plus de force pour se soutenir les uns les autres. Ainsi en s'étendant toujours sur toute la superficie interieure du verre qui est au-dessus de la liqueur, ils viennent à y tracer par leurs differens contours, & par l'irrégularité de leurs figures des especes de branchages, qui la tapissent, & qui ne representent pas mal ceux d'une Plante rampante, comme la Vigne, ou le Lierre. Quand la superficie interne du verre est une fois entiere-ment tapissée, il vient une seconde couche de cristaux qui se pose sur la premiere, & elle se forme plus aisément

& plus vite par deux raisons. Les souffres qui volatilisent ses cristaux sont plus exaltés par une longue durée de la fermentation, & elle a plus de facilité à s'accrocher à la premiere qui lui est homogene, que la premiere n'en a eu à s'accrocher à la superficie du verre. Lorsqu'il y a quelques couches posées les unes sur les autres, les petits interstices qu'elles laissent entre elles deviennent autant de Tuyaux capillaires, où le reste de la liqueur s'éleve fort promptement. Il y en a une partie qui se cristallise en chemin par la froideur de l'air, & augmente d'autant la vegetation, l'autre partie va jusqu'au haut du verre, & y forme l'endroit le plus touffu de l'Arbre, ou se répand hors le verre, si elle n'a pu se cristalliser au haut, ou descend en se cristallisant le long de la superficie extérieure, & y compose une autre vegetation.

Voilà en abrégé quel est le Systême de M. Lémery. S'il est vrai, les conséquences qu'il produit le doivent être. Par exemple, un Esprit de Nitre plus chargé qu'à l'ordinaire des souffres du fer sera plus propre à la vegetation; si l'Huile de Tartre est en trop grande quantité, le mélange doit s'épaissir, se fixer, & devenir incapable de la vegetation Chimique, mais il doit en redevenir capable, & se revivifier par de nouvel Esprit de nitre; trop d'Esprit de nitre doit nuire aussi, parceque les souffres du fer trop atténués abandonnent les cristaux, qui par-là perdent leur volatilité; quand on a une vegetation dans un verre, si on y verse la liqueur propre à en faire une nouvelle, celle-cy doit se former beaucoup plus promptement que n'a fait la premiere, parcequ'elle a la premiere pour base, & pour filtre; l'Arbre de Mars, composé de matieres la plupart si volatiles, doit en laisser échapper toujours quelque partie, & se flétrir avec le temps; si on détruit cet Arbre, après quelque temps de durée, & qu'on en recompose une liqueur, elle doit faire un second Arbre moins beau que le premier, &c. Toutes ces conséquences, qu'on peut regarder comme autant d'épreuves du Systême, ont été vérifiées par l'expérience, & il pa-

roît que M. Lémery ayant pris heureusement le bout du fil, n'a eu qu'à le suivre, & à se laisser conduire sans peine de verité en verité.

Nous n'avons point compris dans l'explication generale une vegetation particuliere, que produisent certains changemens dans l'operation. Si l'on prend une dissolution de fer par l'Esprit de Nitre, où il se soit fait naturellement de ces cristaux legers, qui viendroient à se fondre, & si l'on épaisit ensuite cette dissolution par une quantité suffisante d'Huile de Tartre, il sort de cette matiere épaisse plusieurs petites tiges qui s'élèvent sans s'appuyer contre les parois du vaisseau. Ce sont comme des Herbes qui naissent de la Terre, &, pour une plus parfaite conformité, elles croissent sensiblement lorsqu'on les arrose avec de l'eau. Il est aisé d'appliquer à cela les principes generaux qui ont été établis.

M. Lémery a voulu voir si l'operation réussiroit en substituant au fer quelque autre metal, à l'Esprit de nitre quelque autre Acide, & à l'Alcali fixe du Tartre quelque Alcali volatil, mais de tout ce qu'il a tenté, rien n'a encore produit aucune vegetation. Ce seroit une espece de merite à son Experience que d'être unique, mais c'en seroit un autre aussi considerable que de nous conduire à trouver dans tous les Metaux des vegetations pareilles à celle du fer, ou du moins dans le fer d'autres vegetations differentes.

## SUR L'HIDROME L

### VINEUX.

L'Histoire de 1706 \* a expliqué quelle est la nature du Miel. L'Hidromel en est une préparation que M. Lémery a faite, & en même temps étudiée avec soin, parcequ'elle ressemble si parfaitement à du Vin d'Espagne, qu'elle en peut tenir lieu, dans les Pais où l'on man-

\* p. 36. &

37.

que de Vin. Elle est de peu d'usage dans la Medecine, ainsi cette recherche n'a pas tant pour objet une utilité solide, que le plaisir du goût, qui tout plaisir qu'il est n'est pas toujours indigne de l'attention des Philosophes.

L'Hidromel est du Miel délayé dans une quantité suffisante d'eau; & fermenté par une longue & douce chaleur. Celle du Climat & de la saison ne doit pas être négligée, quand on la peut emploier avec le feu. L'effet de cette fermentation, ainsi que de celle du Moust, est d'exalter les principes actifs. Les sels embarrassés dans les Huiles ou dans les souffres tendent à s'en développer, ils ne le peuvent sans briser & sans atténuer les Huiles, qui par-là viennent à former un Esprit inflammable.

M. Lémery a mis sur 20 livres de beau Miel blanc 30 pintes d'eau. Quand par l'évaporation continuelle de l'eau, que le feu cause, la liqueur est devenue assez épaisse & assez forte pour soutenir un œuf, & ne le pas laisser tomber au fond, l'Hidromel est suffisamment cuit pour pouvoir être gardé. Cette grande quantité d'eau sert à rendre la coction plus lente, & par conséquent la fermentation plus parfaite, & par-là elle donne occasion au Miel de jeter entièrement toutes ses impuretés, & ses écumes, que l'on a soin d'enlever.

L'Hidromel mis dans les Vaisseaux où l'on veut le garder, y fermente encore comme le Vin, & y acquiert un goût plus vineux. Pour aider cette fermentation, il faut le tenir un mois ou deux dans un lieu chaud. M. Lémery mit le sien auprès d'une Cheminée où il y avoit du feu jour & nuit. Après cela, il le porta dans une Chambre sans feu. La liqueur y baissa toujours un peu pendant un certain temps, parcequ'elle se condensoit, & l'on avoit soin de remplir le vaisseau. Il est bon que l'Hidromel soutienne le froid d'un Hiver, avant qu'on le boive, il en est plus vineux, & en perd plus parfaitement l'odeur, & le goût du Miel.

Il enivre comme le Vin, & l'ivresse en est plus longue, parcequ'il est d'une consistance plus visqueuse, & que par

consequent les Esprits qui s'en débarrassent plus difficilement, continuent de s'élever au Cerveau pendant un plus long-temps.

M. Lémery a tiré par les voies ordinaires de 6 livres d'Hidromel vineux 32 onces d'une Eau de vie foible, & de ces 32 onces 10 onces d'un Esprit ardent, semblable à l'Esprit de vin. La liqueur restée dans la Cucurbite n'a plus paru spiritueuse. M. Lémery l'ayant fait évaporer jusqu'à consistance de Miel, a voulu voir ce qu'il en pourroit encore tirer par la distillation. Il en est sorti de l'Esprit acide, mais point d'Huile, apparemment elle avoit été toute exaltée en Esprit inflammable. Après la calcination du Charbon de Miel qui étoit resté, il s'y est trouvé quelques grains de fer, tout semblables à ceux dont il a été parlé dans l'Hist. de 1706 \*. Ou ils s'étoient formés \* p. 38. par la calcination, ou ils avoient essuyé toutes les fermentations du Miel, sans être détruits.

L'Hidromel vineux, dont on a retiré l'Esprit, devient aigre, si on le laisse plusieurs mois dans un lieu chaud, & sans boucher la bouteille. Il s'aigrit plus vite, si l'on y met un quart d'eau, ou un notiet de graine d'*Eruca* ou Roquette. Ce vinaigre est appelé *Philosophique*. Il ne paroît pas tout à fait si fort que celui du Vin ordinaire. Il en est de même du Vinaigre qu'on feroit avec du Vin d'Espagne ou du Vin Muscat, liqueurs avec lesquelles l'Hidromel a une extrême ressemblance.

## SUR LES HUILES ESSENTIELLES

### DES PLANTES,

*Et particulièrement sur les différentes couleurs qu'elles prennent par differens mélanges.*

**I**L ne faut pas être aisé à rebuter, c'est une maxime v. les M.  
qui convient également & à ceux qui cherchent la Ve- P. 517.  
rité, & à ceux qui ne cherchent que la fortune. Quoique

\* V. l'Hist.  
de 1701. p.  
68. & 69.

l'Academie ait reconnu par plus de 1400 Analyses que de toutes les Plantes on ne tire que des substances de la même espece \*, & souvent telles qu'il n'y a à cet égard aucune différence entre une Plante potagere, & une Plante veneneuse, M. Geoffroy le jeune n'a pas été découragé par cette grande uniformité apparente, & il a espéré que le travail lui feroit découvrir des différences assez sensibles entre des substances pareilles tirées de différentes Plantes.

\* p. 56.

Les Sels ayant été fort étudiés par les Chimistes, il s'est appliqué aux Huiles essentielles, qu'il a crû, pour ainsi dire, moins usées. Nous les avons définies dans l'Hist. de 1700 \*. Quoiqu'on les compte parmi les Principes du Mixte d'où elles sont sorties, elles sont elles-mêmes des Mixtes, & se résolvent en un flegme chargé de Sel volatil urineux ou alcali, en Terre, & en Huile plus proprement dite. En examinant par l'Analyse différentes Huiles essentielles, on retomberoit encore dans l'embarras, & dans l'inconvenient de n'y trouver que des substances de même espece, & souvent toutes semblables, & par cette raison M. Geoffroy le jeune s'est déterminé à une autre Methode; il a fait des mélanges de ces Huiles avec différentes matieres, & a observé les effets.

Celui auquel il s'est le plus appliqué jusqu'à présent, & qui effectivement est le premier qui frappe, a été le changement des Couleurs.

Il s'en faut bien que toutes les Huiles essentielles mêlées avec différentes matieres ne prennent des couleurs différentes. L'Huile de Thia a cette propriété, mais non pas celles de Terebenthine, de Menthe, de Lavande, de Sauge, de Genièvre.

M. Geoffroy conjecture qu'une liqueur est purement transparente, & sans aucune couleur, tant que les petites parties ne sont pas denses ou serrées les unes contre les autres jusqu'à un certain point; au-delà de ce point, viennent les couleurs, & enfin le Noir, qui est le dernier degré de la condensation dans cette hypothèse.

Il y a déjà du temps que l'on sçait par experience que la solution de Tournesol, qui est bleuë, rougit par des Acides, & verdit par des Alcalis, & c'est-là un des Essais Chimiques auquel on se fie le plus pour reconnoître ces deux sortes de sels. La solution de Tournesol contient beaucoup d'huile de la Plante, & cette huile mêlée avec differens sels se colore differemment. C'étoit-là déjà un grand préjugé en Physique, que des differens mélanges des Huiles ou des Sels devoient naître toutes les couleurs, car les loix generales commencent ainsi d'ordinaire à se déclarer, ou plutôt à se faire entrevoir par quelques effets particuliers. Mais cette idée n'avoit point été suivie, & M. Geoffroy paroît être le premier qui se soit mis sur la voie.

Comme il n'a encore trouvé parmi les Huiles des Vegetaux que celle de Thin, & parmi les Huiles des Mineraux que celle d'Ambre jaune, qui par differens Sels prisent différentes couleurs, il faut avouer que ses experiences sont fort bornées, & qu'il y auroit trop de précipitation & de temerité à en rien conclure de general. Cependant, pour contenter en partie une certaine impatience naturelle, on peut croire sur les faits de M. Geoffroy, que les Huiles prennent le rouge orangé par les Acides qui dominent, toutes les nuances qui sont depuis le rouge couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé, par un Sel volatil urineux ou alcali, le violet tres-foncé & qui peut passer pour noir, par un Acide qui survient par dessus le mélange qui fait le violet plus clair, le bleu, par les Alcalis fixes mêlés avec les volatils, & de plus par une plus grande condensation de la substance de l'Huile, le verd, par le même mélange, mais par une moindre condensation de l'Huile, ou plutôt par une assez grande rarefaction.

M. Geoffroy soupçonne que les combinaisons qui produisent ces différentes couleurs dans des experiences Chimiques, se trouveront les mêmes dans les differens âges, ou dans les différentes parties d'une Plante, & produiront



ses différentes couleurs naturelles. Il donne déjà quelques preuves de cette pensée, mais encore une fois ce Système, s'il continuë d'en être un, ne fait que de naître, & d'ailleurs toute la Theorie des Couleurs est fort délicate, & jusqu'ici peu connue. Ce seroit une belle découverte que de trouver dans la couleur des substances Chimiques un caractère certain de leur nature; mais il est fort à craindre que tout le jeu des Couleurs ne se passe sur une superficie très-legere, qui ne tire guere à conséquence pour le fond, ou qui n'y ait qu'un rapport tres-caché.

## SUR LES DIFFERENS

### VITRIOLS,

*Et particulièrement sur l'Ancre faite avec du Vitriol.*

V. les M.  
P. 538.

**I**L est assés rare, & par consequent d'autant plus agreable, de connoître quelque chose à fond, & de voir un Système se soutenir également de tous les côtés. Celui de M. Lémery le fils sur son Arbre de Mars a déjà dû donner une idée de ce plaisir philosophique, en voici encore un exemple qui part de la même main. Il s'agira d'abord de l'Ancre ordinaire, & l'on verra ensuite cette speculation s'élever plus haut.

La solution de Vitriol mêlée avec la teinture de Noix de Galle devient fort noire sur le champ, & c'est l'Ancre dont on écrit. M. Lémery le fils a conjecturé que comme le Vitriol dont on fait l'Ancre est du fer dissous par un Acide avec lequel il est intimement mêlé, & que d'un autre côté la Noix de Galle est un Alkali ou Absorbant, cet Alkali rencontrant les Acides qui tenoient le fer dissous, s'unissoit avec eux, & leur faisoit lâcher le fer, qui alors se revivifioit, & reparoissoit dans sa noirceur naturelle. Ainsi c'est proprement avec du fer que l'on écrit, mais pour lui donner cet usage, il a fallu qu'il fût divisé

divisé d'abord en parties presque infiniment petites, comme il l'est dans le Vitriol, & qu'après avoir été si finement & si subtilement divisé, il fût séparé de l'Agent qui avoit causé sa division, & qui le tenoit caché.

Tout concourt à établir cette Hypothèse de M. Lémery. Des cinq especes de Vitriol, celui qu'on appelle de Cypre ou de Hongrie est le seul dont la base soit du Cuivre, au lieu que dans les autres c'est du fer, & ce Vitriol est le seul qui ne fasse point d'Ancre. L'Esprit de Vitriol mêlé avec la teinture de Noix de Galle ne fait point d'Ancre, parcequ'il n'a plus les parties ferrugineuses, qu'il tenoit dissoutes. La même teinture de Galle mêlée avec de la limaille de fer fait de l'Ancre, mais moins promptement, que si elle agissoit sur une solution de Vitriol, parceque dans cette solution elle trouve le fer tout divisé autant qu'il le doit être, & qu'il faut qu'elle divise celui qui est en limaille. Elle fait de l'Ancre avec les dissolutions du fer par les Esprits de Sel, de Nitre, de Souffre, d'Alun, de Vinaigre, aussi bien qu'avec la dissolution de fer par l'Esprit de Vitriol. Si après que l'Ancre est faite, on y jette quelques gouttes d'Esprit de Vitriol, la couleur noire dispaçoit, parceque le fer se réunit au nouvel Acide, & redevient Vitriol. Par la même raison, les Acides effacent les taches d'Ancre.

Si des Alcalis ou Absorbans, tels que l'Eau de Chaux, l'Esprit de Sel Ammoniac, l'Huile de Tartre, ne font pas de l'Ancre avec le Vitriol, aussi-bien que la teinture de Galle, M. Lémery répond que ces premiers s'unissent à l'Acide qui tient le fer dissous, & ne le détachent pas d'avec le fer, comme fait la Noix de Galle. Et pourquoi détache-t-elle le fer d'avec son Acide? C'est qu'elle est sulfureuse, & a par conséquent plus d'action, au lieu que ces autres Absorbans sont plus salins, & plus terreux. Et, ce qui prouve cette pensée, c'est que si on les anime par l'addition de quelque Souffre, ils deviennent propres à faire de l'Ancre. Le fer étoit l'Alcali impregné de l'Acide du Vitriol, & comme le fer est constamment tres-sul-

phureux, un autre Alkali doit ne l'être pas moins, pour lui pouvoir dérober son Acide.

Si le fer séparé de son Acide ne se précipite pas au fond de la liqueur, ainsi qu'il arrive à d'autres métaux abandonnés par leurs dissolvans, c'est qu'il a moins de pesanteur, & que d'ailleurs la teinture de Galle étant sulfureuse a une viscosité propre à le soutenir. Et pour confirmer cette idée, M. Lémery a éprouvé que des matieres qui laissoient précipiter le fer, le soutenoient quand on y mêloit quelque substance visqueuse.

Voilà toute la Mechanique de l'Ancre assez amplement expliquée, & suivie assez curieusement jusque dans ses moindres dépendances. Delà M. Lémery passe à des observations ou à des reflexions plus utiles & plus intéressantes.

Le Vitriol pris interieurement est d'un grand usage dans la Médecine, mais c'est celui dont la base est le fer, car si le Cuivre y dominoit, il pourroit être tres-dangereux. La noirceur qu'une solution de Vitriol prendra par la Noix de Galle, & les differens degrés de cette noirceur, feront reconnoître, s'il contient du fer, & s'il y a quelque mélange de cuivre.

M. Lémery a trouvé par experience que les Vegetaux que l'on compte pour Remedes Astringens, tels que le Sumac, l'Ecorce de Grenade, les Balaustes, &c. sont propres, aussi bien que la Noix de Galle, à faire de l'Ancre, que les Purgatifs, tels que le Séné, la Manne, le Jalap, l'Agaric, &c. n'en font point, & qu'enfin les Purgatifs, qui comme la Rubarbe, & les Mirabolans, resserrent & fortifient après avoir purgé, en peuvent faire, d'où s'ensuit une manière bien facile & assez sûre d'éprouver les qualités d'un Vegetal que l'on ne connoîtroit point.

## SUR LA NATURE DU FER.

**I**L est bon qu'il naisse des contestations dans l'Académie, & peut-être n'y sont-elles que trop rares. L'intérêt particulier de prouver ce que l'on pense anime & chauffe l'amour que l'on a en general pour la Verité.

V. les M.  
p. 5. & 176.

On a vu dans l'Hist. de 1704 \* que du mélange du Souffre, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre, M. Geoffroy a tiré du Fer. Dans une de ses operations, l'Argille lui a fourni l'Acide vitriolique aussi-bien que la Terre, & l'Huile de Lin le Souffre; dans l'autre, l'Huile de Vitriol a fourni l'Acide, l'Huile de Terebentine le Souffre, & toutes deux la Terre. Comme il avoit observé qu'il se trouve toujours quelques parcelles de fer dans les Cendres calcinées des Plantes, il crut que ce metal s'y pouvoit former aussi par la réunion des trois mêmes principes, & pour s'assurer si cet effet étoit necessaire & infailible, il demanda aux Chimistes en 1705 \* *s'il étoit possible de trouver des cendres de Plantes sans fer?*

\* p. 32.

\* V. l'Hist.  
de 1705. p.  
64. & 65.

M. Lémery le fils crut que le fer contenu dans les cendres des Plantes ne s'y étoit point formé par la calcination, mais qu'il avoit été réellement dans les Plantes mêmes, & s'étoit élevé dans leurs vaisseaux avec les suc de la terre. Cela le conduisit à la découverte de son Arbre de Mars, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1706 \* & cy-dessus \*.

\* p. 39.  
\* p. 32.

Il tient toujours pour sa première opinion. Selon lui, toutes les matieres d'où M. Geoffroy a tiré du fer en contenoient réellement. Il y en a, il n'importe que ce soit en grande, ou en petite quantité, non-seulement dans l'Argille, où il est sensible à la vûe par un Coûteau aimanté, non-seulement dans l'Huile de Vitriol, qui est tirée d'un Mineral dont la base est le fer, mais, ce qu'on auroit moins soupçonné, dans l'Huile de Lin, dans celle de T-

rebutine, dans celle d'Amandes douces & d'Olives, & il rapporte les operations par lesquelles il réduit ces Huiles à une terre où se trouve du fer.

M. Geoffroy répond que de quelque maniere qu'on se prenne à tirer du fer de l'Argille, on y en trouvera infiniment moins que quand on l'a mêlée avec l'Huile de Lin, & que par conséquent ce mélange produit du fer, que pour les Huiles, il est constant que ce ne sont pas des substances simples, mais composées d'une Terre, d'un Acide, & d'une partie sulphureuse ou inflammable, qui sont précisément les trois principes qu'il demande pour la formation du fer, & que selon toutes les apparences ces trois principes dispersés dans ces Mixtes se réunissent par les operations de M. Lémery.

De cette réponse de M. Geoffroy il suit que les matieres vegetales contiennent les principes des minerales, & il adopte cette consequence, qui quoique paradoxe est assez conforme à la grande uniformité de la Nature. Il est pareillement obligé à ne pas reconnoître pour un principe du fer le Mercure, qui cependant passe ordinairement pour la base des Metaux. Il insinué même que le Mercure pourroit n'entrer dans aucun, & que le Souffre, l'Acide, & la Terre suffisent. Leurs differentes doses, leur union plus ou moins forte, leurs differentes manieres de s'unir, feroient tout. M. Geoffroy fait voir par des experiences curieuses que le Fer, le Cuivre, le Plomb, & l'Etain dépouillés de leur souffre, & réduits à une terre qui se peut vitrifier soit par un grand feu, soit par le Miroir ardent, reprennent leur forme metallique, quand on leur rend un souffre, même vegetal. Quant à l'Or & à l'Argent, les Experiences du Miroir ardent prouvent assez leur souffre; mais quand ils ont été réduits en terre, ou vitrifiés, on n'a pu jusqu'ici les remettre en metal par l'addition de quelque souffre nouveau; cependant il n'y a pas encore lieu d'en desesperer, & si l'on y pouvoit réussir, on seroit sûr & que le Mercure n'entre point dans leur composition, non plus que dans celle des Metaux impar-

faits, & que pour la production artificielle des deux Metaux parfaits, il ne faudroit que sçavoir quelles sont les Terres propres & particulieres à chacun, puisque par l'union de quelque souffre elles deviendroient metal, de même que l'Argille, selon M. Geoffroy, devient fer.

Voilà jusqu'où ce fer artificiel a élevé les idées & les esperances de son Auteur, mais il faut avouer que ce ne sont encore que des idées & des esperances; il reste bien des difficultés à surmonter.

Pour en revenir au point précis de la question qui est entre M. Lémery & M. Geoffroy, M. Lémery prétend que quand même M. Geoffroy auroit fait veritablement du fer, il ne seroit pas en droit de conclure, que le fer des cendres des Plantes n'existoit pas réellement dans les Plantes, & que c'est un effet de la calcination. Car quand on analyse le Vitriol, on y trouve du fer, est-ce à dire que ce fer soit un effet de l'analyse & du feu? Il est bien sûr que non, puisqu'en composant du Vitriol artificiel, parfaitement semblable au naturel, on y met actuellement du fer, que l'on retire de même par l'analyse, quoiqu'il ait disparu dans le Mixte. M. Lémery promet encore des réponses plus précises au Système de M. Geoffroy, mais des réponses que l'on veut fonder sur des faits & des experiences, demandent un peu plus de temps que si elles ne devoient rouler que sur des tours ingenieux.

## OBSERVATION CHIMIQUE.

**M**onsieur Lémery en parlant de l'Urine de Vache, qui commence à être un remede assés usité, en fit voir qu'il avoit distillée, & qui étoit bleuë ou verte, & d'une odeur peu agréable. Quelques jours après M. Geoffroy en fit voir, qu'il avoit distillée aussi, mais qui étoit blanche, claire, & d'une odeur fort douce en comparaison de l'autre. Il est vrai qu'il l'avoit prise en hiver, au lieu que M. Lémery avoit pris la sienne en esté, & peut-

être la difference des saisons avoit-elle fait celle de la couleur & de l'odeur. Peut-être aussi y avoit-il eu quelque fermentation de plus dans l'operation de M. Lémery ; on s'en éclaircira , mais enfin il est bon que l'on sçache d'avance qu'on peut ôter à ce remede tout son désagrément , du moins en le prenant en certaines circonstances.

**N**ous renvoyons aux Memoires  
 v. les M. Les Observations de M. Lémery sur l'Urine de  
 p. 33. Vache.  
 v. les M. L'Examen des Eaux de Vichi & de Bourbon par M.  
 p. 97. & 112. Burlet.

---

## BOTANIQUE.

---

### *SUR LES CHAMPIGNONS.*

**L**es Modernes, soit par le Microscope, soit par une certaine exactitude dans leurs recherches, qui leur est presque aussi particuliere que le Microscope, ont découvert la semence de plusieurs Plantes, que l'on avoit toujours crû n'en avoir point, celles des Fougères, par exemple, du Polypode, &c. Ces semences sont ou si petites, ou placées si extraordinairement, qu'on ne les apperçoit point à la vûe simple, ou qu'en les appercevant on peut aisément ne les pas prendre pour ce qu'elles sont.

Nous sommes encore dans le même cas que les Anciens à l'égard des Champignons, & de quelques autres Plantes. Quelque industrie que l'on y ait apportée, quel-

que averti que l'on soit que la semence peut être dans des endroits où l'on ne s'avise pas naturellement de la chercher, on n'a pû leur en trouver aucune. La culture même des Champignons sembleroit confirmer qu'ils n'en ont point. M. Tournefort en fait un détail fort exact, fort instructif, & d'autant plus curieux qu'il augmente la merveille de la naissance des Champignons. En general, ils naissent du fumier, ou pour parler plus précisément, du *crotin* de Cheval, tout se réduit-là. Mais quel rapport de ce crotin avec les Champignons? Quelle vertu a-t-il de les produire? On pourroit donc croire aussi avec les Anciens qu'un Bœuf pourri produit des Abeilles, que la Moële épiniere d'un Homme mort exposé long-temps à un Soleil bien chaud se change en un Serpent, &c. Car ces metamorphoses si éloignées & si peu vrai-semblables ne le sont pas plus que celle du crotin de Cheval en Champignons.

Mais il en faut revenir à de certains principes philosophiques & rigoureux, qui donnent des bornes à de pures possibilités trop incertaines & trop vagues. Quand on considere combien la structure d'une Plante est composée, & délicatement composée, il est absolument inconcevable qu'elle résulte du concours fortuit de quelques suc diversément agités. Il l'est aussi que ce concours fortuit soit en même temps & si regulier qu'il produise toujours dans la même espece une infinité de Plantes parfaitement semblables, & si limité, malgré l'étendue infinie que le fortuit doit avoir, qu'il ne produise jamais aucune espece, qui eût été jusque-là inconnue. De plus, dès que l'on peut appercevoir la plus petite partie d'une Plante naissante, on la voit déjà toute formée, & il est sensible qu'elle ne fait plus ensuite que se développer, & croître, marque certaine qu'elle n'a rien fait de plus depuis le premier instant de sa naissance, car seroit-ce le temps où nous commençons à la voir, qui changeroit subitement toute la maniere d'operer de la Nature? Enfin le nombre des Plantes qui ont certainement des se-



mences, & qui en viennent, est sans comparaison le plus grand, & c'est-là un préjugé philosophique tres-fort pour toutes les autres, ou, pour mieux dire, beaucoup plus qu'un préjugé. Si les Anciens avoient fait toutes ces attentions; ils n'auroient pas crû si facilement qu'il y ait des Plantes sans semence.

Nous serions encore moins excusables qu'eux, si nous pensions comme eux, nous pour qui le nombre des Plantes qui n'ont point de semence visible, est beaucoup plus petit. Nous pouvons donc avancer sans crainte qu'elles en ont toutes, & nous assurer que si l'experience peut jamais aller jusqu'à démêler le fait, elle nous justifiera.

Mais il est tres-certain que les graines des Plantes ne peuvent pas éclore par tout. Il faut qu'elles rencontrent de certains fucs qui soient propres d'abord à penetrer leurs envelopes, ensuite à exciter une fermentation, premier principe du développement de la petite Plante, & enfin à se joindre à ses petites parties, & à les augmenter. Delà vient la diversité infinie entre les lieux qui font naître & qui nourrissent diverses Plantes. Quelques-unes même ne naissent que sur d'autres Plantes particulieres, dont le tronc ou l'écorce, ou les racines, ont seules le suc qui leur convient. Ce que M. Tournefort a appris de M<sup>re</sup> Mery & Lémery est encore plus surprenant. Il y a une espece de Champignons qui viennent sur les bandes; & les attelles appliquées aux fractures des Malades de l'Hôtel-Dieu. On en verra dans son Memoire des circonstances plus particulieres, qui sont peut-être necessaires pour cet effet. Après cela, on ne sera pas étonné que le crotin de Cheval préparé, comme le rapporte M. Tournefort, soit une espece de terre ou de Matrice, capable de faire germer les Champignons ordinaires.

Il suit delà que les graines de Champignons doivent être répandues en aussi grande quantité dans une infinité d'autres lieux où elles ne germent pas, & pour tout dire, par toute la Terre, & par conséquent aussi les graines invisibles d'un grand nombre d'autres Plantes. Il faut com-  
venir

venir que l'imagination se révolte d'abord contre cette multitude prodigieuse de graines différentes semées indifféremment par tout, & inutilement en une infinité de lieux, cependant dès qu'on vient à raisonner, il la faut admettre. D'où viendroient sans cela des Plantes marécageuses, qui naissent dans des Terres devenues Marais, & qui auparavant n'y avoient jamais paru ? D'où viendroient les Plantes nouvelles que d'autres accidens semblent quelquefois produire en certains lieux, par exemple, les Pavots noirs qui sortent des Landes brûlées en Languedoc, en Provence, & dans les Isles de l'Archipel, & que l'on ne voit plus les années suivantes, cette grande quantité d'*Erysimum latifolium minus glabrum*, qui parut après l'incendie de Londres sur plus de deux cens arpens de terre où il étoit arrivé, &c ? Ces sortes de faits, & beaucoup d'autres qu'on pourroit apporter, également incontestables, prouvent en même temps, & la grande multitude de semences répandues par tout, & la nécessité de certaines circonstances pour les faire éclore.

Ce Système est d'autant plus vrai-semblable, 1°. Qu'il est certain présentement que les Plantes qu'on croyoit n'avoir point de semence, & auxquelles on en a découvert, sont celles qui en ont le plus. 2°. Que ces petites semences peuvent être plus aisément transportées en une infinité de lieux par mille hazards différens. 3°. Qu'à cause de leur extrême petitesse elles sont plus à couvert des injures du dehors, & se conservent plus long-temps sans aucune alteration. On peut dire que par cette même raison elles sont plus délicates sur le choix des suc, qui les doivent développer, & ont besoin de circonstances plus particulières & plus rares.

Si à cette speculation sur les graines invisibles des Plantes, on joint celle des Oeufs invisibles des Insectes, qui doit être toute pareille, la Terre se trouvera pleine d'une infinité inconcevable de Vegetaux & d'Animaux déjà parfaitement formés & destinés en petit, & qui n'attendent pour paroître en grand que certains accidens favo-

rables, & l'on pourra imaginer, quoiqu'encore très-imparfaitement, combien doit être riche la Main qui les a semés avec tant de profusion.

## SUR LE SUC NOURRICIER

### DES PLANTES.

V. les M.  
p. 176.

**O**utre la ressemblance qui est entre les Vegetaux & les Animaux par les Graines & par les Oeufs, ils en ont encore une assez parfaite par les liqueurs qui les nourrissent, & un certain plan general de structure est tellement le même de part & d'autre, que l'on pourroit presque penser que les Vegetaux sont des Animaux auxquels il manque le sentiment & le mouvement volontaire.

M. Reneaume a donné quelques observations sur le suc nourricier des Plantes, & principalement sur la transpiration qui s'en fait. Il y a déjà plus de 160 ans que deux Auteurs Franciscains ont commencé à désabuser le monde sur la Manne de Calabre que l'on croyoit qui tomboit du Ciel, & ont découvert qu'elle sortoit des branches & des feuilles d'une espece de Fresno. Quand on est une fois sur les bonnes voies, on va loin en peu de temps. On a trouvé depuis un si grand nombre de sucs, qui transpirent des Plantes, comme la Manne de Calabre, que M. Tournefort en a fait 4 classes différentes, ceux qui contiennent beaucoup de Sel essentiel de la Plante, tels que le Sucre ordinaire, la Manne de Calabre, celle de Briançon, &c. les Resines, comme celles du Sapin, les Gommés, par exemple, la Gomme Arabique; enfin les Gommés-Resines. On sçait que la difference des Resines, & des Gommés consiste en ce que les Resines sont plus sulfureuses, & les Gommés plus aqueuses, de sorte que les premières se fondent dans l'Esprit de vin, & les autres dans l'Eau. Les Gommés-Resines se fondent en

partie dans l'Esprit de vin, en partie dans l'Eau.

Il peut arriver que des Plantes s'affoiblissent & perissent enfin par une trop grande transpiration de leur suc nourricier, comme les Animaux par de trop frequentes & de trop abondantes sueurs. C'est ainsi, selon la remarque de M. Reneaume, que les Noyers de Dauphiné meurent ordinairement, après qu'ils ont été trop chargés d'une espece de Manne qu'ils jettent, & que par cette raison les gens du Pais craignent fort de voir sortir en trop grande quantité. Ce n'est pas que cet Arbre n'ait beaucoup de suc nourricier, M. Reneaume le prouve par un fait assés remarquable, mais & le tissu serré de son écorce & de ses feuilles, & la grande quantité de fruits fort charnus qu'il a à nourrir, semblent montrer qu'il n'est pas destiné à dissiper inutilement beaucoup de suc par la transpiration.

Il y a une autre maniere dont les Plantes perdent leur suc nourricier, du moins par rapport à nous, & à nos usages. C'est en l'employant en rejettons, en chevelu, en branchages inutiles, ou en une si grande quantité de fruits, que peu d'années après elles demeurent épuisées, & ne produisent plus. L'Art de l'Agriculture a trouvé les remedes, ou les précautions nécessaires. C'est pour prévenir ces deux maux à la fois que l'on taille les Vignes.

On a déjà remarqué, & M. Reneaume le confirme par ses observations, que la Racine est l'Estomac de la Plante, & qu'elle fait la premiere & la principale préparation du suc. Delà il passe, du moins pour la plus grande partie, dans les vaisseaux de l'Ecorce, & y reçoit une nouvelle digestion. Les Arbres creusés & cariés, à qui il ne reste de bois dans leur tronc que ce qu'il en faut précisément pour soutenir l'écorce, & qui cependant vivent & produisent, prouvent assés combien l'écorce est plus importante que la partie ligneuse. Les feuilles contribuent à la perfection du suc nourricier, comme on le voit par les Arbres dont les Chenilles ont rongé les feuilles, & qui quoiqu'ils eussent fleuri, n'ont point de fruits cette an-

née-là, ou n'ont que des avortons. L'action de l'air ou du nitre de l'air, ou de la rosée sur les feuilles est fort sensible par la différence de couleur & de goût, qui est entre les Plantes élevées à l'air, & celles qui ne l'ont pas été.

Tels sont les principes, dont M. Reneaume fait dans son Memoire une application plus particuliere. Les détails de l'Agriculture sont d'eux-mêmes assez agréables, & comme tous les Hommes étoient naturellement destinés à cette fonction, il semble qu'il reste toujours à ceux qui ne s'en occupent pas, d'en étudier du moins la Theorie avec plaisir.

## DIVERSES OBSERVATIONS

### BOTANIQUE S.

#### I.

**D**Ans le même temps que l'on eut à l'Academie la Lettre du Medecin Espagnol de Caracas à M. de Pas sur la pierre de l'Iguana, ainsi qu'il a été dit cy-dessus \*, on eut aussi un Ecrit du même M. de Pas sur une Plante de la nouvelle Espagne, appelée *Chantelagua*. Elle croît plus abondamment aux environs de Panama, que par tout ailleurs, elle est d'un goût amer, à peu près comme celui de la Centaurée, & quand on l'infuse dans l'eau chaude, on s'apperçoit d'une odeur aromatique, qui approche un peu du Baume du Perou. C'est-là tout ce que nous pouvons dire sur sa Description, M. de Pas, par qui nous la connoissons, ne s'est attaché qu'à ses vertus.

Il assure qu'elle convient parfaitement à toutes les maladies; où il faut procurer de grandes transpirations, & dépurar la masse du sang, & que par consequent elle est spécifique dans la Pleuresie, dans les Catarres suffoquans, dans les Rhumatismes, dans les fièvres malignes, où il

\* p. 10.

n'y a pas une grande chaleur. Il a même éprouvé qu'elle étoit bonne dans les fièvres intermittentes, & il croit qu'elle soulageroit la goutte purement *humorale*, & non-pas *cretacée*. Il suffit d'avertir les Medecins qu'elle n'agit qu'en faisant beaucoup fermenter & élever le sang, & par-là ils verront bien quelles circonspections & quelles précautions elle demande, s'ils en font usage, qu'il faut saigner auparavant, la donner sur le déclin de la fièvre, &c. La dose de cette Plante doit être au moins d'un gros, & peut aller jusqu'à deux. On fait bien bouillir une bonne tasse d'eau, & l'on y met la Plante coupée par petits morceaux. On couvre bien exactement le vaisseau où elle infuse pendant un demi quart-d'heure, & on fait prendre cette potion au Malade la plus chaude qu'il se peut. Pour en ôter le dégoût, il est permis d'y mêler quelque remede de la même espece, c'est à dire un sudorifique & cordial qui soit agréable. Après que le Malade a pris cette infusion, on le couvre bien, & on le laisse suer. Les Indiens connoissent depuis long-temps les vertus de la Chancelagua, mais ils les cachoient soigneusement aux Espagnols, qui ne se sont pas attiré leur affection; ce n'est que depuis tres-peu de temps que les Espagnols ont découvert ce remede. M. de Pas dit que quelques personnes en ont apporté en France, & ne se servoient que des sommités de la Plante. Il prétend que l'usage en deviendra quelque jour aussi general, que celui du Quinquina, autre remede d'Amerique. On auroit peut-être quelque lieu de se plaindre de ce que la Medecine est un peu trop en garde contre les nouveautés.

## I I.

M. Homberg a dit qu'un assés grand Païs de la Marche de Brandebourg, qui étoit demeuré inculte pendant les Guerres de Suede, s'étant couvert de grands Sapins, on se trouva fort embarrassé ensuite à le défricher, & à exterminer ces grands Arbres, parceque soit quand on les coupoit, soit quand on les brûloit, ils repoussioient toujours du pied, & produisoient des racines qui arrê-

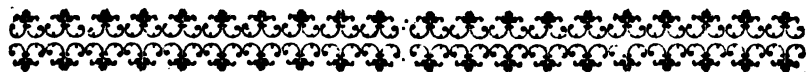
toient à tout moment le soc de la Charruë, qu'enfin le hazard apprit aux Païsans que ceux autour desquels on avoit fait des feux de paille, suffisans seulement pour en noircir l'écorce, pourrissoient sur pied jusqu'à l'extrémité des racines en 3 ou 4 ans, de sorte que ces racines devenoient friables comme du bois vermoulu, & ne résistoient plus au soc, & que cet expédient fut pratiqué par tout le Païs avec grand succès. - La pensée de M. Homberg sur ce fait, est que la chaleur des feux de paille ayant extrêmement dilaté les vaisseaux de l'Ecorce de ces Sapins, elle en avoit fait crever la plupart, & de plus avoit fondu la sève en même temps qu'elle s'extravaçoit. Comme elle est fort résineuse dans cette espece d'Arbres, elle a beaucoup de facilité à se fondre. Elle s'étoit ensuite refroidie, & par-là avoit causé une obstruction generale dans les tuyaux de l'Ecorce, qui, selon M. Homberg, & la plupart des Physiciens modernes, portent toute la nourriture de l'Arbre. Il avoit donc dû cesser de se nourrir, & en même temps la sève arrêtée, & qui ne pouvoit s'évaporer, devoit s'aigrir, faute de mouvement, parce que les Resines ont beaucoup d'Acide. Les Acides exaltés corrodoient la substance de l'Arbre, & le pourrissoient. S'il eût été coupé, l'ouverture des tuyaux de l'Ecorce auroit donné lieu à la sève de s'évaporer, & tout ce que causoit son séjour ne seroit pas arrivé, du moins si promptement.

V. les M.  
p 488.

**N**ous renvoyons aux Memoires la Description d'une Rose monstrueuse par M. Marchand.

Il a continué ses Descriptions de Plantes réservées pour un Ouvrage particulier,

Et M. Chomel, la Description des Plantes d'Auvergne.



# GEOMETRIE.

## SUR L'HYPOTHESE

### DU TOURNQYEMENT

### DE LA TERRE,

*Complicquée avec celle de Galilée touchant la Pesanteur des Corps.*

J Usqu'ici c'étoit une question que de sçavoir si l'hypothèse du tournoyement de la Terre peut s'accorder avec celle de Galilée sur la Pesanteur. De grands Geometres ont pris les deux partis contraires, & l'on ne doit pas en être surpris; ces sortes de questions qui demandent une fine Theorie du mouvement sont par elles-mêmes fort délicates, & elles étoient encore plus difficiles avant la découverte des Infiniment petits. Maintenant M. Varignon ayant en main ses formules des forces centrales, dont nous avons tant parlé, il s'en sert pour décider infailliblement le procès, & il donne en même temps un exemple de l'usage dont elles peuvent être.

V. les M.  
P. 12.

Supposé que la Terre tourne sur son axe, il faut que son Atmosphere la suive, & tourne avec elle d'un mouvement parfaitement égal, car sans cela une Pierre qui tombe verticalement d'une hauteur considerable, ne tomberoit pas sur le même endroit de la terre auquel elle répondoit au commencement de sa chute. D'ailleurs Galilée a supposé que la Pesanteur est une force constante, c'est à dire dont l'action est toujours égale dans tous les instans de la chute d'un corps, & delà il a conclu que dans une même chute les hauteurs verticales parcourues



en differens temps étoient comme les quarrés des temps employés à les parcourir.

A rassembler ces conditions, un corps tombant en l'air décrit donc une Courbe qui résulte du mouvement circulaire de l'Atmosphère par laquelle il est emporté, & du mouvement en ligne droite imprimé par la pesanteur, & tel que les différentes parties de cette ligne droite sont entre elles comme les quarrés des temps correspondans. La pesanteur est une force centrale que l'on conçoit comme inherente au centre de la Terre, & qui tire les corps vers ce point par des rayons qui y concourent tous. En déterminant l'expression des Infiniment petits de la Courbe que décrit le corps qui tombe, M. Varignon trouve aussi-tôt l'expression de la force centrale qui a part à la description de cette Courbe, & l'on voit que cette force est variable, & non-pas constante, comme la suppose Galilée.

Ce qui la rend variable, ou pour parler plus précisément, ce qui rend son action inégale, c'est que de la vitesse qu'elle imprime au Corps selon une ligne droite, le mouvement circulaire, parcequ'il est circulaire, en retranche nécessairement une partie, ainsi que le démontre M. Varignon. Delà il suit que le mouvement circulaire en retranche une partie d'autant plus grande, qu'il est plus circulaire, ou décrit un plus petit cercle, ou, ce qui est la même chose, que le Corps approche plus du centre de la Terre. L'action de la pesanteur diminuë donc toujours à mesure que le Corps qui tombe approche de ce centre, & s'il y arrivoit, elle deviendrait nulle. Aussi voit-on par la formule, qui selon la Theorie de M. Varignon exprime la pesanteur, qu'elle devient dans ce dernier cas infinie, c'est à dire que son action, modifiée comme elle doit l'être, étant nulle, il faudroit que la force fût infinie pour agir encore. On voit pareillement que quand le mouvement circulaire est infiniment peu circulaire, c'est à dire, quand le Corps tombe d'un point infiniment éloigné du centre de la Terre qui tourne, ou  
quand

quand elle ne tourne point , & qu'il tombe d'un point qui n'est qu'à une distance finie de son centre , ou quand elle tourne , & qu'il tombe d'une distance finie , mais que l'on prend les rayons concourans au centre de la Terre pour paralleles , à cause de la grande distance où ils concourent , la pesanteur agit toute entiere , & devient une force constante.

Il est donc certain que si la Terre tourne , & si l'acceleration de la chute des Corps se fait selon les quarrés des temps , la pesanteur n'est pas une force constante , que si elle est constante , l'une ou l'autre de ces suppositions n'est pas vraie , & enfin que ces trois choses ne sont compatibles ensemble que prises deux à deux de telle maniere qu'on voudra.

Il y a même encore plus. Le même raisonnement par lequel M. Varignon prouve que si la Terre tourne , & si l'acceleration des chutes se fait selon le Systême de Galilée , la pesanteur n'est pas constante , prouve qu'elle ne l'est pas non plus dans les chutes obliques à l'Horizon , quoique la Terre soit supposée immobile.

Mais tout cela ne doit s'entendre que dans la rigueur geometrique. La formule même de M. Varignon fait voir que dans les deux hypothèses qui empêchent l'action de la pesanteur d'être égale , son inégalité ne pourroit être sensible , à moins qu'un Corps ne tombât d'une hauteur sans comparaison plus grande que toutes celles d'où nous pouvons faire des experiences. Car que l'on tire au centre de la Terre deux lignes , l'une qui parte du point d'où le Corps tombe , l'autre du point où il tombe sur la terre , toute l'inégalité de l'action de la pesanteur est renfermée dans la difference de ces deux lignes , & cette difference n'est qu'un point par rapport à la longueur de la plus courte , qui est de 1500 lieues. On peut donc supposer hardiment en Physique les trois choses que la précision geometrique rendroit incompatibles , & en effet on les a toujours supposées sans s'appercevoir d'aucune erreur.

Voilà à quoi sert l'exaëtitude de la Geometrie. Elle nous donne dans toute sa pureté le Vrai, que la Physique & les experiences alterent toujours, & elle nous fait voir jusqu'à quel point, nous qui ne pouvons éviter de nous tromper, nous nous trompons impunément.

## SUR QUELQUES PROPRIETES

### DES PENDULES,

*Et de la Parabele par rapport aux Pendules.*

V. les M.  
p. 49.

UN Corps étant suspendu à un fil, si on le tire de son point de repos, qu'on lui fasse décrire un arc quelconque, qui sera nécessairement circulaire, & aura pour rayon la longueur du fil, ou du Pendule, & qu'ensuite on laisse retomber ce corps, il décrira en descendant le même arc qu'on lui avoit fait décrire en montant, passera de l'autre côté de son point de repos, & décrira de ce côté-là en remontant un arc égal à celui qu'il avoit décrit en descendant par son poids. Cette force qu'il a pour remonter lui vient de ce qu'en descendant pendant toute la premiere moitié de sa vibration, il a acquis de la vitesse par l'acceleration continuelle de sa chute, & comme cette vitesse est toujours proportionnée à la hauteur d'où il est descendu, & qu'elle en est en quelque sorte l'effët, elle est toujours capable de le faire remonter à cette même hauteur. On suppose ici, selon le Systême de Galilée reçu de tous les Philosophes, que les Vitesses sont comme les racines quarrés des Hauteurs.

La hauteur d'où descend un corps qui décrit un arc circulaire est le *sinus versé* de cet arc. Les sinus versés, aussi-bien que les *droits*, augmentent avec les arcs, & lorsqu'enfin l'arc est de 90 degrés, le sinus versé & le droit sont égaux au rayon du cercle. Si une ligne déterminée, qui est le sinus droit ou versé d'un certain arc ou

angle dans un cercle déterminé, est prise aussi pour sinus droit ou versé dans un autre cercle, elle sera sinus d'un plus grand arc ou d'un plus grand angle dans un plus petit cercle, & réciproquement.

J'appelle *Axe du mouvement* d'un Pendule, la ligne tirée de son point de suspension à son point de repos. Un Pendule qui vient de décrire en descendant un arc quelconque, étant arrivé à ce point, on suppose que dans cet instant il vienne à être raccourci, de quelque manière que cela se fasse; il est certain qu'il avoit acquis la force de remonter de l'autre côté de l'axe de son mouvement à la même hauteur ou au même sinus versé d'où il étoit descendu, & il est évident que pour être raccourci, il ne doit rien perdre de cette force. Mais parcequ'il est raccourci, son mouvement se fera dans un plus petit cercle, puisque la longueur du Pendule est toujours le rayon du cercle où se fait le mouvement, donc le sinus versé qui demeure le même sera sinus d'un plus grand angle, ou, ce qui est la même chose, le Pendule fera un plus grand angle avec l'axe de son mouvement, & s'en écartera davantage que s'il n'eût pas été raccourci. Quand il sera revenu pour la seconde fois à son point de repos, qu'on le raccourcisse encore, il a encore la force de remonter à la même hauteur que la première fois, il y remontera, mais en s'écartant encore davantage de l'axe de son mouvement. On voit que cet écart s'augmentera toujours, tant que l'on continuera d'accourcir le Pendule, & que la hauteur à laquelle il remontera dans toutes ses vibrations ou révolutions sera toujours celle qui aura été déterminée par le premier arc qu'il aura décrit en descendant.

Lorsque la longueur du Pendule en diminuant toujours viendra à être égale à cette hauteur ou à ce sinus versé constant, le Pendule décrira en remontant un quart de cercle entier, & fera un angle droit avec l'axe de son mouvement, ou, ce qui est la même chose, remontera à la hauteur de son point de suspension. Si sa longueur

devient encore plus petite, il décrira plus d'un quart de cercle, fera un angle obtus avec l'axe, remontera plus haut que le point de suspension, & enfin quand sa longueur ne sera précisément que la moitié du sinus versé constant, il décrira une demi-circonférence, & s'élèvera jusqu'à l'axe au-dessus du point de suspension. Delà il tombera perpendiculairement le long de l'axe, & sans décrire aucun arc.

Si de ce point de l'axe jusqu'où le Pendule s'étoit alors élevé, on tire une ligne droite à l'extrémité du premier arc circulaire d'où il est tombé, il est clair qu'à l'exception des deux points extrêmes de cette ligne, il n'y en aura aucun où il se trouve à la fin des vibrations qu'il fera en se raccourcissant toujours, car cette ligne, puisqu'elle est droite, fait dans toute son étendue le même angle avec l'axe, & le Pendule au contraire en fait toujours un plus grand. Tous les points où il se trouvera à la fin de ses vibrations, feront donc une Courbe, puisqu'elle aura deux points communs avec la ligne droite supposée, & ne se confondra pas avec elle. On demande quelle est cette Courbe, en supposant le raccourcissement successif du Pendule toujours égal & uniforme.

M. Carré trouve par une voie fort simple, que c'est une Parabole, dont le parametre est double du sinus versé constant. Son sommet est le point où le Pendule s'élève lorsqu'il s'élève jusqu'à l'axe, car les Ordonnées de la Courbe sont des perpendiculaires à l'axe du mouvement, tirées de l'extrémité de l'arc où le Pendule s'est élevé, & alors puisqu'il s'est élevé jusqu'à l'axe en décrivant une demi-circonférence, l'Ordonnée est nulle. De plus, quand le Pendule s'élève jusqu'à l'axe, sa longueur, où, ce qui est alors la même chose, la distance du sommet au point de suspension, est la moitié du sinus versé constant, & par conséquent le quart du parametre de la Parabole; donc le point de suspension est le foyer, puisqu'en toute Parabole la distance du sommet au foyer est le quart du parametre. Ainsi en imaginant que du foyer

de la Parabole pris pour centre soient décrits sur différens rayons une infinité d'arcs circulaires, terminés à la circonférence de la Parabole, ces arcs seront ceux que parcourra le Pendule toujours raccourci, il les parcourra tous, selon M. Carré, avec la même vitesse, & il est vrai que le sinus versé, ou la hauteur dont la racine quadrée exprime la vitesse acquise, est toujours la même, & de plus M. Carré trouve qu'il les parcourra en temps égaux, parceque dans la chute accélérée des corps les temps sont comme les vitesses.

Si donc une infinité de cercles concentriques étant donnés, on demandoit la Courbe qui les coupât de manière que les arcs qu'elle détermineroit fussent parcourus par un Pendule en temps égaux, ou avec la même vitesse, cette Courbe seroit une Parabole qui auroit pour foyer le centre commun de tous ces cercles; & si de plus la vitesse que devoit avoir le Pendule étoit déterminée, il faudroit que le parametre de la Parabole fût double de la hauteur d'où le Pendule devoit tomber pour acquérir cette vitesse. Ce sont-là de nouvelles propriétés de la Parabole par rapport aux Pendules, quoique d'un côté cette Courbe soit si connue & si maniée, & que de l'autre les plus habiles Geometres depuis Galilée aient eu pour la Theorie des Pendules une curiosité particulière. Mais il n'est pas aisé que la plus longue suite des plus profondes recherches épuise rien parfaitement.

En considerant le raccourcissement successif du Pendule, nous ne l'avons point poussé plus loin que la moitié du sinus versé constant, & c'est alors que le Pendule atteint jusqu'au sommet de la Parabole; mais il est indubitable qu'il pourroit être encore plus court à l'infini, & quels effets en devroient arriver? Nous ne les avons pas examinés jusqu'ici, afin de démêler davantage les idées.

On voit alors en jettant les yeux sur l'équation qui exprime la Parabole, que ses Ordonnées deviennent imaginaires, & par conséquent le Pendule ne peut plus aller

jusqu'à cette Courbe, ce qui est naturel, puisqu'il a parcouru tous ses points jusqu'à son sommet, le dernier de tous, mais ce n'est pas à dire qu'il n'ait plus aucun mouvement. Il s'élève toujours jusqu'à un point de l'axe, mais plus bas que le sommet de la Parabole, car quoiqu'il ait une force suffisante pour s'élever jusque-là, son peu de longueur ne le lui permet plus, & moins il a de longueur, plus le point où il s'élève est bas par rapport à celui où il tend à s'élever. Il a donc une tendance à s'élever qui n'est pas entièrement remplie ni satisfaite, & comme, lorsqu'elle l'étoit entièrement, il s'élevait jusqu'au sommet de la Parabole en décrivant une demi-circonférence, il doit lorsqu'il ne s'élève pas tant décrire plus d'une demi-circonférence, pour employer ce qui lui reste encore de force. On trouve qu'il décrit une circonférence entière autour de son point de suspension lorsque sa longueur est au sinus versé constant comme 2 à 5. Cette détermination dépend de la Théorie des forces centrifuges, car c'en est une véritable que la force avec laquelle le Corps tend à s'élever plus haut qu'il ne peut, & tire le fil qui le tient suspendu, mais nous n'entrerons pas présentement dans cette considération. Si le sinus versé constant étant toujours 5, la longueur du fil est entre 2 &  $2\frac{1}{2}$ , le corps ne décrira pas une circonférence entière, mais fera quelques vibrations au-dessus du point de suspension, plus ou moins grandes selon qu'il sera plus ou moins court dans les limites marquées. Si sa longueur est au-dessous de 2, il décrira une circonférence & fera de plus quelques vibrations au-dessous du point de suspension, & pourra même recommencer plusieurs fois la même circonférence.

Jusqu'ici nous n'avons supposé le Pendule que faisant ses vibrations *laterales*, & dans un même plan, ce qui est la considération la plus ordinaire, mais si l'on supposait qu'il les fît de manière à décrire la surface d'un Cone droit, & qu'on le conçût toujours raccourci comme l'on a fait, il faut voir quels changemens s'ensuivroient. Il est

facile de les déterminer. L'axe du mouvement du corps, est le même que celui du Cone droit, & la distance où il en est dans sa premiere révolution & avant que d'être accourci, donne la même hauteur à laquelle il est élevé, ou le même sinus verse que s'il faisoit ses vibrations laterales. Ce sinus est encore constant. Au lieu que le Pendule faisant ses vibrations laterales décrivait par son raccourcissement des arcs de cercles de differens rayons, il décrit maintenant des circonferences entieres, dont les rayons sont les differentes distances de l'extrémité du Pendule à l'axe; au lieu qu'il se trouvoit successivement dans tous les points d'une Parabole, il se trouvera dans tous ceux d'un Solide ou Conoïde parabolique, & comme il parcourait en temps égaux tous les arcs circulaires terminés à la Parabole, il parcourra de même en temps égaux toutes les circonferences qui composent la surface du Conoïde. Dans le cas où il s'élevoit à la hauteur de son point de suspension, & faisoit un angle droit avec l'axe, il s'élèvera encore à cette hauteur, & fera ce même angle, mais il décrira autour de son point de suspension un cercle horizontal, & dans le cas où il s'élevoit au sommet de la Parabole, il s'élèvera au sommet du Conoïde parabolique, & décrira autour de ce point un cercle infiniment petit, qui répondra à l'Ordonnée nulle de la Parabole. S'il manque encore quelque chose à cette comparaison, il est trop aisé de le suppléer.

## *SUR LES ROULETTES.*

**L**orsque M. Nicole apporta à l'Academie son Problème general sur les Roulettes, dont nous avons <sup>v. les M.</sup> parlé dans l'Hist. de 1706 \*, il étoit étranger, mais depuis étant devenu membre de la Compagnie, il lui a fait <sup>p. 21.</sup> revoir ce même Problème, & elle le donne maintenant <sup>\* p. 24.</sup> comme une chose qui lui appartient.

L'exemple de cette Theorie suffiroit seul pour prouver



que quand on veut saisir ce qu'il y a de plus general dans une recherche geometrique, il faut employer non-seulement l'Hypothèse, mais encore le Calcul des Infiniment petits. On emploie cette Hypothèse, quand on considere les Courbes, comme formées d'une infinité de lignes droites infiniment petites, auxquelles répondent dans les Abscisses & dans les Ordonnées des differences de même nature, & l'on emploie le Calcul, lorsqu'on donne des noms & des expressions à ces droites infiniment petites, & qu'on les fait entrer dans les operations algebriques. Les Anciens ont connu l'hypothèse des Infiniment petits, car ils ne font autre chose que ces grandeurs *moindres qu'aucune grandeur donnée ou finie*, dont ils se sont servis quelquefois, mais ni ils n'ont poussé cette hypothèse jusqu'aux differens Ordres ou Genres d'Infiniment petits, ni ils n'en ont connu le Calcul, ce qui les a extrêmement bornés.

Lorsqu'on veut s'élever à une Theorie generale, par exemple, à celle des Roulettes, & trouver, comme M. Nicole, une Equation telle, que de ces trois Courbes, la Generatrice, la Base, la Roulette, deux quelconques étant données, on trouve aussi-tôt la troisième, & cela, soit que le point décrivant se prenne sur la circonférence de la Generatrice, ou seulement sur son plan, qui est infini, il est visible qu'il faut trouver quelque chose de commun à toutes les Courbes possibles. Or elles n'ont rien de commun ou d'égal, du moins généralement parlant, que par leurs Infiniment petits. Si on fait rouler un arc fini de Cercle sur une ligne droite, on peut découvrir par les propriétés de l'une & de l'autre ligne, & par le mouvement qu'on donne à la Generatrice, quelle Roulette doit en résulter; mais si tout le reste demeurant le même, on suppose que la Generatrice qui étoit un arc de Cercle, soit un arc de Parabole, ces deux arcs n'ayant rien de commun, il faudra faire une seconde recherche toute differente de la premiere, & l'une ne servira de rien pour l'autre. Si l'on avoit seulement considéré une  
portion

portion infiniment petite d'un arc de cercle, appliquée pendant un mouvement d'un instant sur une portion infiniment petite de la Base, cette portion infiniment petite de Cercle pouvant être également portion de toute autre Courbe, tous les rapports qui auroient pû naître de cette considération auroient également appartenu à toutes les Courbes imaginables, & cela, comme on voit, en vertu de l'hypothèse de l'Infiniment petit.

Mais pour arriver au general, ce ne seroit pas assés d'avoir pris cette hypothèse, il faudroit encore en employer le calcul. Toutes les Courbes possibles se divisent en deux especes, en Geometriques, & en Mechaniques, & comme nous l'avons dit dans l'Hist. de 1704 \*, ces deux especes ne peuvent être exprimées d'une maniere qui leur soit commune, si elles ne le sont par leurs Infiniment petits. Il est donc necessaire de faire entrer les Infiniment petits dans toute Equation qui doit comprendre toutes les Courbes possibles. \* p. 115.

La Theorie de M. Nicole pour les Roulettes, établie sur de pareils fondemens, est si generale, qu'à mesure que l'on y fait des restrictions, elle produit encore des formules infiniment generales, quoiqu'elles le soient moins. Par exemple, elle contient une distance indéterminée du point décrivant au point de la Generatrice par où commence le roulement, & par conséquent si l'on égale cette distance à Zero, le point décrivant est sur la circonference de la Generatrice, & la formule donne toutes les Roulettes infinies qui dans cette supposition naissent de Generatrices quelconques roulant sur des Bases quelconques. Dans cette formule ainsi restreinte, on peut encore faire plusieurs restrictions, qui ne l'empêcheront pas d'être infinie. On peut supposer que la Base soit un Cercle, & l'on a une infinité d'especes differentes de Roulettes qui peuvent naître sur des Bases circulaires. Si de plus, la Generatrice est un Cercle, on a toutes les Epicycloïdes. Si le Cercle, qui est la Base, est infini, il vient enfin la Cycloïde ordinaire, qui après avoir été long-

temps seule, & par elle-même l'objet de l'attention des plus grands Geometres, est maintenant abîmée dans la Theorie universelle.

Nous avons déjà dit dans l'Hist. de 1706 que la plus curieuse découverte de M. Nicole sur cette matiere, est qu'une Courbe geometrique roulant sur elle-même produit une Roulette qui est aussi geometrique, en quelque endroit que soit pris le point décrivant; & que puisque ce point peut être pris en une infinité d'endroits sur le plan de la Generatrice, il n'y a point de Courbe geometrique, qui n'en puisse produire une infinité d'autres. Cette Proposition d'une si vaste étendue vient s'offrir d'elle-même par la Methode de M. Nicole. Car la distance du point décrivant à la Generatrice demeurant indéterminée, & seulement la Generatrice & la Base étant supposées la même Courbe, dont l'Equation ne renferme point d'Infiniment petits, on voit aussi-tôt que la Roulette generale qui en résulte, n'en renferme point non-plus, & par conséquent est geometrique. Ainsi quand un Cercle roule sur un Cercle égal, toutes les Epicycloïdes qui en naissent sont geometriques, soit qu'elles soient *simples*, *allongées*, ou *accourcies*\*, c'est à dire, soit que le point décrivant soit pris sur la circonference du Cercle generateur, ou au dedans, ou au dehors. Ce n'est pas cependant que l'égalité de la Generatrice & de la Base soit une condition necessaire en fait de Cercles, il suffit que leurs rayons aient un rapport de nombre à nombre. Delà vient que la Cycloïde, ou simple, ou allongée, ou accourcie, est mechanique; elle a pour Generatrice, & pour Base, deux Cercles, l'un fini, l'autre infini, dont par conséquent le rapport n'est pas exprimable en nombres.

\* V. l'Hist.  
de 1706. p.  
74. & 75.



## SUR DES QUADRATURES

DE SUPERFICIES CILINDRIQUES,

QUI ONT DES BASES CONIQUES.

**Q**Uand on connoît une propriété dans une Courbe, V. les M. p. 330.  
 s'il y a quelque autre Courbe analogue & de même  
 espèce, la même propriété s'y doit trouver avec certaines  
 modifications, & elle sert d'indice aux Geometres, qu'il  
 y a là quelque découverte à faire, à peu près comme les  
 vapeurs du matin, & quelques autres marques font recon-  
 noître aux Fonteniers les sources cachées.

La superficie d'un Cilindre peut être conçûe comme  
 formée d'une infinité de lignes droites égales, parallèles,  
 & infiniment proches, élevées perpendiculairement sur  
 le plan d'un Cercle, & dont chacune part d'un point de  
 sa circonference. Si l'on conçoit tous les Sinus d'un quart  
 de Cercle élevés chacun perpendiculairement sur le point  
 de la circonference qui lui répond, ils formeront une su-  
 perficie cylindrique, mais décroissante, si on la prend de-  
 puis le plus grand Sinus qui est le Rayon, jusqu'au plus  
 petit qui est Zero. M. Pascal, l'un des premiers Geome-  
 tres de son Siecle, a démontré que cette superficie cilin-  
 drique étoit égale au quarré du Rayon.

Tous ces Sinus ne sont que les lignes qui remplissent &  
 qui forment l'aire d'un quart de Cercle, & l'on pourroit  
 d'abord être surpris que ces mêmes lignes qui ne forment  
 que cet espace non quarrable, lorsqu'elles sont toutes ar-  
 rangées & disposées sur le rayon, viennent à former un  
 espace & plus grand & quarrable, sans augmenter ni en  
 nombre ni en grandeur, lorsqu'elles sont disposées sur la  
 circonference du quart de Cercle. Mais il est aisé de con-  
 cevoir d'où vient ce changement, & principalement se-  
 lon le Systême des Infiniment petits. Le rayon du Cercle  
 étant conçu comme divisé en parties infiniment petites

& égales, les sinus, lorsqu'ils sont arrangés sur ce rayon, forment chacun avec la partie du rayon infiniment petite qui lui répond, & à laquelle il est perpendiculaire, un rectangle ou espace infiniment petit, & la somme infinie de tous ces espaces est l'aire du quart de cercle. Si ces mêmes Sinus sont disposés sur la circonférence du quart de cercle, il faut la concevoir divisée en un nombre de parties infiniment petites égal au nombre des parties du rayon, & chaque Sinus multiplié par chacune de ces parties fait un rectangle ou espace infiniment petit, qui est l'élément de la superficie cylindrique. Mais les parties infiniment petites de la circonférence du quart de cercle étant en même nombre que celles du rayon, doivent nécessairement être plus grandes, & delà vient que la superficie cylindrique est plus grande que l'aire du quart de cercle, & puisque ces deux espaces sont differens, l'un peut être quarrable sans que l'autre le soit. La difference de longueur, inconnue jusqu'à présent, qui est entre le rayon & la circonférence du quart de cercle, produit la difference, pareillement inconnue, qui est entre l'aire du quart de cercle, & la superficie cylindrique égale au quarré du rayon.

M. de la Hire a voulu voir si d'autres Lignes prises dans quelque autre Section Conique, comme les Sinus le sont dans le Cercle, & élevées de même selon leur ordre naturel sur la circonférence de cette Section, n'auroient pas aussi la propriété de composer une superficie quarrable. Il nomme toujours cette superficie cylindrique, quoique la base n'en soit pas circulaire. Il a trouvé par des voies fort faciles que cette propriété du Cercle convient à toutes les Sections Coniques. Par exemple, dans la Parabole la *Directrice* étant tirée, c'est à dire une ligne perpendiculaire à l'Axe, & aussi éloignée du sommet que le sommet l'est du foyer, toutes les lignes menées de cette *Directrice* au foyer, étant ensuite élevées perpendiculairement sur la circonférence de la Parabole aux points qui leur répondent, elles font une superficie cylindrique éga-

le à un certain espace connu dans la Parabole.

Toutes les quatre Sections Coniques se transforment aisément les unes dans les autres, parceque ce n'est proprement qu'une même Courbe différemment modifiée. On peut, par exemple, les rappeler toutes à une même idée générale, en n'y considérant que les deux foyers. Ou ces foyers sont renfermés sous la même circonférence, ou ils ne le sont pas. S'ils sont sous la même circonférence, ou ils sont à une distance finie l'un de l'autre, & c'est une Ellipse, ou l'un est à une distance infinie de l'autre, & c'est une Parabole, ou ils sont infiniment proches & confondus en un, & c'est un Cercle. S'ils ne sont pas renfermés tous deux sous la même circonférence, c'est une Hiperbole, ou pour parler plus précisément, les deux Hiperboles opposées. Il est donc souvent facile de trouver par le moyen d'une de ces Courbes ce qui doit lui répondre dans l'autre. Si l'on veut, par exemple, trouver une ligne qui soit à l'Ellipse ce qu'est la Directrice à la Parabole, on jugera que puisque la Parabole a un de ses foyers infiniment éloigné de l'autre, & que sa Directrice qui se rapporte aux foyers est une ligne droite ou une circonférence d'un Cercle infini, la Directrice de l'Ellipse doit être un Cercle fini, concentrique à l'Ellipse, & aussi éloigné du point qu'on prend pour sommet, que ce sommet l'est du foyer le plus proche. En effet, c'est par ce Cercle que M. de la Hire détermine dans l'Ellipse les lignes qui forment la superficie cylindrique qu'il cherche, de même qu'il avoit déterminé par la Directrice de la Parabole les lignes qui y font le même office. De l'Ellipse à l'Hiperbole, le passage est aisé.

Tout l'art de cette recherche consiste en général à trouver dans chaque Courbe une suite infinie de lignes droites, telles que chacune d'elles multipliée par l'arc infiniment petit de la Courbe correspondant, fasse un rectangle égal à l'Element de quelque espace connu dans la Courbe. Par-là M. de la Hire a beaucoup étendu ce qui, selon la vûe de M. Pascal, n'appartenoit qu'au Cercle.

Les verités que l'on decouvre les premières ne sont jamais que de petits ruisseaux qui ont des sources éloignées & fécondes, que l'on trouve en remontant toujours.

---

## S U R U N P R O B L E M E D E T R I G O N O M E T R I E S P H E R I Q U E.

**L**A Trigonometrie Spherique est fort differente de la Rectiligne. Par exemple, au lieu qu'un Triangle rectiligne ne peut avoir plus d'un angle droit, un Triangle spherique en peut avoir deux, & même trois. C'est ainsi que le Triangle spherique formé par l'Equateur, le Meridien, & l'Horison a deux angles droits dans la Sphere oblique, & trois dans la droite. La Trigonometrie spherique est plus compliquée que la rectiligne, & ses operations sont plus penibles, & c'est rendre un service aux Geometres que de ramener, autant qu'il est possible, la moins simple, à celle qui l'est davantage.

M. Ozanam l'a fait par la résolution de ce Problème, *Trouver par les Tables des Sinus la Declinaison d'un point donné de l'Ecliptique sans aucune connoissance de la Trigonometrie spherique, & par une seule Analogie.* Il est visible qu'un point de l'Ecliptique étant donné, sa distance au plus proche Equinöxe, qui est un arc de l'Ecliptique est donnée, on sçait d'ailleurs que l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur est de 23 degrés  $\frac{1}{2}$ , & la Declinaison que l'on cherche, qui est un arc d'un Cercle perpendiculaire à l'Equateur, est le côté opposé à cet angle. Voilà donc un triangle spherique qui a un angle droit dont l'hipotenuse est l'arc de l'Ecliptique déterminé & connu, & un angle aigu de 23 degrés  $\frac{1}{2}$ . Par-là M. Ozanam détermine en ne se servant que de lignes droites, que comme le sinus total, qui est la premiere mesure de toute Trigono-

metrie rectiligne, est au sinus de l'arc de l'Ecliptique, ainsi le sinus de l'angle de  $23\frac{1}{2}$ , est au sinus d'un arc qui sera la Declinaison cherchée. Une seule proportion fondée sur une Trigonometrie, qui n'est que rectiligne, résout donc ce Problème de Trigonometrie spherique.

De cette même résolution, M. Ozanam tire encore, & avec facilité, cette proposition fondamentale de la Trigonometrie spherique, que *dans tout triangle spherique les sinus des angles sont proportionels aux sinus de leurs Bases*, au lieu que dans un triangle rectiligne ce sont les Bases mêmes qui sont proportionnelles aux sinus de leurs angles; mais c'est que dans un triangle spherique ces Bases, ou les Côtés sont des arcs de Cercles.

**N**ous renvoyons aux Memoires  
 Les Regles de M. Rolle pour trouver les Rayons des Développées. V. les M.  
P. 370.

**C**ette année parut un Ouvrage posthume de M. le Marquis de l'Hôpital, qui avoit déjà été promis dans l'Hist. de 1704 \*, intitulé *Traité Analytique des Sections Coniques, & de leur usage pour la résolution des Equations dans les Problèmes tant déterminés qu'indéterminés*. Comme le dessein de cet Ouvrage est absolument le même que celui d'un Livre de M. Guisnée, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1705 \*, nous supposérons ici toutes les idées, & tous les principes que nous expliquâmes alors. \* p. 133. &  
134.  
\* p. 98. &  
suiv.

Le Livre de M. le Marquis de l'Hôpital commence par un Traité des Sections Coniques, d'abord prises séparément, ensuite comparées entre elles, & quoique par rapport à l'objet qu'il se propose, ce fût assés de les considérer dans le plan, il les considere aussi dans le solide, c'est à dire dans le Cone où elles sont nées. Cette ma-



niere, si naturelle & si simple en apparence, de rechercher leurs propriétés dans leur premiere formation, est cependant la plus difficile & la plus compliquée, mais elle l'est devenuë infiniment moins, depuis que M. de l'Hôpital a trouvé, selon sa coûtume, une route nouvelle dans cette Theorie. La matiere des Sections Coniques, toute usée qu'elle est, n'a pas laissé de se trouver encore susceptible entre ses mains de certains tours originaux, qui n'appartiennent qu'à un grand Maître; car sa mort nous donne une entiere liberté de parler de lui. Entre ces tours singuliers, & en quelque sorte hardis, on peut remarquer celui qu'il prend pour faire passer une Section Conique par 5 points donnés.

La nature des Sections Coniques, & sur tout la maniere de les décrire avec le moins de choses données qu'il soit possible, étant établie, on a en general tout ce qui est nécessaire pour la construction des Equations indéterminées du 2<sup>d</sup> degré, & de toutes les Equations déterminées jusqu'au 4<sup>me</sup> degré inclusivement. Mais il reste de sçavoir en particulier appliquer telle Equation à telle Section. M. de l'Hôpital a executé tout ce que M. Guisnée avoit promis pour lui, ainsi que nous l'avons dit dans  
 \* p. 108. l'Hist. de 1705 \*. Il a pris les Equations les plus composées qui pussent se rapporter aux trois Sections Coniques, ou plutôt aux quatre, car le Cercle peut passer pour une espece d'Ellipse, & il a donné les caractères infailibles auxquels on reconnoît qu'une telle Equation se rapporte à une telle Section. Quelques-uns de ces caractères sont fort differens de ceux qui feroient reconnoître ou les Equations simples que M. Guisnée a considerées seules, & auxquelles il a réduit les autres, ou quelquefois seulement les Equations composées. Il est vrai que M. de l'Hôpital n'a démontré en rigueur & à *priori*, ni que les Equations composées qu'il donne soient les plus plus composées qu'il se puisse, ni que les caractères qu'il assigne naissent necessairement de la nature des Sections; il a voulu apparemment épargner à ses Lecteurs une discussion trop étendue,

étenduë, & trop épineuse ; mais outre qu'on apperçoit déjà suffisamment quelques-uns de ses principes, ceux qui voudront s'en assurer pleinement retrouveront sans doute les mêmes sources où il a puisé.

Quand on a donc une Equation indéterminée du 2<sup>d</sup> degré, il faut d'abord reconnoître à quelle Section elle appartient, ensuite la comparer à l'Equation generale de M. de l'Hôpital, selon la maniere qu'il enseigne, & l'on décrit infailliblement & sans peine la Courbe ou la portion de Courbe necessaire pour la construction de l'Equation proposée. C'est-là une espece de faveur qu'il fait à tous les Geometres, à qui il sauve entierement sur ce point le travail de l'invention & de la recherche, & qui n'ont plus qu'à operer.

Mais il y a eu un autre point préliminaire, surquoi on ne leur peut rien sauver, c'est de trouver par les conditions du Problème proposé l'Equation que l'on construira ensuite. Arriver à cette Equation par la voie la plus courte & la plus simple, exprimer de la maniere la plus naturelle les conditions du Problème, & les remplir, pour ainsi dire, à moins de frais, c'est un pur effet du genie & de l'industrie particuliere du Geometre. Les Regles ne vont point jusque-là, & tout ce qu'a pû faire M. de l'Hôpital, a été d'en donner dans son Livre un grand nombre d'exemples, que personne n'étoit plus capable de donner. Il les a choisis entre les Problèmes ou les plus difficiles, ou les plus utiles, ou les plus fameux, & par tout il a fait briller l'Art qui lui étoit particulier, & a communiqué ses secrets autant qu'il le pouvoit.

La methode de construire une Equation déterminée, est de la changer en deux indéterminées chacune d'un degré inférieur, & telles que les interseptions de leurs Lieux ou des Courbes auxquelles elles se rapportent donnent les Racines de l'Equation déterminée. Il faut que les deux indéterminées puissent toujours rendre la déterminée, quand on fera évanouir une des inconnuës, & de plus que les deux indéterminées soient les plus simples,

ou se rapportent à des Courbes les plus simples qu'il soit possible.

Pour construire une Equation déterminée du 3<sup>me</sup> ou du 4<sup>me</sup> degré, les deux Equations indéterminées ou les deux Lieux les plus simples que l'on puisse employer sont tous deux du 2<sup>d</sup> degré. Pour une Equation déterminée du 5<sup>me</sup> & 6<sup>me</sup> degré, ces Lieux sont l'un du 2<sup>d</sup>, l'autre du 3<sup>me</sup>. Pour le 7<sup>me</sup>, 8<sup>me</sup>, & 9<sup>me</sup> degré, ils sont tous deux du 3<sup>me</sup>. Pour le 10<sup>me</sup>, 11<sup>me</sup>, & 12<sup>me</sup> degré, ils sont l'un du 3<sup>me</sup>, l'autre du 4<sup>me</sup> degré. Pour le 13<sup>me</sup>, 14<sup>me</sup>, 15<sup>me</sup>, & 16<sup>me</sup> degré, ils sont tous deux du 4<sup>me</sup>. Pour le 17<sup>me</sup>, 18<sup>me</sup>, 19<sup>me</sup>, & 20<sup>me</sup>, ils sont l'un du 4<sup>me</sup>, l'autre du 5<sup>me</sup>. Pour le 21<sup>me</sup>, 22<sup>me</sup>, 23<sup>me</sup>, 24<sup>me</sup>, & 25<sup>me</sup>, ils sont tous deux du 5<sup>me</sup>, &c. Tout cela n'est prouvé que par induction; mais comme il seroit & curieux & utile d'avoir une Regle par laquelle on trouvât d'abord le degré des deux Lieux les plus simples qui puissent construire une Equation déterminée quelconque, M. de l'Hôpital a fait cette observation sur la progression des Nombres que nous venons de marquer. Toute Equation déterminée dont le degré est un nombre quarré se construit par deux Lieux d'un degré égal à la racine. Depuis ce quarré jusqu'au quarré prochain & supérieur, les Equations dont le degré est quelqu'un des nombres moïens se partagent en deux especes par rapport à la construction. Les unes se construisent par deux Lieux, dont l'un est égal à la racine du moindre quarré, l'autre à celle du plus grand, & les autres Equations se construisent par deux Lieux égaux à la racine du plus grand. Les premières sont celles dont le degré est depuis le moindre quarré jusqu'au nombre égal à ce quarré plus sa racine, les secondes sont celles dont le degré est depuis ce nombre jusqu'au plus grand quarré. On vient d'en voir des Exemples, & delà il est aisé de tirer une Regle de pratique. Comme les intervalles entre les quarrés consecutifs vont toujours en augmentant, il suit que plus le degré des Equations déterminées est élevé, plus il y a un grand nombre d'Equations plus élevées les unes que les autres,

qui se construisent par des Lieux du même degré. Ces rapports de certaines suites de Nombres à certaines choses ne sont pas des hazards, & il seroit fort curieux, mais peut-être quelquefois fort difficile, d'en découvrir la première & la véritable cause.

En donnant des exemples de constructions de différens degrés, M. de l'Hôpital ne manque pas les occasions plus particulières d'instruire qui peuvent se présenter; tantôt il enseigne à employer de certains tours d'adresse, qui facilitent les opérations, tantôt il fait voir en quoi quelques Regles ordinaires ou qui viennent des plus grands Maîtres peuvent être défectueuses, & en general il rassemble tout ce qu'on a sçu jusqu'ici sur cette matiere, ou mêlé avec tout ce qu'il avoit pu y découvrir, ou rectifié par ses vûes, mais de tout cela nous ne pouvons entreprendre d'en donner aucune idée; ces sortes de choses sont, pour ainsi dire, trop attachées au lieu qui les contient.

Seulement nous dirons un mot du morceau qui finit tout le Livre, c'est une Methode generale pour la division d'un arc de cercle quelconque en un nombre impair de parties égales, ou, ce qui revient presque au même, pour l'inscription d'un Poligone regulier quelconque dans le cercle. Ces Problèmes produisent necessairement des Equations déterminées d'un degré d'autant plus élevé que l'arc circulaire doit être divisé en un plus grand nombre de parties, ou que le Poligone a plus de côtés.

Nous avons parlé dans l'Hist. de 1702 \* de la Methode \* p. 58. & que trouva feu M. Bernoulli, après celles de M. son frere, <sup>suiv.</sup> pour la Section indéfinie des Arcs circulaires; elle consistoit en une Progression des Cordes correspondantes, fort subtilement trouvée, & c'est en effet à des Progressions ou Series que doivent toujours aboutir les résolutions de ces sortes de Problèmes, quand on veut qu'elles soient generales. M. de l'Hôpital a trouvé une Progression toute nouvelle, démontrée en toute rigueur, qui marche toujours d'un pas égal, & ne laisse aucun vuide

qu'il faille remplir sur la foi des termes connus, comme il arrive quelquefois. Elle lui produit même, & des Theorèmes entierement nouveaux sur le Cercle, quoique si manié & depuis si long-temps, & des reflexions fines sur certaines suites de Nombres, & principalement sur les Nombres *figurés*, ce qui peut être tres-utile dans la Theorie des Combinaifons.

Des Progreffions ou Series qui font un peu composées demandent naturellement des Tables qui les representent, & où l'on ira chercher le terme dont on aura besoin, par exemple, la premiere des 5 Cordes qui couperont en 5 parties égales un arc donné. Mais comme on peut n'avoir pas cette Table toute faite, M. de l'Hôpital donne une Equation generale par laquelle on trouvera tout d'un coup le Terme que l'on voudra. Il va même jusqu'à donner la construction d'un Instrument, qui executera telle division d'arc que l'on voudra en un nombre impair de parties, & c'est-là tout ce qu'on peut jamais desirer en cette matiere.

A la Methode de la Section indéfinie d'un arc circulaire, dont la Trisection de l'angle, cherchée par les Anciens, n'est que le cas le plus simple, M. de l'Hôpital joint la Methode de trouver tant de moyennes proportionnelles qu'on voudra entre deux grandeurs données, autre Problème, dont le cas le plus simple est la Duplication du Cube, cherchée aussi par les Anciens. Il en donne la résolution geometrique, & en même temps un Instrument qui executera geometriquement tout ce qu'on voudra.

C'est par-là que finit l'Ouvrage. Il y manque la Theorie des Courbes Mechaniques, que nous avons annoncée dans l'Hist. de 1704 \*, elle entroit dans son dessein, mais il ne l'avoit pas encore faite quand il est mort. Ce qu'il n'a pû donner au Public est une perte presque entierement irréparable.

\* p. 133. &  
234.

En general le plan de ce Livre est celui de la Geometrie de M. Descartes, mais beaucoup plus étendu & plus

complet. M. Descartes s'étoit contenté d'énoncer simplement ses vûës, & d'une maniere si succincte, qu'il a eu besoin de Commentateurs. M. de l'Hôpital les rend tous inutiles, & il va beaucoup plus loin qu'eux. Il falloit à M. Descartes un tel Interprete, ou plutôt un tel successeur de son genie.

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

## ASTRONOMIE.

### *SUR LA SECONDE INEGALITE'*

#### *DES SATELLITES DE JUPITER.*

**L**Es observations des Satellites de Jupiter faites par l'Academie depuis l'an 1670 jusqu'en 1675, découvrirent dans leurs mouvemens une inégalité que l'on n'y connoissoit pas encore. On voyoit quelquefois le premier Satellite, par exemple, sortir de l'ombre de Jupiter plus tard qu'il n'auroit dû faire selon le calcul des Tables, qui d'ailleurs répondoit assez juste aux observations, & quelquefois il en sortoit précisément dans le temps prescrit par le calcul. Cette inégalité n'étoit point assez legere pour être attribuée à de petites erreurs qui se glissent toujours dans les operations les plus exactes, elle alloit dans son plus grand excès jusqu'à 14'. V. les M. P. 25.

M. Cassini, & M. Roëmer, alors membre de l'Academie, l'ayant examinée de près, trouverent qu'elle se rapportoit aux différentes distances de Jupiter à la Terre, ou, ce qui revient au même, à ses diverses configurations avec le Soleil, qu'immediatement après une opposition de Jupiter au Soleil, qui est le temps où Jupiter est le plus proche de nous, le premier Satellite sortoit de l'ombre de Jupiter dans le temps marqué par les Tables, qu'en-

suite il en sortoit toujours plus tard , jusqu'à ce qu'enfin il en sortît 14' plus tard , proche la conjonction de Jupiter au Soleil , qui est le temps où Jupiter est le plus éloigné de nous , & où il l'est plus que dans l'opposition de toute l'étendue du diametre de l'Orbe annuel décrit par la Terre autour du Soleil. Comme cette inégalité du mouvement du Satellite sembloit dépendre de ce que Jupiter & lui sont vûs de la Terre & non du Soleil , on l'appella *seconde* inégalité , selon les principes établis dans l'Hist. de 1704 \*.

\* p. 70.

Une conjecture fort ingenieuse sur la cause de cette inégalité se presenta d'abord aux deux Astronomes. Ils conçurent que le mouvement de la Lumiere n'étoit pas *instantané* , comme l'avoient crû jusque-là tous les Philosophes , mais qu'elle emploïoit quelque temps à se répandre , que cela supposé , si le Satellite sortoit plus tard de l'ombre quand nous étions plus éloignés de lui , ce n'étoit pas qu'il en sortît effectivement plus tard , mais que sa lumiere avoit été plus de temps à venir jusqu'à nous , parceque , pour ainsi dire , nous avions fui devant elle.

M. Cassini proposa cette pensée dans un Ecrit qu'il publia au mois d'Aoust 1675 , pour annoncer aux Astronomes la seconde inégalité qu'il avoit découverte dans les Satellites de Jupiter. Il leur prédisoit pour les en assurer qu'elle seroit cause qu'une Emersion du premier Satellite qui devoit arriver le 16 Novembre suivant , arriveroit 10' plus tard qu'elle n'étoit calculée.

Mais M. Cassini ne demeura pas long-temps dans la pensée que la propagation successive de la Lumiere produisist cette seconde inégalité , & au contraire M. Roëmer s'attacha à cette hypothèse , & la soutint avec tant de force & de subtilité qu'il se la rendit propre , & qu'un grand nombre d'habiles Philosophes l'ont prise de lui.

Elle étoit digne en effet d'inspirer à un Homme d'un grand esprit une espee de passion. Pourquoi la Lumiere pourroit-elle traverser un espace en un instant , plutôt qu'un Bloc de marbre ? Le mouvement du corps le plus

subtil ne peut être que plus prompt que celui du corps le plus pesant & le plus massif, mais il ne peut pas plus être instantanée. Un préjugé trop favorable aux Cieux & aux Corps celestes leur a fait donner bien des prérogatives qu'ils commencent à perdre. On les avoit crus incapables d'alteration, on en est presentement desabusé par l'expérience, mais si on avoit bien raisonné, ç'auroit été de tout temps un grand préjugé contre eux, que les changemens des Corps sublunaires. Les mêmes Loix de la Nature ont cours par tout, & les Cieux ne doivent nullement être privilégiés. Si l'on veut que le mouvement de la Lumière ne soit pas un changement réel de lieu, un transport effectif, mais une simple pression de quelque matiere subtile, une ondulation, le Son n'en est qu'une non-plus, & il ne se répand pas en un instant. De plus les 14 Minutes que la Lumière doit employer à traverser l'Orbe annuel, c'est à dire à parcourir 66 millions de lieues, donnent une facilité agréable à faire des calculs sur ce mouvement, à lui comparer celui du Son, à fonder des speculations élevées & subtiles, & tout cela persuade en faveur de l'hypothèse.

Cependant M. Maraldi la combat presentement, & d'une maniere assez forte. Il prouve que tout ne s'y accorde pas, & c'est assez, car une hypothèse est obligée de répondre à tout.

Il est vrai que d'une opposition de Jupiter à une conjonction, ou d'une conjonction à une opposition les Eclipses du premier Satellites varient selon que le demanderoit le mouvement successif de la Lumière. Il est vrai de plus qu'entre ces deux termes, c'est à dire, vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil, la variation des Eclipses du Satellites est la moitié de la variation totale, de même que la variation de la distance de Jupiter à la Terre est alors la moitié de la variation totale de cette même distance depuis une opposition jusqu'à une conjonction.

Mais il faudroit encore que du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter ou réciproquement, il y eût une variation dans



les Eclipses du Satellite; car du Perihelie à l'Aphelie de Jupiter la variation de sa distance à l'égard du Soleil, est le quart du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, & si la lumiere traverse cet Orbe en 14', elle parcourt le quart de son diametre en 4' à peu près, qui sont une quantité assez sensible pour l'Astronomie d'aujourd'hui. Il s'ensuit donc que si l'on a plusieurs observations des Eclipses du Satellite pendant l'opposition de Jupiter, mais que dans les unes Jupiter ait été à son Perihelie, & dans les autres à son Aphelie, elles doivent donner une variation sensible dans les Eclipses du Satellite, mais M. Maraldi, qui a un grand nombre d'observations entre les mains, prouve que cette variation ne s'y rencontre jamais, & que l'on gâteroit les Tables si l'on y vouloit introduire à cet égard la consideration du Perihelie & de l'Aphelie de Jupiter.

Il faudroit de plus dans l'hypothèse du mouvement successif de la lumiere, que la seconde inégalité du premier Satellite lui fût commune avec les trois autres, les differences de leurs distances à la Terre ne sont rien, ni par rapport à l'énorme distance où ils en sont tous, ni par rapport à la prodigieuse rapidité qu'on est obligé d'attribuer à la lumiere. Mais M. Maraldi fait encore voir que les trois Satellites les plus élevés ont, à la verité, des secondes inégalités, aussi-bien que le premier, mais fort differentes, & beaucoup plus grandes, au lieu qu'elles devroient être égales à la sienne.

Il paroît donc qu'il faut renoncer, quoique peut-être avec regret, à l'ingenieuse & séduisante hypothèse de la propagation successive de la lumiere, ou du moins à l'unique preuve certaine que l'on crût en avoir, car une preuve manquée ne rend pas une chose impossible. Il est vrai que si la lumiere traverse 66 millions de lieux sans y employer le moindre temps dont nous puissions nous apercevoir, il y a sujet de craindre qu'elle ne se répande en un instant, il faudroit qu'elle eût une vitesse au-delà de toute vrai-semblance. A quoi tient-il que nous ne tombions dans de grandes erreurs? Si Jupiter n'eût eu qu'un Satellite,

Satellite, & si son excentricité à l'égard du Soleil eût été moindre, & ces deux choses-là étoient fort possibles, nous nous ferions tenus sûrs que la lumière traversoit en 14' l'Orbe annuel de la Terre.

## SUR L'ECLIPSE DE LUNE

DU DIX-SEPT AVRIL.

**L'**Eclipse de Lune du 17 Avril ne fut observée que fort imparfaitement par les Astronomes de l'Académie, des nuages qui passaient presque à chaque moment devant la Lune leur déroberent un grand nombre de Phases, & leur rendirent douteuses la plupart de celles qu'ils leur laisserent appercevoir. V. les M. p. 168. 172. 355.

M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi virent au travers des nuages le bord oriental de la Lune déjà un peu éclipsé à 11<sup>h</sup> 57' du 16 Avril, & M<sup>r</sup> de la Hire observerent pour première phase 3 doigts 36' éclipsés à 0<sup>h</sup> 11' du 17. Ces deux observations s'accordent à donner le commencement de l'Eclipse beaucoup plutôt que 0<sup>h</sup> 5' du 17, temps auquel il avoit été marqué par la *Connoissance des Temps*. Elle s'est trop écartée du Ciel sur ce point, & l'Académie ne fait point de difficulté de l'avouer. Les calculs, quoique longs & pénibles, ont été refaits tout de nouveau par ceux même qui ne les avoient pas faits en premier lieu, & qui n'y avoient nul intérêt personnel; on n'a pu y découvrir d'erreur. Il se peut que les irrégularités de la Lune, qui en a plus qu'aucune autre Planète, ne soient pas encore toutes connues, ou ne le soient pas parfaitement. p. 174.

C'est dans les observations difficiles que les Astronomes ont lieu de faire paroître plus d'industrie. M. de la Hire avoit deux observations sûres, éloignées l'une de l'autre de 23', & entre ces deux il en avoit 8 de douteuses. Il fit reflexion que cette Eclipse étoit centrale à très-peu de chose près, c'est à dire, que le centre de la Lune

passoit par celui de l'ombre, & qu'en vertu de ce passage direct & perpendiculaire, l'ombre devoit marcher d'un pas égal sur le corps de la Lune, & y couvrir ou y laisser découvertes des parties égales en des temps égaux. Comme il avoit 8 observations douteuses entre 2 sûres, il partagea en 10 intervalles de temps égaux les 23 Minutes qui étoient l'intervalle des deux bonnes observations, & par-là il trouva les 10 parties égales correspondantes du diametre de la Lune, où l'ombre devoit s'être trouvée successivement. En comparant à ces phases certaines celles qu'il avoit par ses observations douteuses, ou telles qu'elles lui donnoient, il vit à quoi pouvoit monter l'erreur, & jusqu'où il pouvoit se fier à des operations faites dans cette espece de desordre. D'un autre côté M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi suppléerent aux observations qui leur manquoient par celles qui leur vinrent de divers endroits. Par exemple, ils avoient observé avec sûreté le commencement de l'Emersion, M. le Marquis Salvago leur envoya de Gennes le moment de l'Immeresion totale, & par la difference connue des Meridiens de Paris & de Gennes, ils eurent ce moment pour Paris. Ils eurent donc le temps de la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & ils le trouverent de  $1^h 47' 50''$ , & se rencontrerent dans la même Minute avec la *Connoissance des Temps*, qui le donne de  $1^h 47' 8''$ . Son erreur ne consiste donc qu'à avoir retardé l'Eclipse.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit dans l'Hist. de  
 \* p. 59. & 1704 \* sur les differentes refractions de l'Atmosphere, &  
 sur les changemens qu'elles peuvent causer dans l'ombre  
 de la Terre; on ne sera étonné; ni que pendant l'obscurité totale la Lune ait toujours été fort rouge, ni que vers le centre de l'ombre on y ait vu une espece de Tache plus noire, ni que cette Tache ait paru changer de figure & de place, ainsi que l'a observé M. de la Hire.

Le même P. Boutin Missionnaire Jesuite, qui, comme  
 \* p. 113. & nous l'avons dit dans l'Hist. de 1706 \*, avoit observé au  
 114. Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue l'Eclipse de Lune

du 28. Avril 1706, observa celle-ci dans le même lieu. Par son observation de la premiere Eclipsé l'Isle de S. Domingue, & par conséquent toute l'Amerique étoit de 6 degrés, c'est à dire de 150 lieues à peu près plus occidentale qu'elle ne l'est par les meilleures Cartes que nous aïons eues jusqu'à présent; mais par l'observation de la seconde Eclipsé, cette grande difference diminuë, & l'Amerique n'est plus que de 2 degrés & demi plus occidentale qu'on ne croïoit. Les observations de l'une ni de l'autre Eclipsé n'ont été faites avec tous les Instrumens necessaires, mais il paroît que ce sont celles de la premiere dont on peut le plus se défier.

## S U R L A D E R N I E R E CONJONCTION ECLIPTIQUE DE MERCURE AVEC LE SOLEIL;

*Et en general sur la Planete de Mercure.*

**N**Ous avons dit dans l'Hist. de 1706 \* que Mercure est assés difficile à voir, tant parcequ'il est fort petit, que parcequ'il est toujours fort proche du Soleil, & par-là son mouvement doit être difficile à déterminer, mais il l'est encore par deux autres raisons. Cette Planete va fort vite, & son Orbe est fort excentrique au Soleil, ce qui rend son mouvement fort inégal dans de petits intervalles de temps.

v. les M.  
p. 171, 198,  
200, & 359.  
\* p. 106,  
& suiv.

Les Conjonctions *écliptiques* de Mercure avec le Soleil, c'est à dire, celles où il passe devant le Soleil, & en éclipse une petite partie, doivent donc être fort importantes, puisque de tous les points de son cours ce sont les plus propres à des déterminations exactes & précises. Depuis qu'il y a des Astronomes, on n'a encore que 6 de ces Conjonctions, toutes 6 dans le Siècle passé.

La plupart des Tables Astronomiques en promettoient

une septième le 5 May de cette année, & qui devoit être visible à Paris. Par les Tables Rudolphines, Mercure devoit entrer dans le Soleil à 5<sup>h</sup> 15' du matin, & n'en sortir qu'à midi & demi. Par les Tables de M. de la Hire, Mercure ne devoit entrer dans le Soleil que vers les 4<sup>h</sup> du soir, & par conséquent il n'y avoit qu'environ la moitié de son passage qui dût être visible sur nôtre Horizon.

D'un autre côté, M. Halley, habile Astronome Anglois, & qui a observé dans l'Isle de Sainte Helene en 1677 la quatrième conjonction éclipse de Mercure, avoit trouvé par son calcul qu'il ne devoit entrer dans le Soleil qu'à 8<sup>h</sup> 15' du soir à Paris, & qu'il en devoit sortir à 4<sup>h</sup> 15' du matin, c'est à dire que la conjonction dans toute sa durée devoit nous être invisible. Il ne faut point être étonné de voir de grands Astronomes s'accorder si peu sur Mercure, c'est la moins connue de toutes les Planètes.

L'événement répondit au calcul de M. Halley, du moins en ce qu'il n'y eut point de conjonction, tant que le Soleil fut sur l'Horizon de Paris le 5 May, car le temps permit assez d'observer, & l'on ne vit rien. M. Wrzelbaur a écrit depuis à l'Academie qu'il avoit aussi observé le Soleil à Nuremberg tout ce jour-là, & le jour suivant, sans rien appercevoir.

\* V. l'Hist.  
de 1706. à  
l'endroit ci-  
dessus.

M. de la Hire le fils, étonné de voir manquer les Tables de M. son Pere pour Mercure, quoiqu'elles eussent paru jusque-là si justes \*, fit plusieurs observations de Mercure assez proche du Meridien après le 5 May, & y trouva les Tables conformes. Il en avoit fait d'autres pareilles avant ce jour-là, auxquelles les Tables se rapportoient aussi fort exactement. Si l'on suppose, comme il y a beaucoup d'apparence, que la conjonction soit arrivée selon le calcul de M. Halley, il y aura environ 4 heures de différence entre ce calcul & celui de M. de la Hire, & pour produire ces 4 heures, il ne faut dans l'endroit de son Orbe où Mercure étoit alors, que 6 ou 7' de degré dans la position de plus ou de moins, ce qui est une quantité

peu considerable pour cette Planete, & peut-être une erreur causée par quelque irrégularité de son mouvement. Si la Lune même peut avoir des inégalités que nous ne connoissons pas encore, ainsi que nous l'avons dit cy-dessus\*, \* p. 81. à plus forte raison sera-t-il permis à Mercure d'en avoir.

A cette occasion M. Cassini fit de nouvelles recherches sur Mercure. Il faut d'abord établir son moïen mouvement. Pour cela, on ne sçauroit avoir des observations de Mercure dans les mêmes points de son cours, faites dans des temps trop éloignés. Nous en avons dit les raisons dans l'Hist. de 1703\* en parlant du Soleil, & elles s'appliquent à toutes les autres Planetes. Leurs révolutions vraïes ou apparentes sont inégales entre elles, & elles se réduisent à l'égalité avec d'autant moins d'erreur, que l'on en confond ensemble, pour ainsi dire, un plus grand nombre, car on en est plus sûr que toutes les irrégularités possibles, combinées de toutes les manieres, y sont comprises. Mais à l'égard de Mercure les observations les plus anciennes rapportées par Ptolomée sont fort grossieres, & fort incertaines. On connoissoit même si peu le mouvement de Mercure, aussi-bien que celui de Venus, que quelques Astronomes ne croyoient pas que ces Planetes eussent une partie de leurs Orbites entre le Soleil & la Terre, & que Ptolomée, tout habile qu'il étoit, crut du moins qu'elles ne pouvoient passer directement sous le Soleil, parce qu'en effet on n'en avoit aucune observation. Dans les Siècles qui suivirent celui de Ptolomée, on cultiva peu l'Astronomie, & Mercure fut moins observé qu'aucune autre Planete. On crut l'avoir vu dans le Soleil du temps de Charlemagne, quoique selon les hypothèses de Ptolomée, qui dominoient alors, ce phenomene fût impossible. Averroës au 12<sup>me</sup> Siècle fit la même observation. Kepler lui-même la fit aussi en 1607, & il en fut si transporté de joye & si glorieux qu'il la chanta en vers Latins. Mais quand quelques années après on eut inventé les Lunettes, quand on eut découvert dans le Soleil des Taches qui sont quelquefois si

grandes qu'on les peut appercevoir à la vûë simple, enfin quand on se fut bien assuré que Mercure vû dans le Soleil, & par conséquent dépoüillé d'un certain faux éclat, qui dans l'obscurité nous augmente tous les corps lumineux, seroit si petit qu'on ne pourroit absolument le voir sans Lunette, on reconnut que tout ce qu'on avoit pris jusque-là pour lui n'étoit que quelque grande Tache, & Kepler avoua sa méprise en grand homme, & rectifia dans la suite le calcul qui l'avoit trompé. Il le rectifia si bien que ce fut lui qui annonça la conjonction qui devoit arriver le 7 Nov. 1631, la premiere des 6 du Siècle passé, observée par Gassendi, & si fameuse chés les Astronomes. La dernière des 6 arriva le 3 Nov. 1697, & fut observée par les Astronomes de l'Academie. Ce sont donc là les deux les plus éloignées sur lesquelles on puisse fonder la recherche du mouvement moïen de Mercure, & elles ne comprennent qu'un espace de 66 ans. Elles ne sont pas non plus entierement à souhait, en ce qu'elles n'ont pas eu leur milieu précisément au même point du Zodiaque, mais à 3 degrés l'une de l'autre; or il seroit à propos que les deux termes extrêmes, entre lesquels sont renfermées toutes les révolutions d'un Astre, fussent au même point du Zodiaque, afin qu'ils renfermassent un certain nombre de révolutions parfaites, mais une différence de 3 degrés est assez legere, & de plus M. Cassini répare ce défaut en comparant des conjonctions moins éloignées, où il se trouve heureusement de trop, ce qu'il y avoit dans celles-ci de trop peu. Ces deux conjonctions extrêmes sont avantageuses en ce qu'elles ont été toutes deux près du même nœud, qui est l'ascendant, & en ce qu'elles comprennent 274 révolutions de Mercure. M. Cassini trouve enfin & par leur moïen & par celles qui sont arrivées entre deux, que le mouvement moïen journalier de cette Planete est de  $4^{\circ} 5' 32''$ , comme M. Bottilaud l'avoit trouvé, & comme M. de la Hire le donne dans ses Tables. Nous negligons ici les *Tierces* & les *Quartes*, sur lesquelles les Astronomes peuvent disconve-

nir, sans cesser de s'accorder fort exactement.

Les conjonctions de Mercure avec le Soleil ne pouvant arriver que fort près d'un des nœuds de l'Orbite de Mercure avec l'Ecliptique, puisque le centre du Soleil ne sort point de l'Ecliptique, chaque conjonction est fort propre à la détermination du point du Zodiaque où étoit alors le nœud \*, & différentes conjonctions donnent le changement qui est arrivé au lieu du nœud, ou le mouvement qu'il a fait pendant un certain temps, car on sçait que les nœuds de toutes les Planètes sont mobiles. M. Cassini trouve que le mouvement de ceux de Mercure est de 1' 26" en un an. M. de la Hire dans ses Tables lui donne une seconde de moins.

\* V. l'Hist.  
de 1706. p.  
95. & 96.

Quoique les conjonctions de Mercure ne soient pas fort favorables pour déterminer l'inclinaison de son Orbe sur l'Ecliptique, car, selon ce qui a été dit à l'endroit cy-dessus cité de l'Hist. de 1706, elles arrivent dans des points trop éloignés de la plus grande latitude qui donne cette inclinaison, M. Cassini n'a pas laissé de s'en servir à cet usage. Par son calcul l'inclinaison de l'Orbite de Mercure est de 6° 40', par les Tables Rudolphines de 6° 34', par celles de M. de la Hire de 6° 52'.

Mercury ainsi que toutes les autres Planètes a son Orbe excentrique au Soleil. On observe que dans une révolution sa plus grande digression à l'égard du Soleil est plus ou moins grande que celle d'une autre révolution, & il est évident que deux plus grandes digressions les plus inégales que l'on ait observées donnent la plus grande variation de la distance de Mercure au Soleil, ou son excentricité. Elle est plus grande à proportion de l'Orbe, que celle d'aucune autre Planète. Il n'est pas si difficile de la déterminer pour Mercure; que de distribuer dans toutes les parties de son Orbe l'Equation qu'elle produit. Nous supposons toutes ces idées connues par l'Hist. de 1704 \*. La raison de cette difficulté, selon M. Cassini, est que pour sçavoir quel est le mouvement vrai qui répond à un certain arc de l'Orbe d'une Planète, il faut sçavoir

\* p. 67. &  
suiv.



précisément & sûrement la grandeur de cet arc ; or quand Mercure est vers ses plus grandes digressions , les arcs qu'on lui voit parcourir sont vûs de la Terre si obliquement , qu'il est aisé de se tromper sur leur grandeur , & quand il est dans ses conjonctions , les arcs qu'il parcourt sont , à la verité , vûs directement , mais le mouvement qui leur répond ne tire pas à conséquence pour le reste de l'Orbe , à cause de la grande excentricité.

M. Cassini ayant établi les principes du calcul de Mercure , conclut que la conjonction a dû arriver la nuit entre le 5 & le 6 May , & que comme Mercure a passé fort près du centre du Soleil , ce qui augmente la durée de la conjonction , elle a pû égaler à peu près celle de la nuit qui étoit de 8 heures pour notre climat.

Si Mercure étoit vû du Soleil , & qu'on supposât son mouvement vrai égal au moÿen , tel qu'on l'a établi , il ne seroit pas 8 heures , mais seulement 3 à parcourir un demi degré , c'est à dire , un espace égal au diametre apparent du Soleil. Mercure emploie 8 heures à parcourir ce même espace , parcequ'il est vû de la Terre , dont le mouvement se compliquant avec le sien en change beaucoup l'apparence. C'est la même chose pour toutes les Planètes , tant supérieures qu'inférieures. L'apparence de leur mouvement est changée à tel point par celui de la Terre , que quelquefois elles paroissent n'avoir aucun mouvement , & c'est alors qu'on les appelle *Stationnaires*. Par-là on peut aisément comprendre que leur mouvement apparent soit extrêmement ralenti. Mercure dans ses conjonctions inférieures avec le Soleil , telle qu'étoit celle dont il a été question ici , est toujours entre deux *Stations* , c'est à dire entre deux points de son cours où il paroît n'avoir aucun mouvement.



## SUR LES REFRACTIONS.

**M**onsieur Cassini a continué de traiter avec le P. Laval la matiere des Refractions, qu'ils avoient commencée l'année précédente, ainsi que l'a dit l'Hist. de 1706 \*. V. les M. p. 195.

Nous y avons remarqué que de ce que l'arc de la circonférence de la Terre, compris depuis l'Observatoire du P. Laval, jusqu'au point de la Mer le plus éloigné qu'il pût appercevoir, varioit en apparence selon ses observations entre  $13' \frac{1}{2}$ , & 15, M. Cassini avoit conclu que cet Observatoire étoit élevé sur la surface de la Mer de 175 pieds. Maintenant le P. Laval a mesuré actuellement cette hauteur, & il ne l'a trouvée que de 144 pieds. Il y a plus. Par les dernières observations du P. Laval, son horizon varie entre  $11' 46''$ , &  $14' 30''$ . \* p. 195. & suiv.

La connoissance assez exacte que l'on a du rayon de la Terre, & la hauteur de l'Observatoire du P. Laval actuellement mesurée, donnent sûrement l'arc de la circonférence qui doit être apperçû de cette hauteur. M. Cassini le trouve de  $13' 14''$ . Les refractions élèvent & par conséquent rapprochent de la ligne horizontale qui passe par notre œil l'extrémité de cet arc, & en font paroître l'inclinaison moindre, ainsi toutes les variations qu'il a au-dessous de  $13' 14''$  doivent être attribuées aux refractions, mais celles qu'il a au-dessus ne leur appartiennent point, car il seroit contre leur nature d'abaisser l'extrémité de l'horizon. Voici quelle est, selon M. Cassini, la cause de cette seconde espece de variations. Quand on pointe la Lunette à l'extrémité de l'horizon de la Mer, on veut attraper l'endroit où la Mer paroît se joindre au Ciel. Or il y a des temps où une lisiere de la Mer d'une certaine étendue fait la fonction de Miroir, & renvoie à notre œil l'image du Ciel, de sorte qu'on croit voir le bord infé-

rieur du Ciel où il n'est pas, & que l'on pointe plus bas qu'il ne faudroit.

M. Cassini dit que d'une hauteur 10 fois plus grande que l'Observatoire du P. Laval, il a observé plusieurs fois que l'arc terminé à l'horizon de la Mer étoit de 42' sans aucune variation sensible, d'où il conclut que les variations sont plus grandes dans les petites hauteurs, & peut-être ne subsistent plus dans les grandes. Cela semble contraire à ce qui a été dit dans l'Hist. de 1706 à l'endroit cité cy-dessus, que la hauteur apparente des objets vus sur terre varie d'autant plus, qu'ils sont plus éloignés, ou plus élevés, parceque les différentes couches de vapeurs que traversent les rayons visuels, en sont plus différentes, & causent par conséquent de plus grandes refractions; mais cette contradiction peut être levée.

Un quart de la circonférence de la Terre, compris depuis un Observateur jusqu'à l'Horizon *rationnel*, étant divisé en 90 degrés égaux, à compter du point où est l'Observateur, il est clair que pour voir le 89<sup>me</sup> degré cet Observateur devroit être tres-élevé, ou, ce qui est la même chose, que la Tangente du 89<sup>me</sup> degré prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontrât une ligne tirée par le centre de la Terre, & par le point d'où l'on compte les degrés, ne la rencontreroit qu'à un point fort élevé. Mais enfin cette Tangente, quoique fort longue, seroit une ligne finie. Pour voir le 90<sup>me</sup> degré, il faudroit que cette Tangente fût infinie, ou, ce qui est le même, que l'Observateur fût infiniment élevé, d'où il suit que dans l'étendue du 89 au 90<sup>me</sup> degré les arcs apperçûs augmenteront peu, & que les hauteurs où il faudra s'élever pour les appercevoir augmenteront prodigieusement, & qu'en general dans tout le quart de cercle les arcs augmenteront d'autant moins, & que par conséquent differens arcs seront d'autant plus aisés à confondre, que les hauteurs seront plus grandes. Il se peut donc faire qu'à une hauteur de 1440 pieds, les differens arcs apparens causés par des refractions, même plus grandes qu'à de moindres hauteurs, se

confondent les uns avec les autres, & avec l'arc *veritable*, qui seroit apperçû dans un milieu uniforme. Il est évident que ce raisonnement ne peut avoir lieu pour les objets élevés ou éloignés vûs sur terre, comme des Clochers.

Les refractions qui diminuent l'arc terminé à l'horizon font le même effet, que si la Terre avoit une plus grande circonference, car en ce cas-là on n'en appercevroit d'une même hauteur qu'un arc d'un moindre nombre de degrés ou de minutes. Ceux qui voudroient trouver par cette voie la grandeur de la circonference ou du rayon de la Terre, & qui n'observeroient pas de plus grands arcs que celui de l'horizon du P. Laval, s'exposeroient donc à faire toujours le rayon de la Terre plus grand qu'il n'est, & leur erreur, selon la remarque de M. Cassini, pourroit presque aller à  $\frac{1}{2}$ , ce qui est tres-considerable, parcequ'entre 11' 46", & 13' 14", qui est l'arc veritable, la difference est à peu près  $\frac{1}{2}$  de la moindre grandeur. Si l'on observoit d'une plus grande hauteur, & que l'on eût un arc, par exemple de 42', on ne seroit pas sujet au même inconvenient, mais il seroit tres-difficile de s'assurer que l'on eût un arc de 42' précisément, & la moindre erreur necessairement repetée un grand nombre de fois sur la circonference entiere iroit fort loin. Il est tres-important d'avoir une espece de Balance, où l'on puisse peser les erreurs de differentes Methodes qui vont à une même fin. On sçait par-là quelle Methode est à préférer, quand on est le maître du choix, & quand on ne l'est pas, on sçait jusqu'où doit aller la confiance pour celle qu'on emploie.



## S U R   L E S   T A C H E S D E S   S A T E L L I T E S   D E   J U P I T E R .

V. les M.  
p. 289.

**L** Es Satellites de Jupiter, invisibles à la vûe simple, sont si petits même avec les plus excellentes Lunettes, que s'ils ont des Taches, c'est à dire, des parties moins propres à reflechir vivement la lumiere du Soleil, & plus obscures que le reste de leur globe, il est absolument impossible de les distinguer sur leur disque. Mais ce qui ne se voit pas immédiatement peut être vû par des consequences necessaires que la raison fournit, & c'est ainsi que M<sup>re</sup> Cassini & Maraldi ont vû des Taches dans les Satellites de Jupiter. Comme cette maniere de voir demande des yeux préparés, il faut auparavant avoir de certaines connoissances sur la Theorie de ces Satellites.

Un Satellite ne jette son ombre sur Jupiter que lorsqu'il est dans la partie inferieure de son Orbite, & en conjunction avec Jupiter à l'égard du Soleil, c'est à dire placé sur une ligne droite tirée du Soleil à Jupiter. Si dans le même temps la Terre est sur cette ligne entre le Soleil & Jupiter, ce qui fait l'opposition de Jupiter au Soleil, il est manifeste que nous ne pouvons voir l'ombre du Satellite, puisqu'il nous la cache lui-même, & qu'elle est directement derriere lui. Si la Terre n'est plus sur cette ligne, nous pouvons voir en même temps & le Satellite & l'ombre qu'il jette sur Jupiter, & cela d'autant plus facilement, où, ce qui revient au même, nous voyons le Satellite & son ombre d'autant plus séparés, que la Terre est plus loin de la ligne supposée. Et comme elle ne peut s'en éloigner plus que d'un quart de cercle, & qu'alors Jupiter est en quadrature avec le Soleil, c'est dans les quadratures de Jupiter qu'on voit le mieux & un Satellite & son ombre en même temps, & qu'on voit une plus grande distance entre le Satellite & son ombre sur Jupiter. On voit un Sa-

tellite hors de dessus le disque de Jupiter, & quelquefois assés éloigné, tandis que son ombre est sur ce disque. Alors le Satellite est véritablement en conjonction avec Jupiter, puisqu'il ne peut lui jeter son ombre, sans être entre lui & le Soleil, mais il n'est pas en conjonction avec Jupiter à nôtre égard, car puisqu'on ne le voyons pas sur le disque de Jupiter, il n'est pas entre Jupiter & la Terre. Il y a un autre temps où il passe entre la Terre & Jupiter, mais alors il n'est pas véritablement & à l'égard du Soleil en conjonction avec Jupiter, aussi ne lui jette-t-il pas son ombre. On ne doit donc point voir l'ombre d'un Satellite sur Jupiter, tandis qu'il est en conjonction à nôtre égard, ou tandis que nous le voyons passer sur le disque de Jupiter, mais seulement avant ou après cette fausse conjonction, & dans le temps de la vraie.

Toutes les Planetes Principales tournent autour du Soleil, & les Subalternes autour des Principales & le Soleil autour de lui-même d'Occident en Orient. C'est le mouvement universel & unique de nôtre Tourbillon. Mais à moins que nous ne soyons au centre d'un mouvement circulaire, ou à moins que nous n'ayons nous-mêmes un mouvement circulaire que nous attribuons au Corps qui en est le centre, il ne nous paroît pas toujours que ces mouvemens se fassent dans le sens qu'ils se font réellement. Nous voyons toujours le Soleil & la Lune aller d'Occident en Orient, parceque l'un est le centre de nôtre mouvement, & que nous sommes au centre du mouvement de l'autre. Mais un Satellite de Jupiter, qui réellement & à l'égard de Jupiter va toujours d'Occident en Orient, ne nous paroît avoir cette direction que dans la moitié supérieure de son Orbe, & nous lui en voyons une contraire dans l'inférieure. De même les Taches du Soleil nous paroissent toujours aller sur son disque d'Orient en Occident, parceque nous ne voyons que la moitié inférieure de la révolution du Soleil sur son axe. Cette même raison s'étend aux Retrogradations & aux Stations des Planetes. Cela suppose

Quand la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, comme elle fait sa révolution en moins de temps que Jupiter, elle avance vers l'Orient plus que lui, & le laisse derrière elle à l'Occident. D'un autre côté les Satellites vûs de la Terre dans la moitié inférieure de leur Orbe, tournent autour de Jupiter d'Orient en Occident. Delà il arrive qu'après que la Terre a passé entre Jupiter & le Soleil, la fausse conjonction d'un Satellite précède la vraie, c'est à dire, que la Terre, plus orientale que Jupiter, voit un Satellite qui va d'Orient en Occident, passer entre elle & Jupiter, avant qu'il passe entre le Soleil & Jupiter; & par conséquent elle ne verra l'ombre du Satellite sur Jupiter qu'après qu'elle aura vû passer sur Jupiter le Satellite même, & ce qui revient au même, l'ombre sera orientale à l'égard du Satellite. Ce seroit le contraire, si au lieu de considérer la Terre qui a passé entre Jupiter & le Soleil, on la considéroit qui s'achemine pour y passer.

Lorsque les Satellites sont en conjonction avec Jupiter à notre égard, nous ne les voyons point sur le disque de cet Astre, si ce n'est quelquefois vers les bords, lorsqu'ils entrent dans Jupiter, ou qu'ils en sortent. Les parties de Jupiter, qui sont vers ses bords, vûes plus obliquement, & par conséquent avec moins d'éclat, & dans une espede de penombre, peuvent laisser appercevoir les Satellites, hors delà l'éclat est trop grand.

Par la même raison de l'obliquité des bords, quand les Taches du disque de Jupiter y sont arrivées par la révolution de cette Planete autour de son axe, elles paroissent diminuer de grandeur & de vitesse.

Ces connoissances supposées, il sera facile d'entendre comment on a découvert des Taches dans les Satellites de Jupiter. Le 26 Mars à 6<sup>h</sup> 50' du soir, M. Maraldi aperçut dans Jupiter une Tache qu'il n'y connoissoit point. Elle avoit déjà passé le milieu du disque, & quand elle approcha du bord occidental, ni sa grandeur, ni sa vitesse apparentes ne diminuerent, ce qui fit d'abord juger qu'elle n'étoit pas inherente au corps de Jupiter. De plus,

son mouvement étoit beaucoup plus lent qu'il n'auroit dû être par la révolution de Jupiter sur son axe en 10 heures. Elle étoit ronde & noire, comme sont les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, mais des 4 Satellites les 3 les plus proches de Jupiter étoient trop éloignés de la conjonction, & pour le 4<sup>me</sup>, il est vrai qu'il étoit alors en conjonction à nôtre égard, & qu'il passoit sur le disque de Jupiter; mais par cette raison même son ombre n'y étoit pas, & selon le calcul astronomique, elle ne devoit être à l'endroit où étoit la Tache que 7 heures plus tard. Il falloit donc que cette Tache fût une partie plus obscure du 4<sup>me</sup> Satellite lui-même qui parcouroit le disque de Jupiter. En effet, la situation, le mouvement, tout convenoit, & peu de temps après que la Tache fut sortie du disque de Jupiter, on vit le Satellite qui en étoit sorti aussi par le même endroit, & dont jusque-là la partie lumineuse avoit été invisible. Delà M. Maraldi conjectura que la Tache & la partie claire plus orientale que la Tache, faisoient le diametre entier du Satellite, & le temps que le tout emploïa à sortir de Jupiter est assés exactement celui que doit emploïer ce diametre, dont la grandeur est connue d'ailleurs.

Par une observation & des raisonnemens semblables, M. Maraldi reconnut aussi une Tache dans le 3<sup>me</sup> Satellite le 4 Avril au soir. M. Cassini en avoit découvert ou soupçonné dans tous les 4 en divers autres temps.

La conformité de nature que les Satellites doivent avoir avec toutes les autres Planetes, semble prouver suffisamment que les parties de la superficie de leurs globes sont moins propres les unes que les autres à reflechir vivement la lumiere, cependant il est bon de s'en assurer encore plus précisément, & il est du moins tres-agréable de pouvoir porter si loin la subtilité de l'observation. Encore une preuve des Taches des Satellites, c'est que leurs grandeurs apparentes varient beaucoup, indépendamment de leurs differens éloignemens, soit à l'égard du Soleil, ou de Jupiter, ou de la Terre. Elles varient à tel



point, que le 4<sup>me</sup> Satellite qui est ordinairement le plus petit de tous, paroît quelquefois le plus gros, & que le 3<sup>me</sup> qui est ordinairement le plus gros, est quelquefois le plus petit. Il en va de même des 2 autres. Tout cela ne peut s'expliquer plus naturellement, qu'en leur donnant de grandes Taches, qui selon qu'elles sont ou entiere-ment ou en partie tournées vers la Terre, diminuent plus ou moins l'apparence de leur grandeur, & laissent paroître cette grandeur telle qu'elle est, lorsqu'elles sont tout à fait dans l'hémisphère caché à nos yeux. Il y a plus. Quelquefois quand on voit en même temps un Satellite à quelque distance de Jupiter, & son ombre sur Jupiter; on voit l'ombre plus grande que le Satellite, quoiqu'elle soit certainement beaucoup plus petite, & d'une figure conique. Mais c'est qu'alors le Satellite fait ombre par son globe entier, & n'est vû que par la partie claire de ce globe.

Il seroit bien hardi de vouloir déterminer presentement si ces Taches sont fixes comme celles de la Lune; ou passageres comme celles de Jupiter & de Mars, & M. Cassini ne l'entreprend pas. Si elles sont fixes, il est clair que puisqu'on ne les voit pas toujours lorsqu'un même Satellite passe devant Jupiter, les Satellites tourneront sur leurs axes, & qu'il faudra un grand nombre de leurs conjonctions avec Jupiter pour s'assurer qu'une Tache soit la même, & pour prédire ses retours, qui dépendront de la composition de leur mouvement autour de Jupiter; & de leurs révolutions sur leurs propres axes. Si elles sont passageres, il faudra encore une plus longue suite d'observations pour s'assurer qu'aucune période ne les ramene.

M. Cassini donne un exemple du peril qu'il y a à ces sortes de déterminations trop précipitées. Le 5<sup>me</sup> Satellite de Saturne, dont nous avons dit dans l'Hist. de 1705 \* qu'il devenoit toujours invisible dans la moitié Orientale du Cercle qu'il décrit autour de Saturne, a commencé au mois de Sept. 1705 à y être visible, aussi bien que dans la

\* p. 121.

la moitié Occidentale où il l'avoit toujours été. Par-là les conjectures que nous avons rapportées cessent d'avoir lieu. Des Philosophes n'ont point de regret à ces petits commencemens de Systèmes, que la Nature dément ensuite, ils ne les aiment qu'autant qu'ils la représentent, & non parcequ'ils leur appartiennent.

## SUR LES FORCES CENTRALES

### DES PLANETES.

**A** Prés avoir tant parlé des forces Centrales dans V. les M. cinq des Volumes précédens, après avoir même p. 477. regardé ce sujet comme épuisé, il semble qu'il ne soit plus permis de le traiter encore, sans se justifier envers le Public. Cette espece de justification, & le fond de la matiere vont se trouver mêlés ensemble.

Nous avons parlé assés au long dans l'Hist. de 1705 \*, \* p. 118. & de la proportion que Kepler a si ingenieusement & si suiv. heureusement découverte entre les distances des Planetes au Soleil, & leurs révolutions autour de ce centre commun. Les distances sont comme les racines cubiques des quarrés des révolutions. Nous avons dit comment cette Regle a été verifiée au-delà de ce que Kepler même eût osé esperer, & combien on a lieu maintenant de la tenir pour absolument sûre, mais nous avons ajoûté qu'elle n'étoit fondée que sur une *induction* de plusieurs faits, & non-pas démontrée à *priori* par les Loix du Mouvement.

Si l'on suppose qu'elle soit vraie, & en même temps que les Orbes des Planetes soient des Cercles dont le Soleil soit le centre commun, ce qui est assés vrai sensiblement, & peu different du vrai exact, on voit aussi-tôt par un calcul d'une ligne que les vitesses réelles des Planetes sont en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Soleil, c'est à dire, par exemple, qu'une

Planete 4 fois plus éloignée du Soleil qu'une autre auroit 2 fois moins de vitesse. Mercure tourne autour du Soleil en 3 mois à peu près, & il en est environ 3 fois plus proche que la Terre, d'où il suit évidemment que la Terre pour avoir une vitesse égale à celle de Mercure devrait tourner en 9 mois autour du Soleil, cependant elle ne tourne qu'en 12, elle a donc moins de vitesse réelle, & ce qu'elle en a est à peu près à celle de Mercure comme 3 est à 4, ou, selon la conséquence de la regle de Kepler, comme 1 est à la racine de 3, car comme 3 est plus que la moitié de 4, ainsi 1 est plus que la moitié de la racine de 3, puisqu'il est précisément la moitié de la racine de 4 qui est 2. Il en va de même de Venus, qui a moins de vitesse que Mercure, & plus que la Terre, & pour les autres Planetes principales, dont on ne voit pas immédiatement les distances au Soleil, comme celles de Mercure & de Venus, quand on ne supposeroit pas leurs distances connues par la regle de Kepler, on ne laisseroit pas de les tirer d'ailleurs, & par-là on verroit toujours que leurs vitesses réelles diminuent à mesure qu'elles s'éloignent du Soleil. Les Planetes *subalternes*, c'est à dire les 4 Satellites de Jupiter, & les 5 de Saturne, dont on voit immédiatement les distances à un centre commun, suivent exactement la regle de Kepler.

Elle est si inviolablement observée par les Corps celestes, qu'une même Planete la suit dans tous ses changemens de distance à l'égard du Soleil, & qu'elle augmente de vitesse à mesure qu'elle approche de son Perihelie, ou au contraire; & en effet une Planete qui s'approche ou s'éloigne du Soleil, ce qu'elles font continuellement à cause de l'excentricité de leurs Orbes, est dans le même cas que si c'étoient deux ou plusieurs Planetes différentes, qui eussent des Orbes différens, peu éloignés les uns des autres. Quand le Soleil approche de son Perigée, on voit sa vitesse augmenter plus que son diametre, ce qui marque que l'augmentation de vitesse n'est pas une simple apparence, causée par une plus grande proximité, mais qu'il y entre aussi quelque chose de réel, ou, ce qui

est la même chose, que la Terre se meut réellement plus vite, quand elle est plus proche du Soleil. Il en arrive autant aux autres Planetes. Mais dans leurs changemens de distance, on ne s'apperçoit pas que leurs vitesses changent selon la raison renversée des racines des distances, elles ne paroissent changer que selon les distances mêmes. La raison en est que la difference des deux distances d'une même Planete au Soleil, lorsqu'elle est dans son Aphelie & dans son Perihelie, est fort petite en comparaison de la difference des distances de deux Planetes. Ainsi si les distances d'une même Planete sont 36 & 37, & celles de deux Planetes 1 & 5, les racines de 36 & de 37 qui sont 6 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 6 & beaucoup plus petit que 7, auront un rapport tres-peu different de celui de 36 & de 37, mais les racines de 1 & 5, qui sont 1 & un nombre irrationnel un peu plus grand que 2, ont un rapport tres-different de celui de 1 & de 5. Aussi suffit-il dans la pratique de l'Astronomie de s'en tenir à la regle de Ptolomée, que les vitesses réelles d'une même Planete changent selon ses distances au Soleil, mais dans la rigueur geometrique, elles changent selon les racines des distances, si la regle de Kepler est admise.

Ptolomée ne reglant les vitesses d'une même Planete que sur ses distances, a dû par une suite necessaire établir, comme il a fait, que les temps qu'une Planete emploie à parcourir des arcs de cercle semblables dans son Aphelie, & dans son Perihelie sont entre eux comme les quarrés des distances, mais selon Kepler ils doivent être comme les distances multipliées par leurs racines, ce qui à l'égard d'une même Planete est peu different de la regle de Ptolomée, & ne l'est beaucoup qu'à l'égard de deux differentes Planetes, où Ptolomée n'a pas prétendu étendre sa regle. Mais il paroît que si elle étoit geometriquement vraie à l'égard d'une même Planete, elle le seroit aussi à l'égard de deux, que quoiqu'elle suffise pour la pratique de l'Astronomie, elle ne suffit pas pour la Physique, qui doit avoir des regles plus generales, & qu'enfin il en faut

revenir à celle de Kepler, sauf à la dispenser d'une précision inutile en certaines occasions.

Il seroit donc tres-avantageux pour le Systême Physique de la pouvoir démontrer, & de découvrir tout d'un coup des causes nécessaires de ce qui n'a été jusqu'à présent connu que par une longue suite de lentes observations. Ce seroit exposer aux yeux des Hommes l'intérieur, pour ainsi dire, de la Machine des Cieux, ou du moins un de ses principaux ressorts. M. Villemot Docteur en Theologie, Curé d'un Fauxbourg de Lyon, en a formé le dessein dans un Livre tres-ingenieux, qui a paru cette année, intitulé *Nouveau Systême, ou nouvelle Explication du Mouvement des Planetes*. Cet Ouvrage brille d'invention & de genie, & il merite que les Sçavans y fassent beaucoup d'attention, soit pour en embrasser les découvertes, qui seront fort importantes, lorsqu'elles seront vraies, soit pour ne se pas laisser éblouir à des idées qui ne seroient que specieuses. Nous n'en toucherons ici que ce qui regarde la regle de Kepler.

\* p. 81.

M. Villemot applique aux Corps celestes la Theorie des Forces centrales. Nous avons dit dans l'Hist. de 1700 \* que M. le Marquis de l'Hôpital avoit donné pour principe fondamental de ces forces considerées seulement dans le Cercle, que comme le Rayon d'un Cercle que décrit un Corps, est au double de la Hauteur d'où il faudroit qu'il fût tombé pour acquerir selon le Systême de Galilée la vitesse qu'il a, ainsi sa Pesanteur est à sa force Centrifuge. Delà il suit évidemment que puisque les Hauteurs d'où les Corps tombent sont toujours comme les quarrés des vitesses qu'ils ont acquises en tombant, si l'on prend d'ailleurs la Pesanteur pour constante, ou pour 1, l'expression de la force centrale sera le quarré de la vitesse divisé par le rayon du Cercle. C'est cette expression que prend M. Villemot. La force centrale d'une Planete sera donc d'autant plus grande que sa vitesse réelle sera plus grande, & le rayon de son cercle, ou sa distance au Soleil plus petite. Or par les observations Astronomiques,

& plus précisément encore par la regle de Kepler, qui donne la proportion des vitesses réelles des Planetes à leurs distances, il est constant que les moins éloignées du Soleil ont plus de vitesse, donc elles ont une force centrale plus grande, donc elles devroient sortir de leurs Spheres, s'échaper vers les extrémités du Tourbillon, & faire descendre en leur place les Planetes superieures.

M. Villemot répond que quoique les forces centrales de deux Planetes, de Venus & de Mars, par exemple, soient inégales, celles des deux surfaces spheriques qui contiennent Venus & Mars, sont égales, & il le démontre d'une maniere tres-simple & tres-aisée, en multipliant la force centrale de Venus & de Mars, pris chacun pour un point de sa sphere, par le quarré du rayon de chaque sphere, car ces quarrés expriment le rapport des deux surfaces spheriques, & ces deux produits qui expriment les forces centrales des deux surfaces, se trouvent égaux. On conçoit aisément que la plus grande surface, qui est celle dont tous les points ont moins de force centrifuge, en est récompensée par être plus grande.

Ce ne seroit pas là seulement une réponse à une difficulté formée contre la regle de Kepler, ce seroit une démonstration *a priori* de cette regle, & M. Villemot auroit incontestablement la gloire de l'avoir trouvée le premier, car puisque les Spheres, ni les Corps celestes ne se confondent pas, il y a un équilibre, il est fort naturel de le mettre entre les differentes surfaces spheriques, puisqu'enfin ce n'est que de ces surfaces qu'est composé tout le Tourbillon; de cet équilibre naît la regle de Kepler par une suite necessaire.

Mais l'équilibre de M. Villemot, quoiqu'imaginé fort spirituellement, n'est pas sans difficulté. On lui peut opposer que malgré l'inégalité des forces centrifuges de deux surfaces spheriques, prises chacune dans leur totalité, il suffit, pour confondre tout, que chaque point de la Sphere inferieure ait plus de force centrifuge que chaque point correspondant de la superieure; car puisque

ces points composent un fluide, & n'ont nulle liaison ensemble, chacun des plus forts doit s'échaper pour aller prendre la place du plus foible qui lui répond, & la force de la surface supérieure totale n'ajoute rien à celle de chacun de ses points, qui est détaché de tout autre.

Pour prévenir cette difficulté, on pourroit mettre l'équilibre entre les parties mêmes des différentes surfaces sphériques, en supposant leurs densités ou pesanteurs spécifiques inégales. Alors on diroit que Mars surpasse Venus en pesanteur spécifique ; autant qu'il est nécessaire pour récompenser précisément le moins de force centrifuge qu'il a par sa vitesse, & par sa distance au Soleil. Il en iroit de même de chaque partie du fluide qui compose la surface sphérique où Mars se meut. En effet, l'expression que M. Villemot donne à la force centrale, suppose, comme nous l'avons dit, que la pesanteur soit constante, ou égale entre differens corps, or il n'est nullement vrai-semblable qu'elle le soit, & dès qu'elle ne l'est pas, elle entre nécessairement dans la force centrale, & la fait croître ou diminuer avec elle. Il est d'ailleurs fort apparent que la matiere qui est vers le centre du Tourbillon soit la plus subtile, & qu'elle aille toujours en devenant plus grossiere & plus dense vers les extrémités. Il est visible que l'équilibre étant en ce cas-là entre chaque partie d'un fluide inférieur quelconque, & chaque partie correspondante d'un autre fluide supérieur, il ne pourroit plus être entre les surfaces sphériques, & que les plus grandes auroient une plus grande force centrifuge, sans qu'il arrivât cependant aucun dérangement.

Mais si l'on prenoit cette idée, ce ne seroit pas démontrer que la regle de Kepler est nécessaire selon la Theorie des forces centrales, ce seroit seulement faire voir qu'elle est possible & s'accorde avec cette Theorie, lorsqu'on supposera que les densités de la matiere fluide du Tourbillon augmentent depuis le centre jusqu'aux extrémités.

Voilà quelques-unes des reflexions qu'on peut faire sur

l'une des plus belles vûes du Livre de M. Villemot. M. Bomie a proposé une autre difficulté que nous renvoyons entierement à son Memoire. Il a principalement fait voir que plusieurs Theorèmes de cet Auteur se tirent fort naturellement de la Theorie connuë des forces Centrales, mais enfin si M. Villemot a démontré la regle de Kepler, la gloire qui lui en appartient n'en est pas moindre, parceque les sources de sa démonstration étoient, pour ainsi dire, publiques; elles ne laissoient pas d'être en même temps cachées pour tous les autres.

## SUR L'APPARITION D'UNE COMETE.

UNE Comete qui a paru cette année, & qui, selon ce que nous avons dit dans l'Hist. de 1706 \* est la cinquième qu'on ait vûë depuis 9 ans, rend encore plus vrai ce que nous dîmes alors, que les Cometes n'avoient été rares jusqu'à présent, que faute d'Observateurs, & comme leur rareté étoit une des principales causes qui les rendoient si terribles, on auroit cette raison de moins pour les craindre, s'il étoit encore question de se rassurer sur un sujet si frivole.

V. les M.  
p. 558.

\* p. 104.

La Comete de cette année fut apperçûë à l'Observatoire pour la premiere fois le 28 Novembre par M<sup>rs</sup> Cassini & Maraldi, proche de plusieurs petites Etoiles qui sont entre la Constellation d'Antinoüs, & celle du Capricorne. Elle paroissoit à la vûë simple comme une Etoile de la seconde grandeur, & avec une Lunette de 12 pieds elle étoit assés claire & assés grande, mais mal terminée, ce qui est assés ordinaire, environnée d'une nebulosité, & sans aucune apparence de queue, ni de chevelure. Le 29 Novembre on reconnut qu'elle avoit fait environ 4 degrés  $\frac{1}{2}$  en 24 heures, & le 30, 3 degrés  $\frac{1}{2}$ , d'où l'on conclut qu'elle avoit déjà passé son Perigée, puisque son mou-



vement apparent diminueoit, & même comme il diminueoit assés considerablement, il y avoit lieu de soupçonner qu'au premier jour qu'on l'avoit apperçûë elle avoit déjà passé le Perigée de quelques jours. Par les observations suivantes, on déterminâ que ç'avoit été le 22, 6 jours avant qu'on l'eût vûë.

Dans l'Article que nous venons de citer de l'Hist. de 1706, nous avons donné une idée de la Methode par laquelle M. Cassini en supposant que pendant le peu de temps qu'une Comete paroît, elle a un mouvement sensiblement égal, & qui se fait sur une ligne sensiblement droite, il donne pour chaque jour la diminution de sa vitesse apparente depuis le Perigée, & prédit par conséquent les lieux du Ciel où elle se doit trouver. Il faut pour cela des observations du mouvement de la Comete en 24 heures, immédiatement avant ou après le Perigée. Mais si on ne les a pas, & que, comme il est arrivé cette fois-cy, on n'ait vû la Comete qu'après son Perigée, on peut par le moïen de quelques observations exactes qui l'aurent suivi, retrograder jusque-là, & déterminer ce point.

Le mouvement de la Comete étoit du Midi au Septentrion, & M<sup>r</sup> Cassini & Maraldi déterminèrent qu'il se faisoit à peu près sur un grand Cercle, qui coupoit l'Ecliptique au 5<sup>me</sup> degré d'Aquarius, & passoit obliquement entre les Poles de l'Ecliptique, & ceux de l'Equateur, de sorte qu'à l'égard des Poles de l'Ecliptique sa plus petite distance étoit de 4 degrés, & de 9 à l'égard de ceux de l'Equateur. Puisqu'il s'en falloit si peu que son Cercle ne passât par les Poles de l'Ecliptique, il lui étoit presque perpendiculaire, ce qui est extrêmement rare. Le cours de cet Astre étoit donc presque entierement perpendiculaire au mouvement general du Tourbillon, & cela favoriseroit le Systême de M. Villemot, qui place les Cometes au-dessus de Saturne, dans une Region où il n'y a plus de mouvement commun ni réglé, tel que celui du fluide qui emporte routes les Planetes, mais seulement  
des

des *Courans* irréguliers, dont les directions peuvent être en tous sens.

La Comete de cette année, qui venoit du Midi, n'aura pû être visible dans son Perigée ou le 22 Novembre qu'à la partie Meridionale de la Terre, selon la Theorie de M. Cassini. Deux jours après nous aurions pû la voir peu élevée sur l'Horizon, mais il est assez naturel que soit à cause des brouillards dont l'Horizon est ordinairement couvert dans cette saison, soit faute de chercher ce qu'on ne doit effectivement pas chercher à chaque moment & dans toute l'étendue du Ciel, on n'ait rien apperçu jusqu'au 28.

Le mouvement journalier de cette Comete supposé égal, étoit, selon M. Cassini, de  $\frac{11}{1000}$  de sa plus petite distance à la Terre, au lieu que celui de la Comete de 1706 étoit de  $\frac{7}{100}$  ou de  $\frac{70}{1000}$ . Si l'on suppose les distances des deux Cometes égales, celle de 1706 avoit donc près de 4 fois plus de vitesse réelle que l'autre, & si les distances ne sont pas égales, les vitesses réelles ne leur sont pas proportionnées.

La Comete de cette année étoit la plus grande, car à 48 degrés de son Perigée elle le paroïsoit encore plus que la précédente dans son Perigée même. Le 5 Décembre, environ à 60 degrés de son Perigée, celle de cette année paroïsoit à la Lunette aussi grande que Jupiter. Dans le Systême de ceux qui placent toutes les Cometes au-dessus de Saturne, qui est à une distance de la Terre double de celle de Jupiter, une Comete qui paroît égale à Jupiter a un diamètre au moins doublé de celui de Jupiter, & est 8 fois plus grosse, & puisqu'on croit Jupiter 8000 fois plus gros que la Terre, elle est 64000 fois plus grosse, dans le cas où elle aura été vûe à son Perigée égale à Jupiter. Mais comme celle de cette année a été vûe de cette grandeur, lorsqu'elle étoit deux fois plus éloignée de la Terre que dans son Perigée, il s'ensuivroit que son diamètre seroit au moins 4 fois plus grand que celui de Jupiter, & qu'elle seroit 64 fois plus grosse, c'est à dire

512000 fois plus grosse que la Terre.

Elle diminue toujours de grandeur & de vitesse apparente. Le 12 Decembre on avoit beaucoup de peine à la voir sans Lunette.

## SUR DES TACHES

### DU SOLEIL.

\* V. l'Hist.  
de 1706. p.  
123.

C'Est amas de Taches que l'on avoit commencé de voir le 7 Decembre 1706 \*, & qui, s'il eût été sphérique, eût été 1728 fois plus gros que la Terre, paroïssoit assez considerable, pour pouvoir durer pendant plus d'une révolution du Soleil autour de son axe, & pour revenir sur l'Hemisphère apparent, après s'être caché dans l'autre; durant la dernière moitié à peu près du mois de Decembre. Cependant on n'apperçut le 2 Janvier qu'une *Facule* fort claire, au milieu de laquelle il paroïssoit une Tache grisâtre, tres-foible. La Facule passa par le Meridien 1' 7" après le centre du Soleil, qui étoit plus élevé qu'elle de 1' 23". Le lendemain il n'y avoit plus ni Facule ni Tache.

Avant que d'aller plus loin, & de commencer une nouvelle histoire des Taches, il est bon d'expliquer pourquoi nous en marquons toujours si soigneusement les hauteurs par rapport au centre du Soleil, & de quelle importance est cette détermination.

Pour s'assurer si une Tache qui reparoit est la même qui a été vûë en premier lieu, il ne suffit pas qu'elle reparoisse dans le temps que demande l'hypothese des 27 jours & demi, il faut encore qu'elle ait la même position sur le globe du Soleil; or on observe exactement sa position *apparente* afin d'en pouvoir conclure la *vraie*, fort différente de la première, & la seule dont on ait besoin.

Un Cercle diurne du Soleil, c'est à dire, ou l'Equateur, ou un Parallele à l'Equateur, étant conçu comme s'il en

traversoit le disque apparent, la portion de ce Cercle comprise dans le disque en est un diametre parallele à l'Horizon, lorsque le Soleil est au Meridien, temps où l'on observe ordinairement les Taches. Leur hauteur apparente, ou, ce qui revient au même, leur position au-dessus ou au-dessous du centre du disque se prend par rapport à ce diametre, & des deux moitiés dans lesquelles il divise le disque, on peut appeller la supérieure *Septentrionale*, & l'inférieure *Meridionale*. Mais le Soleil ayant un Equateur réel de son mouvement de 27 jours  $\frac{1}{2}$ , il a par conséquent deux Hemispheres réels, dont le supérieur par rapport à nous peut être appelé *Septentrional*, & l'inférieur *Meridional*, & cette division réelle & vraie du globe du Soleil ne répond pas à la division apparente du disque, de sorte que les Taches qui paroissent dans la moitié meridionale, par exemple, soient toujours dans l'hémisphere meridional.

Si le Soleil est dans l'Equateur, le diametre horizontal de son disque à midi étant donc une petite portion de l'Equateur, il faut concevoir que l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle de 23 degrés  $\frac{1}{2}$ . Si le Soleil est dans un Parallele à l'Equateur, l'Ecliptique coupe dans le Soleil ce Parallele, ou le diametre horizontal au centre du disque apparent sous un angle moindre que 23 degrés  $\frac{1}{2}$ , parceque l'angle sous lequel l'Ecliptique coupe les Paralleles, va toujours en diminuant depuis l'Equateur jusqu'à un Tropicque où il devient un angle de *contingence* ou d'attouchement, & infiniment petit. On sçait quelle est pour chaque Parallele ou pour chaque jour cette diminution. Ainsi l'on a pour chaque jour d'observation l'angle sous lequel le diametre horizontal du Soleil à midi est coupé dans le Soleil par l'Ecliptique. On la peut donc tracer sur le disque apparent. L'Ecliptique étant tracée, ses Poles sont nécessairement éloignés de 90 degrés, & tous deux toujours sur la circonference du disque apparent, parceque le centre du Soleil & celui de la Terre ne

fortant jamais du plan de l'Ecliptique, ses Poles doivent toujours être vûs par la Terre sur le Soleil. Les Poles de l'Ecliptique sur la circonference du disque apparent étant déterminés, on sçait d'ailleurs que ceux de l'Equateur réel du Soleil en sont toujours éloignés de 7 degrés  $\frac{1}{2}$ , parceque telle est l'inclinaison de l'axe du Soleil sur le plan de l'Ecliptique, mais il reste à sçavoir où ils sont, ou, ce qui revient au même, à décrire l'Equateur du Soleil sur son disque.

Si l'on rapporte un cercle sur une superficie plate, ou, ce qui est la même chose, qu'on en fasse la *projection*, & si l'œil est dans le plan de ce cercle, il ne paroîtra sur cette superficie que comme une ligne droite, mais si l'œil n'est pas dans le plan du cercle, il paroîtra comme une demi-Ellipse, d'autant plus ouverte, que l'œil sera plus éloigné de ce plan. On sçait que quand le Soleil est dans le 8<sup>me</sup> des Gemeaux ou du Sagittaire, les deux Poles de son Equateur réel sont vûs en même temps par la Terre sur la circonference du disque apparent, ou, ce qui revient au même, que la Terre est alors dans le plan de l'Equateur du Soleil, aussi-bien que dans le plan de l'Ecliptique où elle est toujours. Elle voit donc & l'Ecliptique & l'Equateur du Soleil comme deux lignes droites qui se coupent dans leur milieu sous un angle de 7 degrés  $\frac{1}{2}$ ; mais hors de ces deux temps-là, la Terre n'étant plus dans le plan de l'Equateur du Soleil, & au contraire s'en éloignant toujours pendant 3 mois, elle le voit comme une demi-Ellipse, qui s'ouvre toujours de plus en plus, & devient plus différente d'une ligne droite. Cette demi-Ellipse à mesure qu'elle s'ouvre coupe toujours aussi l'Ecliptique du Soleil dans un point plus éloigné de son milieu, jusqu'à ce qu'enfin au bout de 3 mois la demi-Ellipse étant la plus ouverte qu'elle puisse être, elle coupe l'Ecliptique du Soleil à ses deux extrémités ou à deux points de la circonference du disque, ce qui fait que le grand axe de l'Ellipse est cette Ecliptique même, & que le petit axe est la distance du milieu de l'Ecliptique ou du centre

du disque apparent à l'Ellipse. Cette distance sera de 7 degrés  $\frac{1}{2}$  pris sur un grand Cercle du Soleil. Supposons qu'en cet état la demi-Ellipse soit au-dessous du centre apparent du disque, il faut comme elle représente l'Equateur du Soleil qui a toujours ses Poles éloignés de 90 degrés, qu'un de ces Poles, qui étoient tous deux visibles 3 mois auparavant sur la circonférence du Soleil, se soit abaissé de 7 degrés  $\frac{1}{2}$  vers le centre, & soit même au milieu d'une corde du disque. Par-là il est aisé de comprendre & comment il retourne pendant les 3 mois suivans vers un autre point de la circonférence du disque jusqu'à ce qu'enfin il y arrive, & quelles sont toutes ses situations moyennes pendant ces 6 mois, & comment le Pole opposé qui avoit été invisible devient visible à son tour, & fait un chemin tout semblable. En un mot, le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, fait que les Poles de l'Equateur du Soleil paroissent décrire en un an autour de ceux de son Ecliptique un cercle dont le rayon est de 7 degrés  $\frac{1}{2}$ . On sçait donc pour chaque jour de l'année quelle ligne ou droite ou Elliptique, ou plus ou moins Elliptique doit représenter l'Equateur du Soleil sur son disque, & comment elle est posée par rapport à son Ecliptique, dont on a la position pour ce même jour par rapport à un diametre horizontal, & par conséquent on sçait quelle est sur le globe du Soleil & par rapport à son Equateur la position réelle des Taches, dont on avoit observé la position apparente. Reprenons maintenant l'Histoire des Taches.

Le 25 Fevrier, on en apperçut vers le bord oriental du Soleil plusieurs, qui formoient trois petits amas, dont les deux superieurs avoient chacun une Tache assés grande, & assés noire. Elles étoient toutes environnées d'une nebulosité. Quelques-unes étoient plus hautes, & quelques autres plus basses que le centre du disque. On les vit s'avancer vers le bord occidental selon l'hypothèse des 27 jours  $\frac{1}{2}$ , jusqu'au 1 Mars, après quoi le temps ne permit plus de les observer. M. Cassini le fils trouva selon la

Theorie que nous venons d'expliquer, qu'elles étoient dans l'Hémisphère meridional du Soleil avec une déclinaison de 6 ou 7 degrés pris sur la circonférence du Soleil. Celles du mois de Decembre 1706 devoient avoir à peu près la même position, & il voulut voir si elles pouvoient être les mêmes selon l'hypothèse des 27 jours. Mais parceque la plus Occidentale de celles de Decembre avoit passé par le milieu du Disque le 12 à 6 heures du soir, & que la plus Occidentale de celles de Fevrier y avoit dû passer le 1 Mars à 8 heures du soir, l'intervalle de ces deux passages ne contenant point  $27\frac{1}{2}$  un nombre de fois à peu près juste, il s'ensuit ou que ces deux Taches étoient différentes, ou que si c'étoit la même, elle avoit quelque mouvement particulier, ce qu'on ne doit pas supposer tout à fait gratuitement.

Le 20 Mars, on apperçut dans le Soleil un amas de Taches, dont la plus occidentale étoit la plus grosse. Elle dût passer par le milieu du disque le 28 à 9 heures du soir. Le 24 on apperçut vers le bord oriental un nouvel amas de Taches, de sorte que l'on en vit deux en même temps, phenomene qui, selon ce que nous avons déjà dit dans l'Hist. de 1705 \*, commence à n'être plus si rare qu'il l'étoit. M. Cassini le fils détermina que la plus grosse Tache du premier amas étoit dans l'Hémisphère meridional du Soleil avec une déclinaison de 9 degrés, & la plus grosse du second dans le même Hémisphère avec une déclinaison de 6 à 7 degrés.

\* p. 118.

On n'apperçut point de Taches depuis le 3 Avril jusqu'au 15 May, que l'on en vit un amas dont la plus grosse étoit la plus occidentale. Elle devoit avoir passé par le milieu du disque le 11 à midi avec une déclinaison meridionale de 6 à 7 degrés.

Le 28 Septembre il parut une Tache vers le bord oriental. On continua de l'observer jusqu'au 3 Octobre, & on trouva qu'elle avoit passé par le milieu du disque le 2 Octobre vers le minuit, avec une déclinaison de 7 à 8 degrés.

Le 14 Novembre, on vit une Tache si proche du centre du Soleil, qu'elle devoit passer par le milieu du disque le même jour sur les 5 heures du soir, avec une déclinaison meridionale de 12 à 13 degrés. Le 16 elle disparut, fort éloignée encore du bord occidental, & l'on en vit une autre beaucoup plus grosse vers le bord oriental. On continua de l'observer, & le 27 qu'elle approchoit fort du bord occidental, on en vit une autre vers le bord oriental, & le phenomene qu'on croyoit si rare parut deux fois en cette seule année. Mais ce qui est encore plus extraordinaire, c'est que la nouvelle Tache étoit dans l'Hemisphère septentrional, où elle avoit une déclinaison de 13 degrés à peu près.

M<sup>re</sup> Cassini & Maraldi ne se souviennent point d'avoir vu dans cet Hemisphère du Soleil aucune autre Tache que celle qui parut au mois d'Avril 1705 depuis le 7 jusqu'au 17 \*. Nous ne marquâmes point alors la circonstance de sa position sur le globe du Soleil, elle y avoit une déclinaison septentrionale de 12 à 13 degrés. En general les Taches qui paroissent en si grande quantité, sont toutes dans l'Hemisphère meridional, & il y en a un grand nombre qui ont les mêmes déclinaisons.

\* V. l'Hist.  
de 1705. P.  
127.

Cette remarque favorise une pensée de M. de la Hire, rapportée dans l'Hist. de 1700 \*, que la plupart des Taches pourroient être les pointes ou les éminences de quelque grande masse solide & irrégulière, fixe dans un certain endroit du Soleil, à cela près qu'elle peut ou s'élever sur la surface de ce grand liquide, ou s'y enfoncer plus ou moins. Ce sera la même chose, si l'on veut que ce liquide ait un mouvement par lequel tantôt il couvre entièrement la grande masse solide, tantôt il la laisse plus ou moins découverte.

\* p. 124

La conformité & l'égalité de déclinaison des deux Taches Septentrionales de 1705 & de 1707 donna lieu de chercher si elles ne pourroient point être la même Tache, selon l'hypothèse des 27 jours  $\frac{1}{2}$ . Celle de 1705 dût passer par le milieu du Soleil le 12 Avril sur les 8 heures.



du matin, & celle de 1707 le 30 Novembre à 7 heures du soir, & il se trouva que l'intervalle des deux passages divisé par  $27\frac{1}{2}$  donnoit 35 révolutions juste & sans reste. Il y a donc lieu de croire que ce n'étoit que la même Tache, & que l'Hémisphère Septentrional du Soleil a quelque grande masse solide pareille à celle du Meridional, mais qui se tient plus long-temps enfoncée, ou que le liquide découvre plus rarement. Il n'est pas étonnant que la Philosophie begaye sur des choses si éloignées de la portée de nos yeux, & si foiblement apperçûes, il l'est seulement qu'on ait été si loin, & qu'on ait pû, par exemple, distinguer geometriquement les deux Hémisphères réels du globe du Soleil.

Le 15 Decembre on vit une Tache vers le bord oriental. Par sa déclinaison meridionale de 13 degres, & par l'hypothèse des 27 jours  $\frac{1}{2}$ , elle pouvoit être la même que celle qui commença à paroître le 16 Novembre. On l'observa jusqu'au 21 Decembre, elle étoit fort diminuée, & le mauvais temps acheva de la dérober aux yeux.

---

Nous renvoyons aux Memoires

V. les M.  
p. 120.

Les Observations de Saturne, de Mars, & d'Aldebaran vers le temps de la conjonction de Saturne avec Mars, par M. de la Hire.

V. les M.  
p. 193.

Les Reflexions de M. Cassini le fils sur l'Eclipse de Mars par la Lune observée à Montpellier & à Marseille.

V. les M.  
p. 297.

L'Observation qu'a faite M. de la Hire de la conjonction de Jupiter avec Regulus.

V. les M.  
p. 352.

L'Observation qu'a faite M. Maraldi du passage de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse.



# GEOGRAPHIE.

## SUR UNE MANIERE DE LEVER LA CARTE D'UN PAYS.

**L**es grands frais qu'il faut faire pour lever geometriquement la Carte d'un Pais, la longueur du temps qu'il y faut emploïer, le petit nombre de gens qui puissent executer cet Ouvrage, & qui en vueillent bien prendre la peine, sont cause que l'on n'a que tres-peu de Cartes levées par les voies geometriques, qui seules cependant sont absolument sûres. En cas qu'on ne puisse les mettre en usage, M. Chevalier propose une autre Methode peu éloignée de l'exactitude geometrique, & dont le grand avantage est de pouvoir être pratiquée sans aucuns frais, & sans aucune geometrie. Il ne faut qu'un peu de soin & d'attention.

On appelle *Amplitude* l'arc de l'Horizon compris entre le point où le Soleil se leve ou se couche à un jour quelconque, & le point où il se leve ou se couche, lorsqu'il est dans l'Equateur. Il est visible d'abord que l'amplitude est d'autant plus grande que le Soleil est plus éloigné de l'Equateur, ou a une plus grande declinaison, & l'on voit aussi par les differentes positions de la Sphere, que plus elle est oblique, ou plus un Pole est élevé pour un lieu, plus l'amplitude y est grande, tout le reste étant égal. La declinaison du Soleil, & l'élevation du Pole, sont donc les deux Elemens d'où dépend la grandeur de l'Amplitude, & l'on construit des Tables de la variation des Amplitudes selon celle de leurs Elemens,

Je suppose que le lieu où je suis, Paris, par exemple, est au centre d'un assés grand cercle tracé sur un Carton, & divisé en 360. Comme je sçai par les Tables que l'Amplitude solstittiale, la plus grande de toutes, est à Paris de 37 degrés, en négligeant les Minutes, je prends sur mon Cercle pour l'Amplitude Equinoxiale ou nulle le point d'où commencent ses divisions, & le 37<sup>me</sup> degré suivant répond à l'Amplitude Solstittiale. Cet espace de 37 degrés répond à 3 mois, & je le divise selon la Table des Amplitudes pour chaque jour de ces 3 mois, ou plutôt de 5 jours en 5 jours, parceque les amplitudes ne changent pas sensiblement d'un jour à l'autre. J'en fais autant pour les amplitudes des autres 9 mois de l'année.

Je suppose aussi que le rayon de mon Cercle représente une étendue de 2 lieues, & je le divise en 8 parties égales, qui par conséquent valent chacune un quart de lieue, & par chacune de ces divisions je décris des Cercles concentriques au premier. M. Chevalier appelle *Chassis* ce Carton, où sont ces figures.

Cela fait, à tel jour que ce soit où l'on pourra observer le lever ou le coucher du Soleil, je mets sur le Chassis deux fils de fer bien à plomb, l'un au centre, l'autre sur le point du cercle extérieur, qui répond au jour choisi, je place le Chassis bien horizontalement, je le tourne de manière qu'au moment du lever ou du coucher du Soleil l'ombre des deux fils de fer soit sur la même ligne droite, & je l'arrête ferme dans cette situation. Il est certain qu'elle est telle que toutes les divisions du cercle extérieur répondent exactement à celles de l'Horizon, que le 90<sup>me</sup> degré, par exemple, depuis une amplitude Equinoxiale est un Pole &c, en un mot, que le Chassis est bien *orienté*. Alors, si je suis dans un lieu assés élevé pour découvrir une étendue de 2 lieues à la ronde, je dirige exactement à tel lieu que je veux, à un Clocher, une Regle qui est mobile autour du centre du Chassis, & je suis sûr que ce Clocher est à l'égard de Paris dans la position déterminée par la regle, au Sud-Est, par exemple, & par conséquent il faut que ce

Clocher soit écrit dans mon Chassis sur cette ligne. Reste à sçavoir à quel point ; or on suppose que je sçai à peu près la distance de tous les lieux qui ne sont pas éloignés de plus de 2 lieuës du lieu où j'habite, & sur tout cette connoissance est fort familiere à la Campagne, où se feroit le plus grand usage du Chassis. Comme il est divisé en quarts de lieuë, je place le Clocher selon sa distance connue ou sur un des cercles concentriques, ou entre deux cercles, & ne puis tomber sur cela dans des erreurs considerables.

Ce que j'ai fait pour Paris, M. Chevalier veut que 30 ou 40 personnes, qui seront aux environs de Paris & éloignées les unes des autres de 2 lieuës au plus, le fassent chacune pour le lieu de sa demeure ; non pas que chacun soit obligé à faire son Chassis, c'est une operation qui demande la main d'un Geometre, mais un Geometre l'ayant fait, il en envoie une copie à ces 30 ou 40 personnes, qui n'ont plus que la peine de prendre les *alignemens* des lieux voisins, ainsi que nous l'avons dit, & c'est dequoi tres-peu de gens seroient incapables. Les 30 ou 40 petites Cartes étant faites, on les remet entre les mains du Geometre, qui sçait les assembler, & en compose la Carte des Environs de Paris.

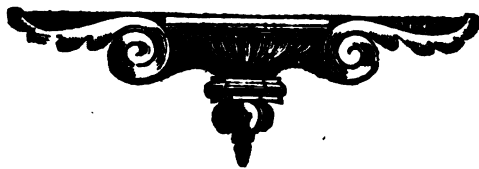
Comme on envoie le même Chassis à tous ceux qu'on veut emploier, on suppose que les amplitudes sont les mêmes pour des lieux peu éloignés, ce qui n'est vrai que sensiblement. Aussi cette Methode de lever une Carte ne peut-elle avoir lieu que pour un petit Païs, & il est bon que la Ville ou le lieu principal sur lequel seul on règle les amplitudes soit au milieu du Païs qu'on veut lever, afin que les petites erreurs des lieux particuliers se compensent les unes les autres.

Il semble que sans emploier les amplitudes on pourroit orienter le Chassis par le moïen de la Meridienne du lieu, qui est ordinairement connue à la Campagne, mais elle ne l'est qu'assés grossierement, & s'il falloit la trouver avec plus de précision, peu de gens y réussiroient. La

methode de s'orienter par les amplitudes avec un Chassis tout fait , est plus sûre , & n'a aucune difficulté. Ce n'est pas que l'autre ne puisse aussi servir avec succès.

On peut remarquer sur la Methode des amplitudes, que l'erreur qui est insensible pour un petit Païs, sera encore d'autant moindre que les operations se feront dans un Païs qui aura moins de latitude, ou dans un temps plus proche des Equinoxes, parceque dans ces deux circonstances les amplitudes de differens lieux sont moins differentes. Celle des deux circonstances qui les rend moins differentes est celle de la latitude, & comme elle est assés grande en France, il en faudroit d'autant plus observer d'y faire les operations vers les Equinoxes.

C'est assés d'avoir donné ici l'esprit general de la Methode de M. Chevalier. Comme il seroit necessaire qu'un Geometre fût à la tête de l'Ouvrage, il imagineroit aisément les changemens que demanderoient certaines circonstances particulieres, & les facilités qu'on pourroit encore ménager à ceux qui opereroient. Un Evêque, qui auroit quelque inclination pour les Sciences, seroit lever de cette maniere la Carte de son Païs par ses Curés, qui à peine s'appercevroient eux-mêmes qu'ils feroient des operations geometriques. Il y a quantité de choses tres-utiles, & quelquefois difficiles en apparence, qui s'execteroient presque d'elles-mêmes, si ceux qui sont en place vouloient bien y donner un premier mouvement.





# ACOUSTIQUE.

## SUR LES SYSTEMES TEMPERES

### DE MUSIQUE.

**E**N exposant dans l'Hist. de 1701 \* le Système general de Musique inventé par M. Sauveur, nous avons expliqué ce que c'est que des Systèmes *temperés*, & ce qui en fait la nécessité. Nous supposons ici ces connoissances.

V. les M.

P. 203.

\* P. 123. & suiv.

Nous avons dit que M. Sauveur *divise le ton moyen en 7 parties, dont il en donne 4 au semiton majeur, & 3 au mineur, moyennant quoi l'Octave, qui contient 5 tons moyens, & 2 semitons majeurs a 43 parties, qu'il appelle Merides*, c'est à dire que si une voix ou une corde d'Instrument allant de *ut* à *VT*, au lieu de passer par les 7 degrés ou intervalles du Système Diatonique, la plupart inégaux entre eux, passoit par 43 degrés ou intervalles égaux, elle ne formeroit plus les accords justes du Système Diatonique, Secondes, Tierces &c, mais d'autres accords fort approchans, de sorte que ceux qui étoient agréables ne le seroient pas sensiblement moins, & que ceux qui étoient désagréables cesseroient de l'être.

Cette division de l'Octave en 43 parties n'est pas nécessaire, ni unique, par rapport à l'effet qu'on en veut tirer, qui est l'adoucissement des Dissonances, avec une alteration peu sensible des Consonances. Si l'on divise le ton moyen en 5 parties, & qu'on en donne 3 au semiton majeur, & 2 au mineur, l'Octave ayant toujours 5 tons moyens, & deux semitons majeurs, aura 31 parties égales. De même, elle en aura 55, si l'on divise le ton moyen en 9 parties, & qu'on en donne 5 au semiton majeur, & 4 au

mineur. L'Octave divisée en 31 parties ou en 55 donnera aussi-bien un Système temperé, que quand elle l'est en 43.

Cependant la division de l'Octave n'est pas tout à fait arbitraire. Il doit même sembler d'abord étrange qu'étant conçue comme composée de 5 tons moyens, & de deux semitons majeurs, on la puisse également diviser en 31, en 43, ou en 55, car cela ne se peut, à moins que le rapport du semiton majeur au mineur ne varie, & en effet on vient de voir que dans la 1<sup>re</sup> de ces trois divisions le semiton majeur est au mineur comme 3 à 2, dans la 2<sup>de</sup> comme 4 à 3, dans la 3<sup>me</sup> comme 5 à 4; or ce rapport ne devroit-il pas être fixe & déterminé par le Système Diatonique? Mais il est certain qu'il ne l'est point, parcequ'il y a dans ce Système deux Tons, l'un majeur, & l'autre mineur, & que par conséquent le semiton majeur peut être pris pour la plus grande moitié de l'un ou de l'autre de ces deux Tons inégaux, & le semiton mineur pour la plus petite. Delà vient que le rapport des deux semitons varie, mais comme le Ton majeur & le mineur ont une différence déterminée, la variation du rapport des deux semitons est renfermée dans des bornes assez étroites, que M. Sauveur détermine tres-facilement. On voit par cette détermination que si l'on veut que la différence du semiton majeur & du mineur soit toujours 1, le mineur ne peut être que 2, 3, ou 4, & par conséquent le majeur que 3, 4, ou 5, ce qui dans cette supposition réduit l'Octave à ne pouvoir être divisée qu'en 31, 43, ou 55 parties égales. Si l'on supposoit que la différence du semiton majeur au mineur fût 2, car cela est entièrement arbitraire, l'Octave se diviseroit en un plus grand nombre de parties, & de plus recevrait un plus grand nombre de divisions différentes; & ces deux effets croïtroient encore si la différence des deux semitons étoit 3, & ainsi de suite à l'infini. Mais ces grands nombres seroient fort incommodes dans les calculs, & ne donneroient pas une plus grande justesse aux *Temperamens*. Ainsi l'on aura raison de s'en tenir aux trois divisions rapportées. La 1<sup>re</sup> a été adoptée

par M. Huguens, la 2<sup>de</sup> est de M. Sauveur, la 3<sup>me</sup> est suivie par les Musiciens.

Il faut remarquer que ces trois divisions, & toutes les autres à l'infini, dont nous avons fait voir la possibilité, supposent l'Octave partagée en 5 Tons moyens, ou 10 Semitons moyens, & 2 Semitons majeurs, & toutes ensemble ne font qu'une manière de diviser l'Octave, parce qu'elles ne lui donnent que les mêmes *Elemens*, & en même nombre. Mais si on la divisoit en 12 Semitons moyens, ce seroit une autre manière de la diviser, une autre espèce de division. L'Octave n'ayant alors que 12 parties égales, elle en auroit trop peu pour donner aux accords un Temperament assez juste, & il se trouve que les Tierces seroient tellement altérées que l'Oreille ne les pourroit plus souffrir. Aussi ce Système est absolument rejeté par les Musiciens. Ce seroit encore pis si l'Octave étoit divisée en moins de 12 parties égales, ce qui arriveroit si on la composoit de Tons majeurs, ou mineurs, avec quelque reste. Il ne faut donc chercher un bon Système temperé que dans la première espèce de division que nous avons suivie, & le combat se trouve réduit entre trois dans cette espèce. Il ne reste plus qu'à les comparer.

M. Sauveur fait cette comparaison, ou plutôt, pour n'être pas soupçonné de rien donner à son intérêt, il la met sous les yeux toute faite par le moyen d'une Table, qui ne peut imposer, puisqu'elle représente chaque Système tel qu'il est, & avec ses différences au Système Diatonique juste. On peut remarquer d'abord dans celui de M. Sauveur quelques commodités de pratique & de calcul que n'ont pas les deux autres, mais ce qui fait son avantage le plus décisif, c'est que ses Tierces sont moins justes que celles de M. Huguens, & que ses Quartes le sont moins que celles des Musiciens. Cela semble paradoxe, mais il est vrai qu'un Temperament où tous les accords sont plus également altérés est préférable. Des accords justes ou presque justes mêlés avec d'autres qui sont fort altérés, font un mauvais effet, parcequ'ils font trop sentir



à l'Oreille le défaut de tout le reste, & lui rappellent trop vivement le souvenir d'une justesse, qu'il faut au contraire lui faire oublier. C'est par cette raison que les Facteurs d'Orgues, & de Clavecins suivent le Système de M. Sauveur, & non celui des Musiciens ordinaires.

Comme les nombres 31, 43, & 55 sont en progression arithmétique, & que 43 qui appartient à M. Sauveur, est le terme moyen, on peut voir en general pourquoi son Système tient le milieu entre les deux autres, & altere tous les accords avec plus d'uniformité.

La différence du Système de M. Sauveur soit à celui de M. Huguens, soit à celui des Musiciens, quoique peut-être légère en elle-même, ne l'est nullement par rapport au but que l'on se propose. Il s'agit de la perfection, & plus on en approche, plus le peu de chemin qui reste à faire est important. Souvent même on ne croit pas qu'il en reste à faire, & il n'appartient pas à tout le monde de s'en apercevoir.

\*\*\*\*\*

## MECHANIQUE.

### *SUR LE JET DES BOMBES,*

#### *OU EN GENERAL*

#### *SUR LA PROJECTION DES CORPS.*

V. les M.  
p. 140.

**I**L y a deux cens ans que les Philosophes croyoient que la ligne décrite en l'air par un boulet de canon étoit droite, tant que l'impulsion de la poudre l'emportoit considérablement sur la pesanteur du boulet, qu'aussi-tôt que cette impulsion venoit à être balancée par la pesanteur, cette ligne devenoit courbe, & qu'enfin elle redevenoit droite

droite dès que la pesanteur l'emportoit sur l'impulsion. Il paroît bien que la science des Mouvements composés n'étoit alors guère connue. Nicolo Tartaglia de Bresce, qui vivoit au commencement du 16<sup>me</sup> Siècle, & l'un des premiers qui ait travaillé à l'Algebre, fut le premier qui s'apperçut de la fausseté de cette idée, & qui soutint que la ligne du boulet étoit courbe dans toute son étendue. Il découvrit aussi que les coups tirés d'un canon élevé de 45 degrés ont une plus grande portée, que dans toute autre élévation de la pièce, mais selon la destinée de tous les grands Genies, qui défrichent une matiere nouvelle, il se trompa sur beaucoup d'autres choses, & quand il n'eût pas été arrêté, comme il le dit, par le scrupule d'enseigner une science funeste, il n'eût pas fait beaucoup de mal au genre humain; si cependant, à juger bien sagement, c'est une invention funeste que l'Artillerie, & si tout ce qui rend la Guerre plus courte & plus décisive, ne la rend pas moins meurtriere & plus innocente. Il a dû perir plus d'hommes dans Troye par un Siège de 10 ans, que dans aucune Place qui ait été bombardée. Tartaglia n'avoit pas déterminé la Courbe du boulet de canon, & il ne l'auroit pas pu sans le Système de l'accélération des Chutes, réservé au Grand Galilée. C'est lui qui a démontré le premier qu'un boulet tiré horizontalement d'un lieu élevé décrit une demi-Parabole, dont le sommet est au point où il sort de la bouche du canon, & que s'il est tiré obliquement à l'horizon, il décrit une Parabole, dont le sommet est précisément au milieu de sa course, supposé qu'il doive tomber sur le même plan horizontal où est la batterie. Ensuite il a comparé ensemble les projections faites toujours avec la même force, mais sous differens angles par rapport à une ligne verticale, & il a fait voir que les étendues des projections, ou les *amplitudes* des Paraboles sont entre elles comme les sinus droits, & les hauteurs des sommets des Paraboles sur le plan horizontal de la batterie comme les sinus versés du double de ces angles; d'où il suit que la plus grande éten-

duë possible appartient au jet fait sous l'angle de  $45$ , puisqu'il que le sinus droit du double de cet angle est le rayon du Cercle, le plus grand de tous les sinus, que toutes les étenduës qui appartiennent à des jets également éloignés du jet de  $45$  en dessus, & en dessous, sont égales, que les hauteurs des Paraboles sont d'autant plus grandes que l'angle du jet avec la verticale est plus petit, que quand cet angle est de  $45$  la hauteur de la Parabole correspondante tient précisément le milieu entre toutes les autres hauteurs possibles, & que quand l'angle est de  $90$  la hauteur de la Parabole sur le plan de la batterie est nulle, de même que le sinus versé de  $180$  est nul.

Galilée n'a considéré que les projections terminées au plan horizontal de la batterie, mais Torricelli son Disciple est allé plus loin, parcequ'il est venu après lui. Il a recherché où les coups devoient porter sur des endroits situés au-dessus ou au-dessous de l'horizon, par exemple, sur une Montagne, les angles de projection étant connus, & il s'en est tenu là. Mais ce qu'il ajoutoit à Galilée étoit moins important pour l'usage de l'Artillerie, que ce qu'il laissoit encore à découvrir. On ne se soucie pas tant de savoir où ira le coup, que de le faire aller où l'on veut, sur une Tour, par exemple, sur un Bastion, & il faut connoître sous quel angle on doit pointer les pièces, pour y tirer juste. La Parabole que le boulet décriroit entière en l'air, s'il devoit tomber sur un plan qui fût au niveau de la batterie, doit être coupée & arrêtée dans sa course par le haut de la Tour, & il s'agit de trouver sous quel angle il faut pointer la pièce, afin que le boulet décrive la Parabole que le haut de cette Tour rencontrera.

Feu M. Blondel de l'Academie des Sciences y proposa ce Problème en 1677, & tous les Géometres de la Compagnie s'exercerent sur ce sujet. M. Buot, M. Roëmer, M. de la Hire donnerent différentes résolutions, & M. Cassini renferma toute la Theorie de la projection des Corps dans une seule Proposition très-simple, & très-ingénieuse. M. Blondel qui avoit étudié encore plus parti-

culièrement toute cette matiere, en composa un Livre qui parut en 1683 sous ce titre, *De l'Art de jeter les Bombes.*

Il ne paroît pas que l'on ait presentement rien à desirer sur la pratique de cet Art. Peut-être seulement pourroit-on encore perfectionner l'Instrument qui sert à pointer la piece ou le Mortier, & l'on a parlé sur cela d'une idée de M. de la Hire dans l'Hist. de 1700\*.

\* p. 144.

Mais la Geometrie étant quitte, pour ainsi dire, envers la Pratique, est en droit de pousser plus loin la speculation, & de donner quelque chose à la simple curiosité, quand l'utilité est satisfaite.

Nous avons dit que la force de la projection, ou la vitesse du boulet étant toujours la même, les hauteurs des différentes Paraboles décrites par des jets de differens angles diminuent toujours depuis le plus petit angle que puisse faire le jet avec la verticale tirée par le point d'où le jet sort, jusqu'à l'angle de 90, par conséquent les foyers de ces Paraboles, qui sont toujours dans la même ligne verticale que les sommets, & au-dessous, baissent aussi dans tout ce mouvement. D'un autre côté, depuis l'angle infiniment petit fait avec la *verticale du jet* jusqu'à l'angle de 45 les étendues des jets ou les amplitudes des Paraboles augmentent toujours, & comme la ligne où sont le sommet & le foyer, c'est à dire l'axe de la Parabole coupe toujours l'amplitude par le milieu, les sommets & les foyers baissent jusqu'à l'angle de 45 en s'éloignant toujours de la verticale du jet, après quoi les amplitudes au-delà de l'angle de 45 redevenant égales à ce qu'elles étoient en deçà, chacune à sa correspondante, les sommets & les foyers se rapprochent de la verticale du jet, en continuant toujours de baisser. Il faut sçavoir quelles lignes les uns & les autres décrivent dans ce mouvement.

La hauteur verticale d'où le boulet auroit dû tomber pour acquérir la vitesse qu'il a au sortir du canon, & qu'on peut appeller *hauteur déterminatrice*, étant repre-

sentée par une ligne, si du point d'où le jet sort pris pour centre, & de cette ligne prise pour rayon, on décrit un demi-cercle, on voit tres-facilement que tous les foyers des différentes Paraboles depuis l'angle infiniment petit jusqu'à celui de 90, sont autant de points de cette demi-circonférence. Et en effet, l'angle du jet étant infiniment petit, ou, ce qui est la même chose, le boulet étant tiré verticalement de bas en-haut, la Parabole, dont l'amplitude est alors nulle, n'est que la verticale du jet, ou la ligne qui représente la hauteur déterminatrice, & son sommet & son foyer se confondent en un seul point, qui est l'extrémité supérieure de cette ligne, & en même temps de la demi-circonférence dont elle est le rayon. Quand l'angle du jet est de 45, le sommet de la Parabole qui en est formée est au milieu de tous les autres sommets, ou, ce qui revient au même, il répond au milieu de la hauteur déterminatrice, & il est tres-aisé de voir que le foyer de cette Parabole est sur la ligne horizontale de la batterie, & que par conséquent depuis le jet vertical jusqu'à celui de 45, les foyers ont décrit un quart de cercle, d'où il suit qu'ils décriront l'autre quart depuis l'angle de 45 jusqu'à celui de 90, qui appartient au jet horizontal.

Quant aux sommets des Paraboles qui sont toujours plus élevés que les foyers, il est visible que dans tout le mouvement qu'ils font depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal, ils ne peuvent descendre que jusqu'à la ligne horizontale de la batterie, c'est à dire qu'ils descendent la moitié moins que les foyers, car quand le jet est horizontal, le sommet de la demi-Parabole qui se décrit alors est au point d'où le jet sort. On voit par une Proposition de M. le Marquis de l'Hôpital dans son *Analise des Infiniment petits*, que la Courbe décrite par les sommets des Paraboles depuis le jet vertical jusqu'à l'horizontal est une demi-Ellipse, qui a pour son petit axe la hauteur déterminatrice, & son grand axe double du petit.

Comme les sommets & les foyers vont ensemble en s'é-

loignant de la ligne du jet vertical depuis ce jet jusqu'à celui de 45, & qu'ensuite ils se rapprochent toujours de cette même ligne jusqu'à ce qu'ils y arrivent, il s'ensuit qu'ils repassent par les mêmes lignes verticales par où ils avoient déjà passé, mais en d'autres points, & que par conséquent chacune de ces lignes coupe en deux points tant le demi-cercle décrit par les foyers, que la demi-Ellipse décrite par les sommets. Il en faut excepter la verticale qui appartient au jet de 45, le plus étendu de tous, ou, ce qui est le même, la verticale où se trouvent le sommet & le foyer de la Parabole correspondante. Cette ligne touche en même temps & le demi-cercle, & la demi-Ellipse, parceque le jet de 45 est unique & n'en a aucun autre qui lui réponde. C'est aussi un principe établi en Geometrie qu'un point d'attouchement en vaut deux d'intersection.

Cette speculation a été encore poussée plus loin. Toutes ces différentes Paraboles qui depuis le jet vertical s'en éloignent toujours jusqu'au jet de 45, & s'ouvrent toujours de plus en plus, se coupent nécessairement les unes les autres, & la suite de tous leurs points d'intersection forme une ligne Courbe, ou, ce qui est la même chose, il y a une Courbe qui dans toute son étendue touche toutes ces différentes Paraboles. On demande quelle elle est. M. le Marquis de l'Hôpital a démontré dans son Livre des Infiniment petits, que c'est une Parabole dont le parametre est quadruple de la hauteur déterminatrice. On la peut appeller Parabole *générale* ou *extérieure*, parcequ'elle enveloppe toutes les autres par dehors. Elle est le terme au-delà duquel le boulet ne peut jamais aller, n'étant poussé que de la force représentée par la hauteur déterminatrice, & si l'on veut qu'il aille à l'extrémité d'une ligne inclinée au-dessus de l'horizon, par exemple, sur le haut d'une Montagne, il faut qu'il aille au point qui est commun à la Parabole générale, & à celle du jet qu'il faudra faire.

Voilà quelle est l'histoire des découvertes qui ont été

\* p. 112. faites jusqu'à present sur les Projections. M. Guisnée a démontré le tout d'une maniere fort naturelle & fort claire, & quand on donne des preuves plus faciles de verités déjà connus, c'est un progrès pour les Sciences, aussi-bien que celui qui consiste à trouver des verités nouvelles. La maniere de sçavoir n'est pas indifferente, & devient elle-même une science à part. Nous avons dit dans l'Hist. de 1704 \* que d'habiles Geometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques à l'horizon forment des Paraboles aussi-bien que les horizontales, & maintenant les deux cas se trouvent sans peine envelopés dans la même Proposition, & même avec les nouvelles lumieres que l'on a, il seroit difficile de les séparer, quand on le voudroit.

M. Guisnée a cependant trouvé moyen d'ajouter quelque chose à la Theorie des Projections. Si l'on ne veut pas que le boulet aille jusqu'où il pourroit aller par la force qu'on lui suppose, c'est à dire jusqu'à la Parabole generale, & qu'il demeure en deçà, il détermine quel est l'angle qu'il faut donner au jet, ou la Parabole *particuliere* qu'il décrira, differente de celle qu'il auroit décrite, si le coup eût dû avoir toute son étendue. Il est visible qu'en deçà de 45, & à 45, l'angle du jet doit être plus petit, qu'il n'eût été, & au delà, plus grand. M. Guisnée a donné en general cette détermination précise par plusieurs voies differentes.

---

## SUR LA RESISTANCE DES TUYAUX CILINDRIQUES PLEINS D'EAU.

v. les M.  
p. 105.

**Q**uand il faut mesurer exactement des mouvemens, ou, ce qui est encore plus difficile, de simples efforts, dont les directions, les leviers, les appuis, ne sont

pas bien sensibles, ce sont toujours des recherches fort délicates, & les plus grands Hommes sont excusables de s'y méprendre, sur tout quand ils y ont travaillé les premiers. Ces circonstances accompagnent l'erreur, où M. Parent prétend que soient tombés deux des plus grands Sujets qu'ait eus l'Academie des Sciences.

Un Tuyau cylindrique, que l'on suppose vertical, étant plein d'eau, sa hauteur peut être telle, ou, ce qui est la même chose, la charge de l'eau si grande, qu'il crevera par le bas, & qu'il se fera à sa superficie cylindrique une fente par où l'eau s'échappera. Il s'agit de sçavoir quel est cet effort de l'eau, quelle en est la mesure, & quelle épaisseur doit avoir le tuyau pour y résister.

D'abord il faut bien concevoir que dans cet effet la base circulaire du tuyau n'est nullement enfoncée, on la suppose même inébranlable, & tout l'effort se fait contre la partie inférieure de la surface cylindrique du tuyau, de sorte que quand il creve, la crevasse est laterale, & verticale. Si la base s'enfonçoit, ce seroit simplement le poids du cylindre d'eau qui agiroit, & par conséquent toute son action seroit exprimée par le produit de sa hauteur & de sa base, mais comme il ne s'agit pas de la base du tuyau, c'est une autre considération.

Que l'on imagine pour un moment un cylindre d'eau qui se tienne suspendu en l'air, sans être enfermé dans un tuyau. Si le cercle le plus haut de ce cylindre tombe par son poids sur celui qui est immédiatement au dessous de lui, il rendra sa circonférence plus grande, car je suppose que ce second cercle conserve encore la figure circulaire. Si de même le second cercle tombe ensuite sur le troisième, sa circonférence sera encore plus augmentée que n'avoit été celle du second, & enfin si l'on applique cette idée à tous les cercles d'eau successivement, la circonférence du dernier sera d'autant plus augmentée que le nombre des cercles supérieurs sera plus grand, ou, ce qui est la même chose, que le cylindre entier sera plus haut. Maintenant si ce même cylindre est enfermé dans



un tuyau, tous les cercles d'eau auront la même tendance à descendre les uns sur les autres, quoiqu'ils ne descendent pas réellement, ils feront donc un effort pour s'élargir, & rendre leurs circonferences plus grandes, & cet effort ne peut s'exercer que contre les parois du tuyau; il ira toujours en augmentant de force depuis le haut jusqu'au bas, & enfin au bas du tuyau il sera d'autant plus grand, que le tuyau sera plus haut, parceque la circonferance où tous les cercles d'eau tendent à se mettre en sera d'autant plus grande.

Si la hauteur du tuyau demeurant la même, on suppose que sa circonferance augmente, on pourroit croire d'abord que l'effort de l'eau contre les parois du tuyau augmente aussi, car quoique la circonferance du tuyau étant augmentée, le nombre de ses parties qui résistent à l'effort de l'eau le soit aussi en même raison, le nombre des parties d'eau qui agissent est augmenté selon une plus grande raison, qui est celle de l'aire ou du quarré de la seconde circonferance à l'aire ou au quarré de la premiere. Mais il faut faire reflexion que si une partie d'eau quelconque tend à descendre, & par conséquent à élargir le cercle correspondant du tuyau, une autre partie d'eau égale, qui est placée entre elle & le tuyau, a la même tendance, & la repousse en sens contraire avec un effort égal, que par-là il ne reste de parties d'eau dont les efforts ne soient point détruits par d'autres, que celles qui s'appuient immédiatement sur les parois du tuyau, que ce sont les seules dont l'action s'exerce sur ces parois, & que par conséquent leur effort n'est point augmenté par l'augmentation de la circonferance, puisque chaque nouvelle partie d'eau a aussi une nouvelle partie du tuyau qui la soutient.

On pourroit donc augmenter à l'infini la circonferance du tuyau, sans être obligé d'augmenter l'épaisseur de la matiere dont il est fait; cependant il est certain que l'expérience y est entierement contraire, & même le raisonnement, quand cette mechanique est bien approfondie, selon les vûes de M. Parent.

L'effort

L'effort que nous avons jusqu'ici considéré dans l'eau est un effort perpendiculaire aux parois du tuyau, & le même que s'il agissoit par des rayons tirés d'un point quelconque de l'axe à ces parois, or ce n'est pas cet effort perpendiculaire qui creve ou déchire le tuyau. Il est bien vrai qu'il n'y en a pas d'autre qui agisse, mais il ne déchire pas le tuyau entant qu'il lui est perpendiculaire.

Il faut concevoir dans la circonference circulaire du tuyau deux côtés contigus infiniment petits, & faisant entre eux un angle obtus infiniment peu différent de celui de 180, & de plus un rayon tiré du centre à cet angle, & qui est la direction de l'effort perpendiculaire. Afin que le tuyau se déchire, il est nécessaire que ces deux côtés infiniment petits se séparent, & s'ils se séparent, c'est la même chose que si deux puissances opposées les tiroient directement chacune à elle, ou, ce qui est le même, selon les directions de ces côtés mêmes. L'effort perpendiculaire qui agit par le rayon ne déchire donc le tuyau, qu'entant qu'il produit ces deux nouvelles directions, qui sont infiniment près de lui être perpendiculaires, & il ne faut plus que comparer l'effort de l'eau, entant qu'il est perpendiculaire au tuyau, à lui-même entant qu'il le déchire. Or selon les regles de la Mechanique on sçait comparer différentes forces, quand on connoît leurs directions, & par cette voie M. Parent trouve en formant un triangle des directions supposées que l'effort perpendiculaire est à l'effort qui déchire comme un des côtés circulaires infiniment petits est au rayon. Mais parceque l'effort perpendiculaire pris en son entier agit sur toute une circonference de cercle, il faut multiplier le côté circulaire infiniment petit par le nombre infini des autres côtés, ce qui fait la circonference même, & parceque l'effort qui déchire n'agit que sur un point, on le laisse tel qu'il étoit dans l'infiniment petit, & par conséquent l'effort perpendiculaire est à celui qui déchire comme la circonference au rayon, c'est à dire plus de 6 fois plus grand.

Delà il suit évidemment que la hauteur du tuyau demeu-

rant la même, si sa circonference augmente l'effort que l'eau fait pour le crever augmente aussi, puisqu'il est toujours la même partie d'une plus grande quantité. Il augmentera aussi, si la circonference du tuyau demeurant la même, la hauteur augmente, puisque l'effort perpendiculaire en est visiblement plus grand. Il ne paroît pas nécessaire de remarquer que plus la pesanteur spécifique de la liqueur est grande, plus son effort l'est aussi, & que celui du Mercure, par exemple, le seroit plus que celui de l'eau.

Selon cette Theorie il est aisé d'exprimer geometriquement l'effort par lequel une liqueur creve son tuyau. Il est clair que la force par laquelle le tuyau résiste, c'est à dire, son épaisseur, doit être égale à cet effort, & cela produit une Equation, mais ce n'est encore qu'une Equation generale, & qui n'apprend point quelle doit être cette épaisseur selon la matiere dont on fera le tuyau, selon la hauteur & le diametre déterminé qu'on lui voudra donner, & selon la liqueur qu'il contiendra. Pour cela, il faut une Experience exacte sur la matiere dont il sera fait. S'il doit être de plomb, par exemple, il faut sçavoir quel poids suspendu à une bande de plomb d'une certaine épaisseur, & d'une certaine largeur, sera nécessaire pour la rompre & pour la déchirer, après quoi, il est clair que l'épaisseur du Tuyau qu'on fera de plomb devra être d'autant plus grande, que le produit de l'épaisseur & de la largeur de la bande de plomb de l'Experience aura été plus grand par rapport au poids qui aura fait la rupture. Une fraction dont ce produit sera le Numerateur, & ce poids, le Dénominateur, exprimera donc en general la résistance du Plomb, & si l'on multiplie par cette fraction l'effort de l'eau exprimé dans l'Equation generale, on la déterminera à représenter l'épaisseur nécessaire à tous les Tuyaux qu'on fera de plomb. Ensuite pour un tuyau d'une certaine hauteur, ou d'un certain rayon, il ne faudra que mettre dans l'Equation generale cette hauteur ou ce rayon déterminé.

Dés que l'on a une Equation qui donne l'épaisseur des Tuyaux nécessaire pour résister à l'eau, tout le reste étant déterminé ou connu, on a par la même Equation la hauteur qu'ils pourront avoir, si l'épaisseur est déterminée avec tout le reste. De même on aura, si l'on veut, le diamètre qu'on leur pourra donner. C'est sur ces principes que M. Parent a construit une Table pour les Tuyaux de Cuivre & de Plomb, & seulement pour les dimensions qu'ils peuvent avoir dans l'usage. Elle épargnera le calcul de son Equation à ceux qui voudront aller jusqu'à la pratique.

## *SUR UNE THEORIE GENERALE*

*DES MOUVEMENS SOIT UNIFORMES,*

*SOIT VARIE'S A DISCRETION.*

**S**'Il n'étoit question précisément de considérer les Mou- V. les M.  
p. 222.  
vemens accélérés, ou, ce qui revient au même, les  
retardés, & même les uniformes, que par rapport à l'u-  
sage, & aux applications Physiques, le Système de Gali-  
lée seroit suffisant. Ce grand Homme a eu cette gloire,  
tres-peu commune, que quoique premier Inventeur en  
cette matiere, il a frappé droit au but, & que son hypo-  
thèse qui a passé par le severe examen de tant d'habiles  
Philosophes, subsiste toujours en son entier. Elle s'est  
trouvée aussi exactement conforme à l'expérience qu'on  
le puisse désirer, & même on a transporté avec succès à  
d'autres forces constantes & continuellement appliquées,  
telles que les Forces centrales, ce que Galilée avoit pen-  
sé sur la Pesanteur, ainsi que nous l'avons dit dans l'Hist.  
de 1700 \*.

\* p. 29.

Mais c'est une curiosité tres-digne de l'Esprit philoso-  
phique que de s'élever au-dessus de la Theorie de Gali-  
lée, & de pénétrer jusqu'à la premiere source d'où ce

ruisseau a pris son cours. De plus on saisit avec plus de force les verités particulieres, quand on tient les verités generales, qui les produisent, & on en est plus éclairé, quand on peut être admis à les contempler dès leur naissance. C'est-là ce que prétend principalement M. Varignon dans la Theorie que nous allons expliquer.

D'abord pour mettre ensemble, & sous un même coup d'œil les Mouvements accelerés ou retardés, ou en un mot les Mouvements variés avec les uniformes, il ne faut songer qu'aux variés, de même que pour former une idée generale d'une Ligne qui pourra être ou droite ou courbe, il faut la concevoir courbe. Une legere difference de supposition changera, quand on voudra, la ligne courbe en droite, & le mouvement varié en uniforme. Le plus composé renferme toujours le plus simple, & l'inégal se réduit aisément à ce qui est égal.

Un Mouvement varié est celui dont la Vitesse augmente ou diminue à chaque instant. La variation de la vitesse, pour pouvoir être l'objet de nos recherches, doit avoir quelque Regle, & il faut que cette regle soit prise sur quelque autre grandeur qui entre dans le Mouvement même. Or il n'y en a que deux, l'Espace, & le Temps.

M. Varignon ne regle les mouvements variés que sur les Temps, & il insinue que l'autre maniere de les regler est impossible, & qu'il pourra le faire voir quelque jour, mais en attendant nous donnerons quelque idée de cette impossibilité, afin que la matiere que nous traitons en soit plus complete.

Si l'on regle la variation de la vitesse sur l'Espace, soit un mouvement acceleré dont l'augmentation de vitesse suive les espaces parcourus, de sorte que la vitesse d'un Corps qui est tombé de 2 Toises ayant été exprimée par 1 à la fin de la 1<sup>re</sup> Toise, le soit par 2 à la fin de la 2<sup>de</sup>, il est clair que cette hypothèse produit une absurdité, car le Corps qui en acquérant successivement 1 degré de vitesse a parcouru une Toise, doit, tandis qu'il acquiert successivement un 2<sup>d</sup> degré de vitesse égal, parcourir plus d'une

1<sup>de</sup> Toise, puisque quand il n'auroit eu que son 1<sup>er</sup> degré de vitesse entierement acquis, il auroit dû avec ce seul degré parcourir plus d'une 2<sup>de</sup> Toise dans un temps égal au premier, & à plus forte raison doit-il parcourir plus d'une 2<sup>de</sup> Toise dans le 2<sup>d</sup> temps, puisqu'au 1<sup>er</sup> degré de vitesse entierement acquis, il se joint incessamment quelque portion du 2<sup>d</sup> degré qu'il acquiert successivement. L'absurdité seroit plus grande, si l'augmentation de vitesse suivoit les quarrés des Espaces, & que le Corps à la fin de la 2<sup>de</sup> Toise eût 4 degrés de vitesse, & ce seroit encore pis si la puissance des Espaces étoit plus élevée.

En general, il suit de ce raisonnement qu'afin qu'une hypothèse sur l'augmentation de la vitesse soit possible, il faut que la vitesse acquise à la fin de la 2<sup>de</sup> Toise soit moins que double de celle qui étoit acquise à la fin de la 1<sup>re</sup>, & par conséquent l'augmentation de la vitesse ne peut suivre aucune puissance parfaite des Espaces parcourus.

Je dis *parfaite*, car nôtre raisonnement ne comprend pas les *imparfaites* ou Racines quelconques, & si l'on veut que la vitesse suive les Racines quarrées ou cubiques &c. des Espaces, on trouvera que ces hypothèses sont possibles, puisque la vitesse acquise à la fin de la 2<sup>de</sup> Toise étant la racine quarrée ou cubique &c. de 2 ne sera pas double de la vitesse 1 acquise à la fin de la 1<sup>re</sup> Toise. Mais il faut remarquer que ces hypothèses retombent dans celles où l'augmentation de la vitesse suit quelque puissance parfaite des Temps, & si, par exemple, on veut qu'elle suive les racines quarrées des Espaces, c'est là une conséquence nécessaire du Système de Galilée, qui la regle sur la 1<sup>re</sup> puissance des Temps, c'est à dire sur les Temps même. On la peut donc regler sur quelque puissance parfaite des Temps, ce qui produira la puissance imparfaite correspondante des Espaces.

On peut aussi selon le principe que nous avons établi regler la vitesse sur les Racines quelconques des puissances quelconques des Espaces, pourvû que l'Exposant de ces Racines soit un nombre plus grand que celui des Puif-

sances ; par exemple , la vitesse acquise à la fin de la 2<sup>de</sup> Toise peut être la racine 3<sup>me</sup> de 4 , 2<sup>de</sup> puissance de l'espace , car cette grandeur est beaucoup au dessous de 2. Mais ces hypothèses sont les mêmes que si on avoit réglé la vitesse sur les puissances imparfaites des Temps , & dans l'exemple proposé elle suivroit leurs racines quarrées. Il n'y a donc d'hypothèses possibles que celles qui reglent la vitesse sur quelque puissance des Temps parfaite ou imparfaite.

\* p. 70. Les Puissances n'étant , comme il a été dit dans l'Hist. de 1706 \* , qu'une espece particuliere d'un genre qu'on appelle *Fonctions* , ou *Affettions* , M. Varignon , pour s'élever à la plus grande universalité possible , suppose la variation de la vitesse réglée sur telle fonction des Temps que l'on voudra.

Il s'agit de trouver une formule infiniment generale , par laquelle on puisse pour un instant quelconque d'un mouvement varié déterminer l'espace parcouru en vertu de la vitesse de ce mouvement depuis qu'il a commencé.

Les effets sont toujours proportionnels aux causes , & tout espace parcouru est un effet dont la cause est la vitesse qui l'a fait parcourir. Si cette vitesse est uniforme , la cause est toujours la même , & l'effet ou l'espace plus grand en même raison qu'elle est plus grande , & qu'elle a agi plus long-temps. Si la vitesse est variée , il faut la concevoir comme l'assemblage ou la somme d'une infinité de causes différentes , dont chacune a agi dans chaque instant infiniment petit , & par conséquent l'espace parcouru est proportionnel à cette somme infinie de causes.

Puisque la vitesse variée doit toujours se regler sur quelque fonction des Temps , il doit y avoir une Courbe *generale* , qui par ses Ordonnées croissantes ou décroissantes represente les vitesses de tous les instans , & par ses Abscisses correspondantes les fonctions des Temps. Ainsil'art de trouver la valeur d'une somme infinie quelconque des Ordonnées de cette Courbe , ou , ce qui est le même ,

l'espace curviligne quelconque formé par la Courbe, sera l'art de trouver la valeur de la vitesse variée d'un temps fini quelconque, toujours proportionnelle à l'espace parcouru; & si l'on veut comparer ensemble deux differens espaces parcourus, soit en vertu de la même vitesse variée qui aura agi pendant deux temps inégaux, soit en vertu de deux vitesses differemment variées, il faudra comparer les deux espaces curvilignes, soit de la même Courbe, soit des deux differentes Courbes produites par les deux differentes suppositions de vitesse. Voilà quelle est la formule generale de M. Varignon, avec laquelle il entreprend de satisfaire à tout.

Si l'on veut que la vitesse soit uniforme, il est évident que l'espace curviligne devient rectiligne, & ne le devient qu'en ce cas-là. Comme hors delà, ce sont des espaces curvilignes qui donnent le rapport des espaces parcourus, on ne peut se dispenser d'emploier le Calcul Integral, & les *integrations* sont d'autant plus difficiles, que les Courbes qui representent la variation de la vitesse ont une équation plus composée, ou, ce qui revient au même, que les fonctions des Temps sont plus compliquées. M. Varignon donne d'abord quelques exemples de ces fortes d'integrations, où il paroît avoir eu en vûe de faire briller l'art de ce Calcul, que l'on ne sçait pas encore, & que l'on ne sçaura peut-être jamais manier comme le Differentiel. Mais ensuite il se réduit à des exemples plus simples, où la variation de la vitesse ne suit que les puissances des Temps.

La vitesse qui est réglée sur les Temps peut l'être de deux manieres, ou sur les temps écoulés, ou sur les temps qui sont à écouler dans le reste de la durée totale du mouvement. La vitesse d'un mouvement acceleré se regle plus naturellement de la premiere maniere, & celle d'un mouvement retardé de la seconde, car elles sont d'autant plus grandes, l'une que le temps écoulé, l'autre que le temps à écouler est plus grand. Mais cela n'empêche pas que la vitesse d'un mouvement acceleré ne se



puisse regler sur les temps à écouler, seulement elle sera d'autant plus grande que ce temps sera plus petit, ou, ce qui est le même, elle sera en raison *renversée* de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raison *directe* du temps écoulé. De même la vitesse d'un mouvement retardé peut se regler sur le temps écoulé, mais elle sera en raison *renversée* de ce temps, au lieu qu'elle étoit en raison *directe* du temps à écouler. Or ce changement de raison *directe* en *renversée* arrive nécessairement par la seule expression algebrique, quand l'exposant de la puissance des temps devient de positif négatif, & par conséquent cet exposant pris indéterminément pour positif ou pour négatif, convient à toutes les vitesses soit accélérées, soit retardées, que l'on regle sur quelque puissance des temps. Puisqu'il est si facile de changer un mouvement accéléré en retardé, dans quelque hypothèse que ce soit, ou réciproquement, nous ne parlerons ordinairement que des mouvemens accélérés, que l'on rendra, si l'on veut, retardés en les renversant.

Naturellement, & en ne concevant aucune limitation arbitraire, un mouvement accéléré commence par être infiniment petit, & finit par être infiniment grand dans un temps infini. Mais il peut aussi commencer par être fini; ainsi qu'il arrive, lorsqu'on ne laisse pas tomber librement une pierre dans l'air, mais qu'on la jette de haut en bas avec une certaine force. Alors la vitesse accélérée que produit la seule pesanteur s'ajoute continuellement à la vitesse *initiale* qui a été imprimée par la cause étrangère, & qui demeure toujours la même. C'est-là la manière la plus naturelle dont ce cas-là puisse être considéré, mais M. Varignon pour ne laisser échaper aucune hypothèse possible, suppose encore que la vitesse initiale fût considérée comme ayant commencé à Zero, & comme étant produite par l'accélération que la pesanteur auroit causée pendant un certain temps, il y joint la vitesse réellement causée par l'accélération dans un instant quelconque du mouvement à compter depuis qu'il a commencé,

&c

& il regarde la somme de ces deux vitesses ensemble comme devant suivre une puissance quelconque de la somme des deux temps qui leur répondent. Cette hypothèse entre aussi facilement qu'une plus simple dans la formule générale. Il remarque qu'on ne peut pas supposer que la vitesse initiale & l'accélération prises ensemble suivent une puissance des temps nécessaires pour acquérir la seule accélération, car quand le temps où l'accélération commence est nul, & l'accélération aussi, l'initiale seroit donc pareillement nulle, ce qui est contre la supposition que l'initiale est finie.

Si l'on veut régler la vitesse sur les temps à écouler, il sera plus naturel, ainsi que nous l'avons dit, qu'il s'agisse de mouvemens retardés. La difficulté n'est que de trouver l'expression de la vitesse ainsi réglée. Pour cela, il faut considérer, qu'elle doit à chaque instant être d'autant plus grande. 1°. Que le temps à écouler est plus grand, ou, ce qui est la même chose, que le temps total pendant lequel le mouvement doit durer, moins le temps écoulé, est plus grand. 2°. Que la vitesse initiale est plus grande par rapport à ce temps total, car il est visible & qu'il se perdra d'autant moins de vitesse que ce temps total durera moins, & que plus elle aura été grande au commencement, plus il en restera à chaque instant. Ces deux grandeurs, c'est à dire le temps à écouler, & le rapport de la vitesse initiale au temps total, multipliées l'une par l'autre expriment donc la vitesse d'un mouvement retardé réglée sur les temps à écouler.

La formule qui en résulte est telle, que quand on suppose le temps écoulé nul, la vitesse se réduit à la seule vitesse initiale, & que quand on suppose ce même temps écoulé égal au temps total pendant lequel le mouvement doit durer, la vitesse est nulle ou éteinte. Delà il suit, en renversant ces idées, que dans un mouvement accéléré, qui auroit eu la même vitesse initiale, la vitesse deviendroit infinie, après le temps total fini entièrement écoulé, si ce mouvement avoit sa vitesse réglée sur les temps à

écouler. Mais comme il est impossible qu'une vitesse finie devienne réellement infinie dans un temps fini, l'hypothèse qui produiroit cette conséquence est impossible, & il en faut dire autant de quelques autres hypothèses, d'où suivroit la même conséquence. Par exemple, une Hiperbole équilatere, ou plutôt une portion infinie de cette Hiperbole étant supposée, telle qu'elle eût pour axe une portion finie de l'une des Asymptotes, & pour Ordonnées des lignes paralleles à l'autre Asymptote, si l'on vouloit que les Abscisses représentaient les Temps d'un mouvement accéléré commençant par une vitesse finie, & les Ordonnées les vitesses croissantes de ce mouvement, il s'en suivroit que dans un temps fini la vitesse deviendrait infinie, puisque la dernière Ordonnée tirée sur l'axe fini supposé seroit infiniment grande, ou l'Asymptote même, mais l'impossibilité qu'une vitesse finie devienne infinie dans un temps fini, fait voir que dans la nature la vitesse d'un mouvement accéléré ne peut jamais croître comme ces Ordonnées d'Hiperbole. La Geometrie dans ses speculations generales embrasse également & ce qui est possible, & ce qui est impossible à la Physique, & la Physique se réduit encore du possible à l'actuel, infiniment moins étendu.

M. Varignon ayant en main les formules generales des mouvemens variés quelconques réglés sur les puissances quelconques des Temps soit écoulés, soit à écouler, n'a plus qu'à faire des comparaisons des uns avec les autres, selon toutes les combinaisons qu'on veut imaginer, & il n'est plus question que de calcul, & quelquefois de certaines adresses de calcul, dont il est bon de donner des exemples. Il compare aussi les mouvemens variés avec les uniformes, & en supposant dans un de ses cas particuliers un mouvement varié selon l'hypothèse de Galilée, il trouve aussi-tôt la fameuse Regle de ce grand Auteur, que la vitesse d'un mouvement uniforme étant égale à la dernière vitesse d'un mouvement accéléré, qui a commencé par être infiniment petit, l'espace parcouru en

vertu du mouvement uniforme est double de l'autre. M. Varignon pousse même la curiosité jusqu'à chercher le rapport de ces deux espaces dans plusieurs autres hypothèses des temps, & l'on voit que l'espace parcouru d'un mouvement uniforme étant double de l'autre, lorsque la puissance des temps est 1 selon Galilée, il est triple lorsque cette puissance est 2, quadruple lorsqu'elle est 3, & toujours ainsi de suite, ce qui a lieu même dans les puissances imparfaites, & dans les negatives, les modifications nécessaires y étant apportées.

Comme M. Varignon dans les *Memoires imprimés en 1693* avoit déjà donné des Regles des Mouvements accélérés, mais moins generales, il fait voir comment elles rentrent dans cette dernière Theorie, & enfin pour n'y laisser rien à désirer, il donne le moien d'exprimer les rapports des forces qui seroient nécessaires pour produire tous les differens mouvemens variés qu'on peut supposer. Cela retombe encore dans la Theorie des forces centrales, qu'il a si amplement expliquée, & après tout ce que nous en avons dit en differens Volumes de cette Histoire, il ne nous reste rien de nouveau à ajoûter pour faire sentir l'esprit de ces Methodes, ni pour en développer la Metaphysique.

## SUR LA RESISTANCE

### DES MILIEUX

#### AU MOUVEMENT.

Toute la Theorie du précédent Article sur le Mouvement fait abstraction de la Résistance que les Milieux y peuvent apporter. Cependant cette Résistance est telle qu'elle peut ou changer les Mouvements variés en uniformes, ou du moins les rendre variés d'une autre maniere, & si on la negligeoit dans les Calculs, on cour-

V. les M<sub>d</sub>

p. 382.

roit quelquefois risque de se trouver fort éloigné du vrai. Aussi les plus grands Geometres de ces derniers temps ont-ils étudié cette matiere, mais comme elle est plus difficile qu'il ne paroît d'abord, ou ils n'ont pas tout vû, ou même ce qu'ils ont vû, ils ne l'ont pas suivi jusqu'au bout. M. Varignon, selon sa coûtume de remonter toujours le plus haut qu'il est possible, & d'embrasser delà une étendue infinie, traite maintenant ce sujet d'une maniere si generale, qu'il renferme dans cette vaste enceinte, non-seulement toutes les idées qui lui sont particulieres, mais encore toutes celles que d'autres ont eues, & peut-être même toutes celles qu'ils pourroient avoir.

Tout mouvement se fait dans un Milieu, dans l'air, dans l'eau, &c. Ce Milieu *résiste* à se laisser diviser & pénétrer par le Corps mù, ou, ce qui est la même chose, ce Corps trouve une certaine difficulté à en déplacer les parties. Il s'agit de sçavoir combien sa vitesse est diminuée à chaque instant par cette difficulté ou résistance. Pour le sçavoir, il est clair qu'il faut connoître, 1°. Quelle est à chaque instant la *vitesse primitive* du Corps mù, c'est à dire, celle qu'il auroit par lui-même, si le Milieu ne lui faisoit aucune résistance. 2°. Selon quelle proportion le Milieu résiste. M. Varignon suppose ces deux connoissances données en general, l'une par une *Courbe* quelconque *des Vitesses primitives*, c'est à dire qui represente par ses Ordonnées les Vitesses de tous les instans d'un Mouvement varié quel qu'il soit, l'autre par une *Courbe* quelconque *des Résistances instantanées*, c'est à dire dont les Ordonnées croissent ou décroissent comme font à chaque instant les Résistances du Milieu. Par le moien de ces deux Courbes, il en faut trouver deux autres, qui representent par leurs Ordonnées, l'une *les Vitesses perduës* à chaque instant, l'autre *les Vitesses qui restent*. Il est bon de remarquer que la résistance de chaque instant étant toujours égale à la perte de vitesse qu'elle cause, & par conséquent la somme des vitesses perduës depuis le commencement du mouvement jusqu'à un instant quelconque,

toûjours égale à la somme des résistances qui ont agi jusqu'à cet instant, la Courbe des Vitesses perduës peut aussi être appelée la *Courbe des Résistances totales*, ou qui ont agi jusque-là.

M. Varignon dispose les deux Courbes données sur un même Axe, & veut, ce qui est tres-naturel, & presque nécessaire, que les parties infiniment petites de cet axe représentent les instans du mouvement, & soient égales entre elles. Il veut aussi que les deux Courbes qu'il cherche soient disposées sur ce même axe, ce qui est toûjours possible, & par conséquent les Abscisses des 4 Courbes, & les Infiniment petits de ces Abscisses seront les mêmes. Reste à trouver les Infiniment petits des Ordonnées des deux Courbes que l'on cherche.

Quoique la Vitesse perduë d'un instant quelconque, & la Vitesse restante qui lui répond, puissent être & soient presque toûjours deux grandeurs tres-différentes, leur infiniment petit est le même, car il est clair que dans un instant quelconque la vitesse perduë, qui nécessairement croît toûjours, ne peut croître d'une certaine quantité infiniment petite, que la vitesse restante de ce même instant ne décroisse de la même quantité. Deux Ordonnées correspondantes des deux Courbes cherchées auront donc toûjours le même Infiniment petit, l'une en croissant, l'autre en décroissant; il ne faut plus que savoir quel il est. On a les Infiniment petits des Ordonnées d'une Courbe, quand on sçait selon quelle proportion ils croissent ou décroissent, ceux des Abscisses correspondantes étant supposés constans, or ici les Ordonnées connues de la Courbe des Résistances instantanées croissent ou décroissent en même proportion que les Résistances de chaque instant, c'est à dire que les Infiniment petits des Ordonnées de la Courbe des Vitesses perduës, ou de celle des Vitesses restantes, donc on a ces Infiniment petits avec ceux des Abscisses correspondantes que l'on avoit déjà, donc en *intégrant* on a les Ordonnées elles-mêmes, c'est à dire les deux Courbes que l'on cherchoit.

Delà naît à M. Varignon une formule generale, dans laquelle il n'y a qu'à mettre telle Courbe que l'on voudra pour les Vitesses primitives, telle autre que l'on voudra aussi pour les Résistances instantanées, & l'on n'aura plus besoin que de calcul pour avoir celles des Vitesses perduës & des Vitesses restantes.

Comme il faut necessairement descendre de cette immense universalité à quelque chose de moins universel, M. Varignon n'entreprend presentement de considerer que les Mouvements primitivement uniformes, ce qui change aussi-tôt la Courbe des Vitesses primitives en une simple ligne droite, & réduit tout ce qui doit être donné ou connu à la seule Courbe des Résistances instantanées. C'est sur celle-là qu'il fait beaucoup de suppositions différentes, pour enseigner l'art d'en tirer les deux autres Courbes, ou, ce qui est la même chose, les differens changemens que les Résistances du Milieu differemment réglées apporteroient à un Mouvement qui par lui-même auroit été uniforme. Il est évident qu'un Mouvement de cette nature, qui n'éprouveroit aucune résistance de la part du Milieu, parcourroit un espace infini dans un temps infini.

Si la résistance du Milieu étoit toujours la même, quelle que fût la vitesse du Corps mû, il seroit impossible que cette vitesse diminuant toujours, & la résistance ne diminuant point, la résistance ne se trouvât au bout d'un certain temps égale à la vitesse, ou, pour parler plus précisément, à la quantité de mouvement du Corps, & ne l'arrêât entierement. C'est aussi ce que le Calcul donne toujours par la formule de M. Varignon, lorsqu'on suppose que la Résistance est constante, ou que la Courbe des Résistances instantanées est une ligne droite. Mais cette hypothèse n'est nullement vrai semblable. La Résistance se proportionne toujours à la Vitesse, elle est d'autant plus grande que la vitesse l'est aussi, & en effet nous voïons que quand la vitesse est à un certain degré, un Milieu fluide fait une si grande résistance qu'il tient lieu d'un

appui solide. C'est par ce principe que les Oiseaux volent dans l'air, & que les Poissons nagent dans l'eau. Mais la résistance peut se régler sur la vitesse en différentes manières; & il y en a trois plus apparentes que toutes les autres.

La résistance peut se régler simplement sur la vitesse, de sorte que si dans le premier instant du mouvement, la résistance est, par exemple, la 10<sup>me</sup> partie de la vitesse initiale, elle sera encore dans le second instant la 10<sup>me</sup> partie de la vitesse restante, c'est à dire de la vitesse initiale diminuée d'une 10<sup>me</sup> partie, elle sera dans le troisième instant la 10<sup>me</sup> partie de la vitesse de cet instant, c'est à dire de la vitesse du second diminuée d'une 10<sup>me</sup> partie &c.

Mais puisque la résistance du Milieu consiste dans la difficulté que le Corps mû trouve à en déplacer les parties, il paroît qu'elle doit suivre, non la vitesse simplement, mais les quarrés de la vitesse, car le Corps doit avoir d'autant plus de difficulté à déplacer les parties du Milieu qu'il les déplace plus vite, & plus il les déplace vite, plus il en déplace une grande quantité à la fois, & dans le même temps, ce qui fait une raison doublée, ou les quarrés de la vitesse.

On peut encore penser qu'outre la résistance qui suit les quarrés de la vitesse, le Milieu en apporte une autre qui vient de la viscosité de ses parties, d'une certaine glu qui les tient comme colées ensemble, & que la plupart des Physiciens admettent même dans l'eau. La résistance de cette viscosité ne se proportionnera qu'au nombre des parties qu'il faudra détacher, & par conséquent à la simple vitesse, car plus le Corps mû ira vite, plus il trouvera de ces parties à séparer les unes d'avec les autres. Selon cette troisième idée qui s'ajoute à la seconde, la résistance seroit donc exprimée par une somme faite de la vitesse, & de son quarré, & diminueroit toujours comme cette somme.

Voilà les trois hypothèses les plus vrai-semblables. La



premiere est celle qui l'est le moins, & la troisieme celle qui l'est le plus. M. Varignon les éprouve toutes trois par sa Coupelle algebrique, si l'on peut parler ainsi, c'est à dire, qu'il les presente à sa formule generale, & voit les conséquences qui en naissent. Si la résistance suit la vitesse simplement, le Corps qui par son mouvement uniforme auroit dû parcourir dans un temps infini un espace infini, n'en parcourra qu'un fini, ou, ce qui revient au même, il y aura à une distance finie du point où il est parti un Terme où il ne pourra jamais arriver dans aucun temps fini, quelque grand qu'il puisse être. Si la résistance suit les quarrés de la vitesse, le Corps parcourra dans un temps infini un espace infini, ainsi qu'il auroit fait par son mouvement uniforme, mais un espace infini moindre. Si la résistance suit la somme de la vitesse & de son quarré, c'est la même chose que dans le premier cas.

Ces conséquences, quoique geometriquement démontrées, n'en sont pas moins surprenantes, soit par elles-mêmes, soit par la difference qui est entre elles, & qui ne paroît guere proportionnée à la difference des suppositions. La Geometrie rend ces verités sûres, sans se mettre en peine de les rendre probables, & nous avons crû que pour ne laisser rien à desirer, il seroit assés à propos d'en faire voir la probabilité, par le moien d'une certaine Metaphisique qui éclaire, tandis que la Geometrie convainc.

\* p. 49. Nous avons dit dans l'Hist. de 1706 \* que la somme de tous les termes de la Progression harmonique décroissante à l'infini,  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$  &c. est infinie, & que la somme de toute Progression geometrique infinie décroissante, telle que  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  &c. n'est que finie; mais nous n'en avons pas dit la raison. Ce n'est point parcequ'il y a plus de termes dans la Progression harmonique, que dans la geometrique, qui n'a aucun terme qui ne soit dans l'harmonique, & manque de plusieurs qui y sont, cette difference n'iroit qu'à rendre les deux sommes infinies inégales, ce qui est possible, & celle de la Progression harmonique la

la plus grande. Il faut aller plus loin pour découvrir la véritable cause.

De la divisibilité à l'infini, que je suppose constante & reçue, il suit nécessairement qu'un Tout fini quelconque, un Pied, par exemple, est un composé de fini & d'infini. Ce Pied est fini entant qu'il n'est qu'un Pied, mais il est infini entant qu'il contient une infinité de parties dans lesquelles il est divisible aussi-bien qu'en 12 pouces, & qu'il contient par conséquent aussi réellement que ces 12 pouces. Si ces parties dont le nombre est infini sont conçues séparées les unes des autres, elles feront une *Serie* ou suite infinie, & cependant leur somme ou leur assemblage ne fera qu'un Pied. Il est donc déjà très-possible & très-naturel, qu'une *Serie* composée d'un nombre infini de termes, ne fasse qu'une somme finie; seulement il faut n'y mettre que des termes tels, qu'ils puissent tous séparément les uns des autres être parties d'un même tout fini. Or c'est ce qui arrive dans la *Serie* qu'on appelle *Progression géométrique décroissante à l'infini*, par exemple, dans  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  &c. Car il est visible que si l'on prend d'abord  $\frac{1}{2}$  d'un pied, ensuite  $\frac{1}{4}$  de ce qui reste, ou  $\frac{1}{4}$  d'un pied, ensuite  $\frac{1}{8}$  de ce qui reste encore, ou  $\frac{1}{8}$  d'un pied, on procédera à l'infini en prenant toujours de nouvelles moitiés décroissantes, toutes *distinctes* les unes des autres, & qui toutes ensemble ne feront que le Pied.

Dans cet exemple non seulement on ne prend que des parties qui étoient dans le Tout séparément les unes des autres, mais on prend toutes celles qui y étoient, & delà vient que leur somme refait précisément le Tout. Mais si l'on suivoit cette progression géométrique  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  &c. c'est à dire que l'on prit d'abord  $\frac{1}{2}$  d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit  $\frac{1}{4}$  d'un Pied, ensuite sur ce qui resteroit encore  $\frac{1}{8}$  d'un Pied &c, il est bien vrai que l'on ne prendroit point de parties qui ne fussent séparément les unes des autres dans le Pied, mais on ne prendroit pas toutes celles qui y seroient, puisqu'on ne prendroit que des tiers qui sont de plus petites parties que des moitiés. Par con-

sequent tous ces tiers décroissans, quoiqu'en nombre infini, ne referoient pas le Tout, & il est démontré qu'ils n'en feroient que la moitié. De même tous les quarts décroissans à l'infini en feroient le tiers, toutes les centièmes parties en feroient la quatre-vingt-dix-neuvième, de sorte que la somme infinie d'une progression geometrique décroissante, non-seulement est toujours finie, mais peut être plus petite que quelque grandeur finie que l'on vetuille assigner.

Que si une Serie infinie décroissante exprime des parties qui ne puissent pas être dans un Tout séparément les unes des autres, mais telles que pour prendre leurs valeurs, il falût supposer la même quantité prise plusieurs fois dans un même Tout, alors la somme de ces parties doit faire plus que le Tout, & elle fera infiniment plus, c'est à dire que la Serie sera infinie, si la même quantité prise plusieurs fois, l'est une infinité de fois. En suivant la Progression harmonique  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$  &c, si l'on prend  $\frac{1}{2}$  d'un Pied ou 6 pouces, ensuite 4 pouces, il est clair qu'on ne peut plus prendre  $\frac{1}{2}$  de Pied, ou 3 pouces, sans prendre 1 pouce de plus qu'il n'y en a dans le Pied, & par conséquent sans prendre une seconde fois un pouce déjà pris. Puisque le Tout est déjà plus qu'épuisé par les trois premiers termes de la progression, on ne peut plus prendre les termes suivans, sans prendre quelque chose de ce qui a déjà été pris, & comme ils sont en nombre infini, il est fort possible que par-là une même quantité finie soit répétée un nombre infini de fois, ce qui rendra la somme de la progression infinie.

Je dis seulement qu'il est possible, car outre que je ne veux ici que faire voir la possibilité qu'il y a que de deux Series infinies, l'une fasse une somme finie, l'autre une infinie; il est vrai qu'il peut y avoir telle autre Serie, où les premiers termes ayant épuisé le Tout, les suivans, quoiqu'en nombre infini, ne feroient qu'une somme finie. Et en effet dès qu'il est démontré par les progressions geometriques qu'il y a des Series qui font moins que le

Tout, & moins à l'infini, il faut qu'il y en ait qui fassent plus à l'infini, & enfin infiniment plus.

Il n'y a point de Serie de Nombres, qui ne puisse être exprimée par des Lignes qui suivront la même raison, & qui pourront être les Ordonnées d'une Courbe, disposées sur un Axe. Par conséquent si les Ordonnées d'une Courbe sont décroissantes & en progression géométrique, elles ne feront toutes ensemble qu'une somme finie, & d'ailleurs l'Axe sera infini, puisque la dernière Ordonnée doit être Zero, & que dans une progression géométrique décroissante Zero ne peut être qu'à une distance infinie de quelque terme que ce soit. La somme des Ordonnées d'une Courbe est la même chose que l'espace curviligne qu'elle renferme, cet espace sera donc fini, quoiqu'étendu à l'infini ainsi que l'axe. On a un exemple de ce Paradoxe dans la Logarithmique, dont les Ordonnées sont en progression géométrique décroissante. Tout le monde sçait que l'espace-curviligne de l'Hiperbole entre les Asymptotes est infini aussi bien qu'étendu à l'infini, ce qui est plus naturel, mais aussi les Ordonnées décroissantes de l'Hiperbole ne sont pas en progression géométrique.

Il a été dit dans l'Article précédent \* que l'espace parcouru par un Corps étoit toujours proportionel à la somme de toutes les vitesses qui le lui avoient fait parcourir à chaque instant, ou, ce qui est la même chose, à l'espace curviligne d'une Courbe, dont les Ordonnées représenteroient toutes ces vitesses. Il ne faut donc plus pour voir quel seroit l'espace parcouru par un mouvement que retarderoit la résistance du Milieu, que déterminer quelles seroient dans les différentes hypothèses de la résistance, les Courbes des Vitesses restantes à chaque instant, car ce sont ces vitesses qui agissent.

\* p. 134.  
& 135.

Si la résistance suit simplement la vitesse, & qu'elle en soit, par exemple, la 10<sup>me</sup> partie, on trouvera très facilement par un simple calcul d'Arithmétique que la vitesse du premier instant étant 1 ou  $\frac{10}{10}$ , celle du second sera  $\frac{9}{10}$ ,

celle du troisiéme  $\frac{81}{100}$ , celle du quatriéme  $\frac{729}{10000}$  &c. Or  $\frac{81}{100}$  est le quarré de  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{729}{10000}$  en est le cube &c, & par conséquent les vitesses restantes suivront une progression geometrique décroissante, leur Courbe sera une Logarithmique, leur somme sera finie, & l'Axe infini, c'est à dire que l'espace parcouru par le Corps, quoiqu'en un temps infini, ne sera que fini.

Si la résistance suit les quarrés de la vitesse, & que comme dans l'exemple & dans l'hypothèse précédente, elle retranche la 10<sup>me</sup> partie de la vitesse initiale, les vitesses des deux premiers instans seront donc comme 10 & 9, & les résistances comme 100 & 81, d'où il suit que la résistance qui de 100 devient 81 diminuë plus que la vitesse qui de 10 devient 9, ou, ce qui est la même chose, de 100, 90. Dans l'hypothèse précédente, la résistance toujours proportionnelle à la vitesse faisoit que les vitesses restantes étoient en progression geometrique, ici elles n'y doivent plus être, puisque la résistance diminuë selon une plus grande proportion que la vitesse. Les vitesses restantes doivent en même-temps être ici plus grandes qu'elles n'étoient, car elles sont moins diminuées par une moindre résistance, & par conséquent il n'est pas étonnant qu'elles fassent une somme infinie, & soient représentées par les Ordonnées d'une Hiperbole, qui forment l'espace Asimptotique infini, aussi bien qu'étendu à l'infini. Le Corps mù parcourra donc par sa vitesse toujours décroissante un espace infini dans un temps infini, ainsi qu'il auroit fait par son mouvement uniforme, mais l'un de ces espaces infinis sera moindre que l'autre, en même raison que l'espace Asimptotique infini pris depuis une Ordonnée qui représentera la vitesse initiale, est moindre que le rectangle fait de cette Ordonnée & de l'Axe infini.

Si la résistance suit la somme de la vitesse, & de son quarré, c'est à dire, si, par exemple, les vitesses des deux premiers instans sont comme 10 & 9, & les résistances comme 110 & 90, ou 11 & 9, il est visible que la résistance diminuëra plus que la vitesse, aussi bien que dans la

seconde hypothèse, mais qu'elle ne diminuëra pas selon une si grande proportion, car le rapport de 100 à 81 est plus grand que celui de 11 à 9. Les vitesses restantes diminuées par une plus grande résistance seront donc moindres, & cela fait entrevoir la possibilité que leur Serie infinie ne fasse qu'une somme finie. Il se trouve en effet par le calcul qu'elles en font une, quoiqu'elles ne soient pas en progression geometrique, & delà il suit que le Corps mû ne parcourt en un temps infini qu'un espace fini.

Dans ces trois hypothèses le mouvement ne s'éteint par la résistance du Milieu qu'au bout d'un temps infini, ou, ce qui est la même chose, ne s'éteint point, & par-là il paroît qu'aucune des trois n'est parfaitement conforme à la Nature, car quel est le mouvement qui au bout d'un certain temps ne s'amortisse tout à fait dans un Milieu qui lui résiste toujours ? Sur cela, on pourroit penser qu'un mouvement d'une certaine lenteur est physiquement nul, quoiqu'il subsiste geometriquement, de même qu'en divisant une Ligne quelconque en moitiés décroissantes on n'arriveroit jamais geometriquement à son extrémité, quoiqu'on y fût arrivé sensiblement & physiquement, dès qu'il ne resteroit plus que des parties d'une certaine petitesse. Si l'on veut appliquer cette idée au sujet dont il s'agit ici, l'erreur geometrique sera physiquement plus insensible, lorsque dans un temps infini l'espace sera fini, que lorsqu'il sera infini, car dans ce second cas le Mobile n'a point de terme où il se doive arrêter, au lieu que dans le premier il en a un où, à la vérité, il ne doit jamais arriver, mais dont il doit s'approcher toujours; or quand il s'en sera approché jusqu'à un certain point, il y sera physiquement arrivé, & cessera sensiblement de se mouvoir. La première & la troisième hypothèse produisent également cette conséquence, mais puis-que la troisième est d'ailleurs la plus vraisemblable des trois, elle doit encore par cette raison avoir une entière préférence.

Ce n'est pas qu'elles soient les seules qu'on puisse imaginer, on en trouvera une infinité d'autres en réglant la résistance sur la raison directe ou renversée des puissances parfaites ou imparfaites de la vitesse, mais ces hypothèses seront plutôt geometriques que physiques, c'est à dire, propres à faire naître des Courbes singulieres, ou à fournir des exemples des finesse du Calcul, & non-pas conformes à ce que nous connoissons de la Nature. Cependant sur ces hypothèses geometriques, il y a deux remarques à faire.

1<sup>o</sup>. Elles se trouvent quelquefois les mêmes que d'autres hypothèses tres-physiques. Ainsi supposer la résistance du Milieu constante, quelle que soit la vitesse du Corps mù, c'est la même chose que supposer qu'un Corps se meut dans un milieu qui ne résiste point, & qu'il y a une force constante qui s'oppose à son mouvement. Or c'est ce qui arrive selon l'hypothèse ordinaire de la Pesanteur, lorsqu'un Corps est jetté de bas en haut. Aussi tout ce qui s'ensuit du système de Galilée pour un Corps jetté de bas en haut, s'ensuit pareillement pour un Corps mù dans un Milieu dont la résistance seroit constante; dans l'un & l'autre cas, la vitesse s'éteint en un temps fini, l'espace parcouru jusqu'à l'extinction de la vitesse n'est que la moitié de celui qui l'auroit été sans la résistance du Milieu, ou sans la Pesanteur &c. On voit par-là que ces hypothèses purement geometriques ne sont pas toujours si peu physiques ou si inutiles qu'elles le paroissent d'abord, & qu'en prenant la route d'une speculation qui peut sembler vaine, on se retrouve dans des verités d'usage.

2<sup>o</sup>. Toutes les connoissances que nous avons du mouvement par la Physique, nous persuadent que dans un Milieu qui résiste il doit absolument s'éteindre au bout d'un certain temps, cependant cette extinction absolue n'arrive dans aucune des hypothèses que nous appellons physiques, & elle ne se trouve que dans quelques-unes des geometriques, par exemple, dans celles où la résistance suivroit la raison renversée des puissances quelcon-

ques de la vitesse, car il est clair que si la vitesse est éteinte au bout d'un certain temps par une résistance constante, à plus forte raison le seroit-elle par une résistance qui croîtroit à mesure que la vitesse diminueroit, & qui croîtroit même selon une plus grande raison que la vitesse ne diminueroit.

Jusqu'ici nous n'avons réglé la résistance que sur la vitesse, & c'est en effet la seule idée qui soit naturelle, mais M. Varignon fait voir par beaucoup d'autres hypothèses purement geometriques l'usage immense de sa Theorie universelle. Il suppose, par exemple, que la résistance suive ou les temps écoulés, ou ceux qui se doivent écouler jusqu'à la fin du mouvement, ou les espaces parcourus, ou ceux qui restent à parcourir, ou les arcs de la Courbe des Vitesses restantes correspondans aux espaces parcourus, ou les arcs de cette même Courbe correspondans aux espaces qui restent à parcourir &c. & tout cela fournit une ample moisson de Geometrie.

Les deux Remarques qui viennent d'être faites sur les hypothèses purement geometriques où la résistance se règle sur la vitesse, ont encore lieu à l'égard de celles-ci. Quand on suppose, par exemple, que les résistances sont en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses, cette hypothèse si bisarre en apparence est la même que cette autre si simple & si naturelle, que les résistances sont en raison des vitesses. Il en va de même de quelques autres hypothèses, qui se présentent, pour ainsi dire, sous une figure monstrueuse, & se démasquent par la Methode de M. Varignon. Quelques unes produisent aussi l'extinction absolue de la vitesse, & n'ont rien d'ailleurs de conforme à la Physique, & il semble qu'il y ait à cela quelque espece de fatalité.





## SUR LES MINES.

V. les M.  
P. 526.  
\* P. 9. &  
suiv.

**I**L a déjà été dit dans l'Hist. de 1702 \* que le ressort de l'Air est le principe des plus surprenans effets de la Poudre à canon. M. Chevalier ayant à traiter des Mines, a suivi la même idée, mais en la fortifiant par des preuves nouvelles, & en lui donnant une plus grande étendue, qui devient elle-même une espèce de preuve. Il a même calculé la force de la poudre pour enlever des poids, par exemple, les Terres qu'on fait sauter quand des Mines jotent, mais nous ne nous y arrêterons pas, parceque tout cela n'a nul besoin d'éclaircissement. Nous marquerons seulement que les principes de ce calcul sont d'un côté, la quantité d'air qui doit être dans une certaine quantité de poudre, soit répandu entre les grains, soit intimement mêlé dans leur substance propre, le poids que l'air est capable de soutenir dans son état moïen, l'augmentation d'un tiers que reçoit la force de son ressort par la chaleur de l'eau bouillante, l'augmentation au moins cent fois plus grande qu'il doit recevoir par la chaleur du feu; de l'autre côté, tout ce qui se perd de cette force, soit parcequ'elle n'est pas simplement employée à enlever un poids, mais à l'enlever avec une certaine vitesse, & de plus à rompre la liaison des parties qu'il faut nécessairement qu'elle sépare, & de plus encore fort souvent à comprimer & à fouler inutilement des Terres qu'elle ne peut enlever aux côtés & au fond de la Mine, soit parcequ'une partie de l'effort de la poudre se dissipe par le canal qui porte le feu, soit parcequ'elle a encore à surmonter la pesanteur de toute la Colonne correspondante de l'Atmosphère, & à lui imprimer une grande vitesse &c.

Quand une Mine est chargée d'une trop grande quantité de poudre, les terres sautent au loin avec violence, & il reste un grand trou, dont assés souvent les Ennemis peuvent

peuvent se servir, en y faisant un logement. Il faut remarquer que ce trou est cylindrique, ou en forme de Puits. Mais quand la Mine est chargée à propos, les terres qui ne sautent pas si loin, retombent dans le trou qu'elle a fait, & par-là le rendent inutile aux Ennemis. Il a la forme d'un Cone, dont le sommet seroit au centre de la Mine, & l'on sçait par experience que la proportion la plus avantageuse que puisse avoir ce Cone, pour recevoir toutes les terres qui retombent, est que sa hauteur soit égale au rayon de sa base.

Si l'on demande d'où vient en ces deux cas la difference des figures, voici ce qui se peut imaginer. Je suppose pour plus de simplicité une Mine cubique dont il n'y ait que la face supérieure qui puisse être enlevée, les cinq autres étant inébranlables. Cette face supérieure est appuyée sur les quatre laterales, & quand la poudre en commençant à s'enflamer viendra à faire contre elle son premier effort, elle le fera plus grand, ou plutôt avec plus d'avantage, vers le milieu que par tout ailleurs, parceque la distance des appuis y est plus grande, ou les bras de Levier plus longs. Je veux que la poudre soit en assez petite quantité & encore assez peu enflammée, pour ne pouvoir ébranler la face supérieure sans le secours qu'elle tire de la longueur du bras du levier par lequel elle agit. Il y aura donc à ce milieu un petit cercle qui commencera à s'ébranler. Dans le second instant, la poudre continuant à s'enflamer, & acquérant plus de force, ébranlera un cercle supérieur & contigu au premier & plus grand, parcequ'elle n'aura pas besoin pour agir d'un si long bras de levier, & ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la poudre se soit enflammée, ou ait acquis sa plus grande force, les cercles iront toujours en croissant, & le plus grand de tous sera à la surface de la Terre, ce qui produit necessairement la figure Conique du trou. Mais si la quantité de la poudre dont la Mine est chargée, est plus grande, elle aura assez de force pour agir indépendamment du bras de levier, elle ébranlera & enlèvera dès

son premier effort toute la face supérieure de la Mine, hormis peut-être les angles, & par conséquent tout ce qui sera au-dessus de cette face & aura la même étendue. Delà vient le trou Cilindrique.

Comme il est à propos que les terres retombent dans le trou, il faut faire en sorte qu'il soit d'une figure Conique, & de la plus parfaite qu'il se puisse par rapport à cet effet, c'est à dire qu'il ne faut charger la Mine que d'une certaine quantité de poudre assés juste. Pour cela, la methode de M. Chevalier est de chercher par les regles ordinaires le poids d'un Cone de terre, tel que sa hauteur fût égale au rayon de sa base, après quoi l'on trouve la quantité de poudre necessaire pour l'enlever; mais comme cette quantité varie selon les différentes terres, qu'il faut plus de poudre, par exemple, pour enlever de vieille maçonnerie bien liée, ou même de l'Argille, que de la terre remuée, M. le Maréchal de Vauban avoit fait sur cela des experiences fondamentales, que M. Chevalier rapporte, & qui donnent tout ce qu'on peut desirer pour égaler à un Cone de quelque terre que ce soit la quantité de poudre dont on aura besoin. Déterminer une Mine à faire un trou Conique, & non pas Cilindrique, & Conique dans une certaine proportion de la hauteur au rayon de la base, auroit peut-être paru du premier coup d'œil un Problème assés bisarre.

---

**M**onsieur des Billettes a continué la Description de l'Art du Doreur de Livres commencée l'année précédente; il y a ajouté celle de l'Art du Bateur d'or, & ensuite la maniere de faire le Sucre.

M. Jaugeon a donné la Description de l'Art de faire la Soye.

---

V. les M.  
p. 188.

**N**ous renvoyons aux Memoires  
Une Machine de M. de la Hire pour retenir la

Rouë qui sert à élever un Mouton dans de grands Ouvrages.

Les Experiences de M. Parent sur la Résistance des Bois de Chêne & de Sapin.

V. les M.

P. 512.

Une nouvelle construction des Pertuis par M. de la Hire.

V. les M.

P. 549.

## MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

DES SCIENCES PENDANT L'ANNEE 1707.

### I.

UNE espece de Moulin de l'invention de M. du Guet, placé aux côtés d'un Navire, pour faire jeter, par le mouvement que l'eau a par rapport au Vaisseau, plusieurs Pompes, capables de tirer beaucoup d'eau, qui épargneront à l'Equipage la peine de pomper. On a trouvé que cette proposition étoit vraie dans la speculation, qu'elle pouvoit être exécutée utilement en plusieurs rencontres, & que dans d'autres il pourroit y avoir des difficultés, surquoi il seroit bon de consulter Messieurs de la Marine.

### II.

Une Chaise à Porteurs, inventée par M. l'Abbé Wilin, où la Mechanique est ingénieusement appliquée, pour faire que la Chaise, soit en montant, soit en descendant un Escalier, prenne telle situation, droite ou panchée, que voudra la personne qui sera dedans.

### III.

Une Machine pour remonter des Bateaux, inventée par M. Lavier, qui a paru fort bien entendue, & nouvelle, quoiqu'il emploie des especes de Crocs qui s'appuient contre le fond de la Riviere; ce qui a déjà été proposé par plusieurs autres. Il a paru encore que le mouvement

seroit lent, & que les frotemens, & le choc de l'eau qu'il faudroit surmonter, feroient perdre une partie de la force des Hommes, qui feroient mouvoir la Machine.

## IV.

Une Machine de M. de la Garouste pour faire mouvoir quatre Moulins à blé tout à la fois, qui n'a paru qu'une application industrieuse de son Levier, qui travaille en allant & venant, & du reste ne doit donner aucun avantage.

## V.

\* p. 138. Le Parasol ou Parapluie de M. Marius, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1705 \* perfectionné par son Inventeur, aussi grand, aussi solide, & aussi aisé à rendre que ceux qui sont en usage, & cependant n'ayant, lorsqu'il est plié, qu'un demi pié de long, & un pouce & demi de diametre, & ne pesant qu'environ quatre onces.

## VI.

Une Tente d'Armée à Pavillon du même Inventeur, plus parfaite aussi que celle dont il a été parlé au même endroit de l'Hist. de 1705. Elle est plus ferme que les autres, & étant faite de Coutil, & ayant 10 pieds en quarre, elle se peut replier en un volume de 5 piés  $\frac{1}{2}$  de long, & de demi-pié de diametre, & ne pèse qu'environ 40 liv. Un seul homme peut la tendre, & la porter toute tendue d'un lieu à un autre. Le grand vent aide à la tendre, loin d'y nuire. Il se forme une espece de grenier dans le haut.

## VII.

Une Epée de M. de la Chaumette, qui sert de Bayonnette au bout du Fusil, & d'Esponton au bout de la Canne, par un anneau au pommeau, & une écrouë à la garde.



\*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*  
 \*\*\*\*\*

## E L O G E

DE M. REGIS.

**P**IERRE SILVAIN REGIS nâquit en 1632 à la Salvetat de Blanquefort dans le Comté d'Agenois. Son Pere vivoit noblement, & étoit affés riche, mais il eut beaucoup d'Enfans, & M. Regis qui étoit un des cadets se trouva avec peu de bien.

Après avoir fait avec éclat ses Humanités & sa Philosophie chés les Jesuites à Cahors, il étudia en Théologie dans l'Université de cette Ville, parcequ'il étoit destiné à l'Etat Ecclesiastique, & il se rendit si habile en 4 ans que le Corps de l'Université le sollicitant de prendre le Bonnet de Docteur, lui offrit d'en faire tous les frais. Mais il ne s'en crut pas digne, qu'il n'eût étudié en Sorbonne à Paris. Il y vint, mais s'étant dégoûté de la longueur excessive de ce que dictoit un celebre Professeur sur la seule question de l'heure de l'institution de l'Eucharistie, & ayant été frappé de la Philosophie Cartesienne qu'il commença à connoître par les Conférences de M. Rohaut, il s'attacha entierement à cette Philosophie, dont le charme, indépendamment même de la nouveauté, ne pouvoit manquer de se faire sentir à un esprit tel que le sien. Il n'avoit plus que 4 ou 5 mois à demeurer à Paris, & il se hâta de s'instruire sous M. Rohaut, qui de son côté, zélé pour sa doctrine, donna tous ses soins à un Disciple qu'il croïoit propre à la répandre.

M. Regis étant parti de Paris avec une espece de mission de son Maître, alla établir la nouvelle Philosophie à Toulouse par des Conférences publiques qu'il commença d'y tenir en 1665. Il avoit une facilité agréable de parler, & le don d'amener les matieres abstraites à la portée

de ses Auditeurs. Bien-tôt toute la Ville fut remuée par le nouveau Philosophe, Sçavans, Magistrats, Ecclesiastiques, tout accourut pour l'entendre, les Dames même faisoient partie de la foule, & si quelqu'un pouvoit partager avec lui la gloire de ce grand succès, ce n'étoit du moins que l'illustre Descartes, dont il annonçoit les découvertes. On soutint une These de pur Cartésianisme en François, dédiée à une des premières Dames de Toulouse, que M. Regis avoit renduë fort habile Cartésienne, & il présida à cette These. On n'y disputa qu'en François, la Dame elle-même y résolut plusieurs difficultés considérables, & il semble qu'on affectât par toutes ces circonstances de faire une abjuration plus parfaite de l'ancienne Philosophie. M<sup>re</sup> de Toulouse, touchés des instructions & des lumieres que M. Regis leur avoit apportées, lui firent une pension sur leur Hôtel de Ville, événement presque incroyable dans nos mœurs, & qui semble appartenir à l'ancienne Grece.

M. le Marquis de Vardes, alors exilé en Languedoc, étant venu à Toulouse, y connut aussi-tôt M. Regis, & l'obtint de la Ville avec quelque peine pour l'emmener avec lui dans son Gouvernement d'Aigues-mortes. Là, il se l'attacha entierement par l'estime, par l'amitié, & par le merite qu'il lui fit voir, & ce qui est à la gloire de l'un & de l'autre, il n'eut pas besoin de se l'attacher par d'autres moïens, qui passent ordinairement pour plus efficaces. Il tâcha de s'occuper avec lui, ou plutôt de s'amuser de la Philosophie Cartésienne, & comme il avoit brillé par l'esprit dans une Cour tres-délicate, peut-être le Philosophe ne profita-t-il pas moins du commerce du Courtisan, que le Courtisan de celui du Philosophe. L'un de ces deux differens caracteres est ordinairement composé de tout ce qui manque à l'autre.

M. de Vardes alla à Montpellier en 1671, & M. Regis qui l'y accompagna y fit des Conférences avec le même applaudissement qu'à Toulouse. Mais enfin tous les grands talens doivent se rendre dans la Capitale, M. Regis y vint.

en 1680, & commença à tenir de semblables Conférences chés M. Lémery, membre aujourd'hui de cette Académie. Le concours du monde y fut si grand, qu'une maison de particulier en étoit incommodée, on venoit s'y assurer d'une place long-temps avant l'heure marquée pour l'ouverture, & peut-être la severité de cette Histoire ne me défend-elle pas de remarquer qu'on y voioit tous les jours le plus agréable Acteur du Theatre Italien, qui hors delà cachoit sous un Masque & sous un badinage inimitable l'esprit serieux d'un Philosophe.

Il ne faut pas trop réüssir; les Conférences avoient un éclat qui leur devint funeste. Feu M. l'Archevêque de Paris, par déference pour l'ancienne Philosophie, donna à M. Regis un ordre de les suspendre, déguisé sous la forme de conseil ou de priere, & envelopé de beaucoup de louanges. Ainsi le Public fut privé de ces Assemblées au bout de 6 mois, & au milieu de son goût le plus vif, & l'on ne fit peut-être, sans en avoir l'intention, que prévenir son inconstance, & augmenter son estime pour ce qu'il perdoit.

M. Regis plus libre ne songea plus qu'à faire imprimer un Système general de Philosophie, qu'il avoit composé, & qui étoit le principal sujet de son voyage à Paris. Mais cette impression fut traversée aussi pendant 10 ans. Enfin à force de temps & de raison toutes les oppositions furent surmontées, & l'Ouvrage parut en 1690 sous ce titre, *Système de Philosophie contenant la Logique, la Métaphysique, la Physique, & la Morale*, en 3 Volumes in 4<sup>o</sup>.

L'avantage d'un Système general, est qu'il donne un spectacle plus pompeux à l'Esprit, qui aime toujours à voir d'un lieu plus élevé, & à découvrir une plus grande étendue. Mais d'un autre côté c'est un mal sans remede que les objets vûs de plus loin & en plus grand nombre le sont aussi plus confusément. Différentes parties sont liées pour la composition d'un Tout, & fortifiées mutuellement par cette union, mais chacune en particulier est traitée avec moins de soin, & souffre de ce qu'elle est



partie d'un Siftême general. Une seule matiere particuliere bien éclaircie satisferoit peut-être autant, fans compter que dés-là qu'elle feroit bien éclaircie, elle deviendroit toujours affés generale. Si l'on confidere la gloire de l'Auteur, il ne reste guere à qui entreprend un pareil ouvrage, que celle d'une compilation judicieuse, & quoi-qu'il puisse, comme M. Regis, y ajoûter plusieurs idées nouvelles, le Public n'est guere soigneux de les démêler d'avec les autres.

Engagé comme il l'étoit à défendre la Philosophie Cartesienne, il répondit en 1691 au Livre intitulé, *Censura Philosophiæ Cartesianæ*, sorti d'une des plus sçavantes mains de l'Europe, & feu M. Bayle, tres-fin Connoisseur, ayant vû cette Réponse jugea qu'elle devoit servir de modele à tout ce qu'on en feroit à l'avenir pour la même cause. L'année suivante M. Regis se défendit lui-même contre un habile Professeur de Philosophie, qui avoit attaqué son Siftême general. Ces deux Réponses qu'il se crut obligé de donner en peu de temps, & une augmentation de plus d'un tiers qu'il avoit faite immédiatement auparavant à son Siftême dans le temps même qu'on l'imprimoit, lui causerent des infirmités qui n'ont fait qu'augmenter toujours dans la suite. La Philosophie elle-même a ses passions & ses excès, qui ne demeurent pas impunis.

M. Regis eut à soutenir encore de plus grandes contestations. Il avoit attaqué dans sa Phisique l'explication que le P. Mallebranche avoit donnée dans sa Recherche de la Verité de ce que la Lune paroît plus grande à l'Horizon qu'au Meridien. Ils écrivirent de part & d'autre, & la question principale se réduisit entre eux à sçavoir, si la grandeur apparente d'un objet dépendoit uniquement de la grandeur de son image tracée sur la Rétine, ou de la grandeur de son image, & du jugement naturel que l'Ame porte de son éloignement, de sorte que, tout le reste étant égal, elle le dût voir d'autant plus grand, qu'elle le jugeroit plus éloigné. M. Regis avoit pris le premier

premier parti, le P. Mallebranche le second, & ce dernier soutenoit qu'un Géant 6 fois plus haut qu'un Nain, & placé à 12 pieds de distance, ne laissoit pas de paroître plus haut que le Nain placé à 2 pieds, malgré l'égalité des images qu'ils formoient dans l'œil, & cela, parce qu'on voioit le Géant comme plus éloigné, à cause de l'interposition de differens objets. Il nioit même à M. Regis que l'image de la Lune à l'Horizon fût augmentée par les refractions, du moins de la maniere dont elle auroit dû l'être pour ce phenomene, & il ajoûtoit differentes experiences par lesquelles la Lune cessoit de paroître plus grande dès qu'elle étoit vûë de façon qu'on ne la jugeât pas plus éloignée. M. Regis cependant défendit toujours son opinion, & comme les Ecrits, selon la coutume de toutes les disputes, se multiplioient assés inutilement, le P. Mallebranche se crut en droit de terminer la question par la voie de l'autorité, mais d'une autorité telle qu'on la pouvoit emploier en matiere de Science. Il prit une Attestation de 4 Geometres des plus fameux, qui déclarerent que *les preuves qu'il apportoit de son sentiment étoient démonstratives, & clairement déduites des veritables principes de l'Optique.* Ces Geometres étoient feu M. le Marquis de l'Hôpital, M. l'Abbé Catelan, M. Sauvœur, & M. Varignon. M. Regis fit en cette occasion ce que lui inspira un premier mouvement de la nature, il tâcha de trouver des reproches contre chacun d'eux. Le Journal des Sçavans de l'an 1694 fut le Theatre de cette guerre.

Il le fut encore, du moins en partie, d'une autre guerre entre les mêmes Adversaires. M. Regis dans sa Metaphisique avoit souvent attaqué celle du P. Mallebranche. Une de leurs principales contestations roula sur la nature des Idées, sur leur cause ou efficiente, ou exemplaire, matiere si sublime & si abstraite, que s'il n'est pas permis à l'Esprit humain d'y trouver une entiere certitude, ce sera pour lui une assés grande gloire d'avoir pû y parvenir à des doutes fondés & raisonnés. Les deux Metaphi-

ficiens agiterent encore, *si le plaisir nous rend actuellement heureux*, & se partagerent aussi sur cette question, qui paroît moins metaphisique. Comme les Ouvrages du P. Mallebranche lui avoient fait plusieurs Disciples habiles & zelés, quelques-uns écrivirent aussi contre M. Regis, qui se contenta d'avoir paru sur la lice avec leur Maître.

L'inclination qu'il avoit toujours conservée pour la Theologie, & l'amour de la Religion, lui inspirerent ensuite une autre entreprise, déjà tentée plusieurs fois par de grands Hommes, digne de tous leurs efforts, & de leur plus sage ambition, & plus nécessaire que jamais dans un Siècle aussi éclairé que celui-ci. Il la finit en 1704, malgré ses infirmités continuelles, & publia un Livre in 4° sous ce titre, *L'Usage de la Raison & de la Foi, ou l'Accord de la Foi & de la Raison*. Il le dédia à M. l'Abbé Bignon, à qui il dit dans son Epître, *qu'il ne pouvoit citer les Ennemis ou de la Raison ou de la Foi devant un Juge à qui les droits de l'une & de l'autre fussent mieux connus, & quo si on le recusoit, ce ne seroit que parcequ'il s'étoit trop déclaré pour toutes les deux*. La maniere dont il parvient à cet Accord si difficile est celle qu'emploieroit un Arbitre éclairé à l'égard de deux Freres, entre lesquels il voudroit étouffer toutes les semences de division. M. Regis fait un partage si net entre la Raison & la Foi, & assigne à chacune des objets & des emplois si séparés, qu'elles ne peuvent plus avoir, pour ainsi dire, aucune occasion de se broüiller. La Raison conduit l'Homme jusqu'à une entiere conviction des preuves historiques de la Religion Chrétienne, après quoi elle le livre & l'abandonne à une autre lumiere, non-pas contraire, mais toute differente, & infiniment supérieure. L'éloignement où M. Regis tient la Raison & la Foi ne leur permet pas de se réunir dans des Systèmes qui accommodent les idées de quelque Philosophie dominant à la Revelation, ou quelquefois même la Revelation à ces idées. Il ne veut point que ni Platon, ni Aristote, ni Descartes même appuient l'Evangile, il paroît croire que tous les Systèmes philosophiques ne sont

que des modes, & il ne faut point que des verités éternelles s'allient avec des opinions passagères, dont la ruine leur doit être indifférente. On doit s'en tenir à la majestueuse simplicité des Conciles, qui décident toujours le Dogme divin, sans y mêler des explications humaines. Tel est l'esprit general de l'Ouvrage, du moins par rapport au titre, car M. Regis y fait entrer une Theorie des Facultés de l'Homme, de l'Entendement, de la Volonté &c. plus ample qu'il n'étoit absolument nécessaire. Il lui a donné même pour conclusion un Traité de l'Amour de Dieu, parceque cette matiere, qui, si l'on vouloit, seroit fort simple, venoit d'être agitée par de grands Hommes avec beaucoup de subtilité. Enfin il a joint à tout le Livre une refutation du Système de Spinoza. Il a été réduit à en développer les obscurités, nécessaires pour couvrir l'erreur, mais heureusement peu propres pour la seduction.

C'est par-là qu'il a fini sa carrière sçavante. Ses infirmités qui devinrent plus continuës & plus douloureuses, ne lui permirent plus le travail. La maniere dont il les soutint pendant plusieurs années fut un exemple du plus noble & du plus difficile usage que l'on puisse faire de la Raison & de la Foi tout ensemble. Il mourut le 11 Janvier de cette année chés M. le Duc de Rohan, qui lui avoit donné un appartement dans son Hôtel, outre la pension qu'il avoit été chargé de lui payer par le Testament de M. le Marquis de Vardes son Beau-pere.

Il étoit entré dans l'Academie en 1699, lorsqu'elle se renouvella, mais à cause de ses maladies il ne fit presque aucune fonction Academique, seulement son nom servit à orner une Liste où le Public eût été surpris de ne le pas trouver.

Il avoit eu toute sa vie beaucoup de commerce avec des personnes du premier rang. Feu M. l'Archevêque de Paris, en lui défendant les Assemblées, l'avoit engagé à le venir voir à de certains temps marqués pour l'entretenir sur les mêmes matieres, & peut-être la gloire de M.

Regis augmentoit-elle de ce qu'un Prélat si éclairé prenoit la place du Public. Feu M. le Prince, dont le genie embrassoit tout, l'envoyoit chercher souvent, & il a dit plusieurs fois qu'il ne pouvoit s'empêcher de prendre pour vrai ce qui lui étoit expliqué si nettement.

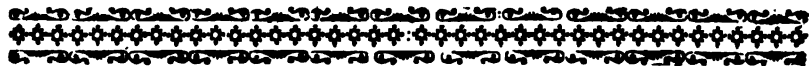
Sa réputation alla même jusque dans les Païs étrangers lui faire des amis élevés aux plus grandes places. Tel étoit M. le Duc d'Escalone, Grand d'Espagne, aujourd'hui Vice roi de Naples. Ce Seigneur, plus curieux & plus touché des Sciences que ne l'est jusqu'ici le reste de sa Nation, avoit pris pour lui une estime singulière sur son Système general qu'il avoit étudié avec beaucoup de soin, & quand à la Journée du Ter \* où il commandoit l'Armée Espagnole ses Equipages furent pris par l'Armée victorieuse de M. le Maréchal de Noailles, il ne lui envoya redemander que les Commentaires de Cesar, & le Livre de M. Regis, qui étoient dans sa Cassette. M. le Comte de Sant-Estevan de Gormas son fils étant venu en France en 1706, il alla voir le Philosophe par ordre de son pere, & après la premiere visite, ce ne fut plus par obéissance qu'il lui en rendit. M. le Duc d'Albe, Ambassadeur de S. M. Catholique, lui a fait le même honneur à la priere de M. le Vice-roi de Naples.

Les mœurs de M. Regis étoient telles que l'étude de la Philosophie les peut former, quand elle ne trouve pas trop de résistance du côté de la nature. Les occasions qu'il a eues par rapport à la fortune lui ont été aussi peu utiles qu'elles le devoient être, une grande estime & une amitié fort vive que le feu P. Ferrier Confesseur du Roi avoit prises pour lui à Toulouse pendant ses Conférences, ne lui valurent qu'une tres-modique pension sur la Preceptoriale d'Aigues-mortes. Quoiqu'il fût accoutumé à instruire, sa conversation n'en étoit pas plus imperieuse, mais elle étoit plus facile & plus simple, parcequ'il étoit accoutumé à se proportionner à tout le monde. Son savoir ne l'avoit pas rendu dédaigneux pour les Ignorans, & en effet on l'est ordinairement d'autant moins à leur

\* En 1694.

égard, que l'on sçait davantage, car on en sçait mieux combien on leur ressemble encore.

La place qu'il avoit de Geometre Associé a été remplie par M. Chevalier, auparavant Eleve de M. l'Abbé Galois.



## E L O G E

### DE M. LE MARECHAL DE VAUBAN.

**S**EBASTIEN LE PRESTRE, Chevalier, Seigneur de Vauban, Basoches, Pierre-pertuis, Poüilly, Cervon, la Chaume, Epiry, le Creuset, & autres lieux, Maréchal de France, Chevalier des Ordres du Roi, Commissaire general des Fortifications, Grand-Croix de l'Ordre de S. Louis, & Gouverneur de la Citadelle de l'Isle, nâquit le 1<sup>er</sup> jour de Mai 1633 d'Urbain le Prêtre, & d'Aimée de Carmagnol. Sa famille est d'une bonne noblesse du Nivernois, & elle possède la Seigneurie de Vauban depuis plus de 250 ans.

Son Pere, qui n'étoit qu'un Cadet, & qui de plus s'étoit ruiné dans le service, ne lui laissa qu'une bonne éducation, & un Mousquet. A l'âge de 17 ans, c'est à dire en 1651, il entra dans le Regiment de Condé, Compagnie d'Arcenai. Alors feu M. le Prince étoit dans le parti des Espagnols.

Les premieres Places fortifiées qu'il vit le firent Ingenieur, par l'envie qu'elles lui donnerent de le devenir. Il se mit à étudier avec ardeur la Geometrie, & principalement la Trigonometrie, & le Toisé, & dès l'an 1652 il fut employé aux Fortifications de Clermont en Lorraine. La même année il servit au premier Siège de Sainte Menehout, où il fit quelques logemens, & passa une Riviere à nage sous le feu des Ennemis pendant l'assaut, action qui

lui attira de ses Supérieurs beaucoup de louanges & de caresses.

En 1653 il fut pris par un parti François. M. le Cardinal Mazarin le crut digne dès-lors qu'il tâchât de l'engager au service du Roi, & il n'eut pas de peine à réussir avec un Homme, né le plus fidelle sujet du monde. En cette même année, M. de Vauban servit d'Ingenieur en second sous le Chevalier de Clerville au second Siège de Sainte Menehout, qui fut reprise par le Roi, & ensuite il fut chargé du soin de faire réparer les Fortifications de la Place.

Dans les années suivantes, il fit les fonctions d'Ingenieur aux Sièges de Stenai, de Clermont, de Landrecy, de Condé, de S. Guilain, de Valenciennes. Il fut dange-reusement blessé à Stenai, & à Valenciennes, & n'en servit presque pas moins. Il reçût encore trois blessures au Siège de Montmedi en 1657, & comme la Gazette en parla, on apprit dans son País ce qu'il étoit devenu, car depuis 6 ans qu'il en étoit parti, il n'y étoit point retourné, & n'y avoit écrit à personne, & ce fut-là la seule manière dont il y donna de ses nouvelles.

M. le Maréchal de la Ferté, sous qui il servoit alors, & qui l'année précédente lui avoit fait présent d'une Compagnie dans son Regiment, lui en donna encore une dans un autre Regiment, pour lui tenir lieu de pension, & lui prédît hautement que si la Guerre pouvoit l'épargner, il parviendroit aux premières dignités.

En 1658 il conduisit en chef les attaques des Sièges de Gravelines, d'Ypres, & d'Oudenarde. M. le Cardinal Mazarin, qui n'accordoit pas les gratifications sans sujet, lui en donna une assez honnête, & l'accompagna de louanges, qui, selon le caractère de M. de Vauban, le payerent beaucoup mieux.

Il nous suffit d'avoir représenté avec quelque détail ces premiers commencemens, plus remarquables que le reste dans une Vie illustre, quand la Vertu dénuée de tout secours étranger a eu besoin de se faire jour à elle-même.

Deformais M. de Vauban est connu, & son Histoire devient une partie de l'Histoire de France.

Après la Paix des Pirenées, il fut occupé ou à démolir des Places, ou à en construire. Il avoit déjà quantité d'idées nouvelles sur l'Art de fortifier, peu connu jusque-là. Ceux qui l'avoient pratiqué, ou qui en avoient écrit s'étoient attachés servilement à certaines regles établies quoique peu fondées, & à des especes de superstitions, qui dominant toujours long-temps en chaque genre, & ne disparoissent qu'à l'arrivée de quelque Genie supérieur. D'ailleurs ils n'avoient point vû de Sièges, ou n'en avoient pas assez vû, leurs Methodes de fortifier n'étoient tournées que par rapport à certains cas particuliers qu'ils connoissoient, & ne s'étendoient point à tout le reste. M. de Vauban avoit déjà beaucoup vû & avec de bons yeux, il augmentoit sans cesse son experience par la lecture de tout ce qui avoit été écrit sur la Guerre, il sentoit en lui ce qui produit les heureuses nouveautés, ou plutôt ce qui force à les produire, & enfin il osa se déclarer Inventeur dans une matiere si périlleuse, & le fut toujours jusqu'à la fin. Nous n'entrerons point dans le détail de ce qu'il inventa, il seroit trop long, & toutes les Places fortes du Royaume doivent nous l'épargner.

Quand la guerre recommença en 1667, il eut la principale conduite des Sièges que le Roi fit en personne. S. M. voulut bien faire voir qu'il étoit de sa prudence de s'en assurer ainsi le succès. Il reçût au Siège de Douai un coup de mousquet à la joue, dont il a toujours porté la marque. Après le Siège de l'Isle qu'il prit sous les Ordres du Roi en 9 jours de tranchée ouverte, il eut une gratification considerable, beaucoup plus nécessaire pour contenter l'inclination du Maître, que celle du Sujet. Il en a reçû encore en différentes occasions un grand nombre, & toujours plus fortes, mais pour mieux entrer dans son caractère nous ne parlerons plus de ces sortes de récompenses, qui n'en étoient presque pas pour lui.

Il fut occupé en 1668 à faire des projets de Fortifica-



tions pour les Places de la Franche-Comté, de Flandre, & d'Artois. Le Roi lui donna le Gouvernement de la Citadelle de l'Isle, qu'il venoit de construire, & ce fut le premier Gouvernement de cette nature en France. Il ne l'avoit point demandé, & il importe & à la gloire du Roi & à la sienne que l'on sçache que de toutes les graces qu'il a jamais reçues, il n'en a demandé aucune, à la réserve de celles qui n'étoient pas pour lui. Il est vrai que le nombre en a été si grand qu'elles épuisoient le droit qu'il avoit de demander.

La Paix d'Aix la Chapelle étant faite, il n'en fut pas moins occupé. Il fortifia des Places en Flandre, en Artois, en Provence, en Roussillon, ou du moins fit des desseins qui ont été depuis executés. Il alla même en Piémont avec M. de Louvois, & donna à M. le Duc de Savoie des desseins pour Veruë, Verceil, & Turin. A son départ, S. A. R. lui fit présent de son Portrait enrichi de Diamans. Il est le seul Homme de guerre pour qui la Paix ait toujours été aussi laborieuse que la Guerre même.

Quoique son emploi ne l'engageât qu'à travailler à la sûreté des Frontieres, son amour pour le bien public lui faisoit porter ses vûës sur les moïens d'augmenter le bonheur du dedans du Royaume. Dans tous ses Voyages il avoit une curiosité, dont ceux qui sont en place ne sont communément que trop exempts. Il s'informoit avec soin de la valeur des Terres, de ce qu'elles rapportoient, de la maniere de les cultiver, des facultés des Païsans, de leur nombre, de ce qui faisoit leur nourriture ordinaire, de ce que leur pouvoit valoir en un jour le travail de leurs mains, détails méprisables & abjects en apparence, & qui appartiennent cependant au grand Art de gouverner. Il s'occupoit ensuite à imaginer ce qui auroit pû rendre le Païs meilleur, de grands Chemins, des Ponts, des Navigations nouvelles, Projets dont il n'étoit pas possible qu'il esperât une entiere execution, especes de songes, si l'on veut, mais qui du moins, comme la plûpart des veritables songes, marquoient l'inclination dominante. Je sçai  
tel

tel Intendant de Province qu'il ne connoissoit point, & à qui il a écrit pour le remercier d'un nouvel établissement utile, qu'il avoit vû en voyageant dans son département. Il devenoit le debiteur particulier de quiconque avoit obligé le Public.

La guerre qui commença en 1672 lui fournit une infinité d'occasions glorieuses, sur tout dans ce grand nombre de Sièges que le Roi fit en personne, & que M. de Vauban conduisit tous. Ce fut à celui de Mastricht en 1673 qu'il commença à se servir d'une Methode singuliere pour l'attaque des Places, qu'il avoit imaginée par une longue suite de reflexions, & qu'il a depuis toujours pratiquée. Jusque-là il n'avoit fait que suivre avec plus d'adresse & de conduite les regles déjà établies, mais alors il en suivit d'inconnues, & fit changer de face à cette importante partie de la Guerre. Les fameuses Paralleles & les Places d'Armes parurent au jour; depuis ce temps, il a toujours inventé sur ce sujet, tantôt les Cavaliers de tranchée, tantôt un nouvel usage des Sapes & des demi-Sapes, tantôt les Batteries en ricochet, & par-là il avoit porté son Art à une telle perfection, que le plus souvent, ce qu'on n'auroit jamais osé esperer, devant les Places les mieux défendues il ne perdoit pas plus de monde que les Assiégés.

C'étoit-là son but principal, la conservation des Hommes. Non-seulement l'intérêt de la guerre, mais aussi son humanité naturelle les lui rendoit chers. Il leur sacrifioit toujours l'éclat d'une conquête plus prompte, & une gloire assés capable de seduire, &, ce qui est encore plus difficile, quelquefois il résistoit en leur faveur à l'impatience des Generaux, & s'exposoit aux redoutables discours du Courtisan oisif. Aussi les Soldats lui obéissoient-ils avec un entier dévouement, moins animés encore par l'extrême confiance qu'ils avoient à sa capacité, que par la certitude & la reconnoissance d'être ménagés autant qu'il étoit possible.

Pendant toute la guerre que la Paix de Nimegue termina  
1707.

mina, sa vie fut une action continuelle, & tres-vive; former des desseins de Siéges, conduire tous ceux qui furent faits, du moins dès qu'ils étoient de quelque importance, réparer les Places qu'il avoit prises, & les rendre plus fortes, visiter toutes les Frontieres, fortifier tout ce qui pouvoit être exposé aux Ennemis, se transporter dans toutes les Armées, & souvent d'une extrémité du Royaume à l'autre.

Il fut fait Brigadier d'Infanterie en 1674, Maréchal de Camp en 1676, & en 1678 Commissaire General des Fortifications de France, Charge qui vaquoit par la mort de M. le Chevalier de Clerville. Il se défendit d'abord de l'accepter, il en craignoit ce qui l'auroit fait desirer à tout autre, les grandes relations qu'elle lui donnoit avec le Ministère. Cependant le Roi l'obligea d'autorité à prendre la Charge, & il faut avouer que malgré toute sa droiture il n'eut pas lieu de s'en repentir. La Vertu ne laisse pas de réussir quelquefois, mais ce n'est qu'à force de temps & de preuves redoublées.

La Paix de Nimegue lui ôta le penible emploi de prendre des Places, mais elle lui en donna un plus grand nombre à fortifier. Il fit le fameux Port de Dunquerque, son Chef-d'œuvre, & par conséquent celui de son Art. Strasbourg & Casal, qui passerent en 1681 sous le pouvoir du Roi, furent ensuite ses travaux les plus considerables. Outre les grandes & magnifiques Fortifications de Strasbourg, il y fit faire pour la navigation de la Bruche des Ecluses, dont l'execution étoit si difficile, qu'il n'osa la confier à personne, & la dirigea toujours par lui-même.

La guerre recommença en 1683, & lui valut l'année suivante la gloire de prendre Luxembourg, qu'on avoit cru jusque-là imprenable, & de le prendre avec fort peu de perte. Mais la guerre naissante ayant été étouffée par la Treve de 1684, il reprit ses fonctions de Paix, dont les plus brillantes furent l'Aqueduc de Maintenon, de nouveaux Travaux qui perfectionnent le Canal de la communication des Mers, Montroyal, & Landau.

Il semble qu'il auroit dû trahir les secrets de son Art par la grande quantité d'Ouvrages qui sont sortis de ses mains. Aussi a-t-il paru des Livres dont le titre promettoit la véritable maniere de fortifier selon M. de Vauban, mais il a toujours dit, & il a fait voir par sa pratique qu'il n'avoit point de maniere. Chaque Place différente lui en fournissoit une nouvelle selon les différentes circonstances de sa grandeur, de sa situation, de son terrain. Les plus difficiles de tous les Arts sont ceux dont les objets sont changeans, qui ne permettent point aux Esprits bornés l'application commode de certaines Regles fixes, & qui demandent à chaque moment les ressources naturelles & imprévûes d'un genie heureux.

En 1688, la Guerre s'étant rallumée, il fit sous les Ordres de Monseigneur les Sièges de Philipsbourg, de Mannheim, & de Frankendal. Ce grand Prince fut si content de ses services, qu'il lui donna 4 Pièces de canon à son choix pour mettre à son Château de Bazoche, récompense véritablement militaire, privilege unique, & qui plus que tout autre convenoit au Pere de tant de Places fortes. La même année il fut fait Lieutenant General.

L'année suivante il commanda à Dunquerque, Bergues, & Ypres, avec ordre de s'enfermer dans celle de ces Places qui seroit assiégée, mais son nom les en préserva.

L'année 1690 fut singulière entre toutes celles de sa vie; il n'y fit presque rien, parcequ'il avoit pris une grande & dangereuse maladie à faire travailler aux Fortifications d'Ypres, qui étoient fort en desordre, & à être toujours présent sur les travaux. Mais cette oisiveté qu'il se seroit presque reprochée finit en 1691 par la prise de Mons, dont le Roi commanda le Siège en personne. Il commanda aussi l'année d'après celui de Namur, & M. de Vauban le conduisit de sorte qu'il prit la Place en 30 jours de tranchée ouverte, & n'y perdit que 800 Hommes, quoiqu'il s'y fût fait 5 actions de vigueur très-considérables.

Il faut passer par dessus un grand nombre d'autres exploits, tels que le Siège de Charleroi en 93, la défense de la basse-Bretagne contre les Descentes des Ennemis en 94 & 95, le Siège d'Ath en 97, & nous hâter de venir à ce qui touche de plus près cette Academie. Lorsqu'elle se renouvella en 99, elle demanda au Roi M. de Vauban pour être un de ses Honoraires, & si la bienséance nous permet de dire qu'une place dans cette Compagnie soit la récompense du mérite, après toutes celles qu'il avoit reçues du Roi en qualité d'Homme de guerre, il falloit qu'il en reçût une d'une Société de Gens de Lettres en qualité de Mathématicien. Personne n'avoit mieux que lui rappelé du Ciel les Mathématiques, pour les occuper aux besoins des Hommes, & elles avoient pris entre ses mains une utilité aussi glorieuse peut-être que leur plus grande sublimité. De plus, l'Academie lui devoit une reconnoissance particuliere de l'estime qu'il avoit toujours eue pour elle; les avantages solides que le Public peut tirer de cet établissement avoient touché l'endroit le plus sensible de son ame.

Comme après la Paix de Riswic il ne fut plus employé qu'à visiter les Frontieres, à faire le tour du Royaume, & à former de nouveaux Projets, il eut besoin d'avoir encore quelque autre occupation, & il se la donna selon son cœur. Il commença à mettre par écrit un prodigieux nombre d'idées qu'il avoit sur differens sujets qui regardoient le bien de l'Etat, non-seulement sur ceux qui lui étoient les plus familiers, tels que les Fortifications, le détail des Places, la Discipline militaire, les Campemens, mais encore sur une infinité d'autres matieres qu'on auroit cruës plus éloignées de son usage, sur la Marine, sur la Course par mer en temps de guerre, sur les Finances même, sur la Culture des Forests, sur le Commerce, & sur les Colonies Françaises en Amerique. Une grande passion songe à tout. De toutes ces différentes vues il a composé 12 gros Volumes Manuscrits, qu'il a intitulés ses *Dissectés*. S'il étoit possible que les idées qu'il y propose s'e-

excutassent, ses Oisivetés seroient plus utiles que tous ses travaux.

La succession d'Espagne ayant fait renaître la guerre, il étoit à Namur au commencement de l'année 1703, & il y donnoit ordre à des réparations nécessaires, lorsqu'il apprit que le Roi l'avoit honoré du Bâton de Maréchal de France. Il s'étoit opposé lui-même quelque temps auparavant à cette suprême élévation, que le Roi lui avoit annoncée, il avoit représenté qu'elle empêcheroit qu'on ne l'employât avec des Generaux du même rang, & feroit naître des embarras contraires au bien du service. Il aimoit mieux être plus utile, & moins récompensé, & pour suivre son goût, il n'auroit fallu payer ses premiers travaux que par d'autres encore plus nécessaires.

Vers la fin de la même année il servit sous Monseigneur le Duc de Bourgogne au Siège du vieux Brisach, Place tres-considérable, qui fut réduite à capituler au bout de 13 jours & demi de tranchée ouverte, & qui ne coûta pas 300 Hommes. C'est par ce Siège qu'il a fini, & il y fit voir tout ce que pouvoit son Art, comme s'il eût voulu le resigner alors tout entier entre les mains du Prince qu'il avoit pour Spectateur & pour Chef.

Le titre de Maréchal de France produisit les inconvéniens qu'il avoit prévus, il demeura deux ans inutile. Je l'ai entendu souvent s'en plaindre; il protestoit que pour l'intérêt du Roi & de l'État il auroit foulé aux pieds la dignité avec joie. Il l'auroit fait, & jamais il ne l'eût si bien meritée, jamais même il n'en eût si bien soutenu le véritable éclat.

Il se consolait avec ses sçavantes Oisivetés. Il n'épargnoit aucune dépense pour amasser la quantité infinie d'instructions & de Memoires dont il avoit besoin, & il occupoit sans cesse un grand nombre de Secretaires, de Dessinateurs, de Calculateurs, & de Copistes. Il donna au Roi en 1704 un gros Manuscrit, qui contenoit tout ce qu'il y a de plus fin & de plus secret dans la conduite de l'Attaque des Places, présent le plus noble qu'un Sujet

puisse jamais faire à son Maître, & que le Maître ne pouvoit recevoir que de ce seul Sujet.

En 1706, après la Bataille de Ramilli M. le Maréchal de Vauban fut envoyé pour commander à Dunquerque, & sur la Côte de Flandre. Il rassura par sa présence les esprits étonnés, il empêcha la perte d'un pays qu'on vouloit noyer pour prévenir le Siège de Dunquerque, & le prévint d'ailleurs par un Camp retranché qu'il fit entre cette Ville & Bergues, de sorte que les Ennemis eussent été obligés de faire en même temps l'investiture de Dunquerque, de Bergues, & de ce Camp, ce qui étoit absolument impraticable.

Dans cette même Campagne, plusieurs de nos Places ne s'étant pas défendues comme il auroit souhaité, il voulut défendre par ses conseils toutes celles qui seroient attaquées à l'avenir, & commença sur cette matiere un Ouvrage qu'il destinoit au Roi, & qu'il n'a pû finir entièrement. Il mourut le 30 Mars 1707 d'une fluxion de poitrine accompagnée d'une grosse fièvre qui l'emporta en 8 jours, quoiqu'il fût d'un temperament tres robuste, & qui sembloit lui promettre encore plusieurs années de vie. Il avoit 74 ans, moins un mois.

Il avoit épousé Jeanne d'Aunoi de la Famille des Barons d'Espiri en Nivernois, morte avant lui. Il en a laissé deux filles, M<sup>re</sup> la Comtesse de Villebertin, & M<sup>re</sup> la Marquise d'Ussé.

Si l'on veut voir toute sa Vie militaire en abrégé, il a fait travailler à 300 Places anciennes, & en a fait 33 neuves; il a conduit 53 Sièges, dont 30 ont été faits sous les Ordres du Roi en personne, ou de Monseigneur, ou de Monseigneur le Duc de Bourgogne, & les 23 autres sous differens Generaux; il s'est trouvé à 140 actions de vigueur.

Jamais les traits de la simple Nature n'ont été mieux marqués qu'en lui, ni plus exempts de tout mélange étranger. Un sens droit & étendu, qui s'attachoit au Vrai par une espece de simpatie, & sentoit le Faux sans le discuter,

lui épargnoit les longs circuits par où les autres marchent, & d'ailleurs sa Vertu étoit en quelque sorte un instinct heureux, si prompt qu'il prévenoit sa raison. Il méprisoit cette politesse superficielle dont le monde se contente, & qui couvre souvent tant de barbarie, mais sa bonté, son humanité, sa libéralité lui composoient une autre politesse plus rare, qui étoit toute dans son cœur. Il seyoit bien à tant de vertu de négliger des dehors, qui, à la vérité, lui appartiennent naturellement, mais que le vice emprunte avec trop de facilité. Souvent M. le Maréchal de Vauban a secouru de sommes assés considérables des Officiers qui n'étoient pas en état de soutenir le service, & quand on venoit à le sçavoir, il disoit qu'il prétendoit leur restituer ce qu'il recevoit de trop des bienfaits du Roi. Il en a été comblé pendant tout le cours d'une longue vie, & il a eu la gloire de ne laisser en mourant qu'une fortune mediocre. Il étoit passionnément attaché au Roi, Sujet plein d'une fidélité ardente & zelée, & nullement Courtisan; il auroit infiniment mieux aimé servir que plaire. Personne n'a été si souvent que lui, ni avec tant de courage, l'introduit de la Verité; il avoit pour elle une passion presque imprudente, & incapable de ménagement. Ses mœurs ont tenu bon contre les Dignités les plus brillantes, & n'ont pas même combattu. En un mot, c'étoit un Romain qu'il sembloit que nôtre Siècle eût dérobé aux plus heureux temps de la Republique.

Sa place d'Academicien Honoraire a été remplie par M. le Maréchal d'Estrées, Vice-Amiral de France, Grand d'Espagne, Chevalier des Ordres du Roi, Gouverneur du Comté Nantois.







## E L O G E

DE M. L'ABBE' GALLOIS.

**J**EAN GALLOIS nâquit à Paris le 14 Juin 1632 d'Ambroïse Gallois Avocat au Parlement, & de Françoïse de Launai.

Son inclination pour les Lettres se déclara, dès qu'il pût laisser paroître quelque inclination, & elle se fortifia toujours dans la suite. Il s'engagea dans l'Etat Ecclesiastique, & reçût l'Ordre de Prêtrise. Son devoir lui fit tourner ses principales études du côté de la Theologie, de l'Histoire Ecclesiastique, des Peres, & de l'Ecriture Sainte, il alla même jusqu'aux Langues Orientales, nécessaires du moins à qui veut remonter jusqu'aux premieres sources de la Theologie, mais il ne renonça ni à l'Histoire profané, ni aux Langues vivantes, telles que l'Italien, l'Espagnol, l'Anglois & l'Allemand, ni aux Mathematiques, ni à la Phisique, ni à la Medecine même, car son ardeur de sçavoir embrassoit tout, & s'il est vrai qu'une érudition si partagée soit moins propre à faire une réputation singuliere, elle l'est du moins beaucoup plus à étendre l'Esprit en tous sens, & à l'éclairer de tous côtés.

Outre la connoissance des choses que les Livres contiennent, M. l'Abbé Gallois avoit encore celle des Livres eux-mêmes, science presque séparée des autres, quoiqu'elle en résulte, & produite par une curiosité vive qui ne neglige aucune partie de son objet.

Le premier travail que le Public ait vû de M. l'Abbé Gallois a été la traduction Latine du Traité de Paix des Pirenées, imprimée par ordre du Roi, mais bien-tôt son nom devint plus illustre par le Journal des Sçavans. Ce fut en 1665 que parut pour la premiere fois cet Ouvrage  
dont

dont l'idée étoit si neuve & si heureuse , & qui subsiste encore aujourd'hui avec plus de vigueur que jamais , accompagné d'une nombreuse posterité issuë de lui , & répandue par toute l'Europe sous les differens noms de *Nouvelles de la Republique des Lettres* , d'*Histoire des Ouvrages des Sçavans* , de *Bibliothèque universelle* , de *Bibliothèque choisie* , d'*Acta Eruditorum* , de *Transactions Philosophiques* , de *Memoires pour l'Histoire des Sciences & des beaux Arts* , &c. M. de Sallo Conseiller Ecclesiastique au Parlement en avoit conçu le dessein , & il s'associa M. l'Abbé Gallois qui par la grande variété de son érudition sembloit né pour ce travail , & qui de plus , ce qui n'est pas commun chés ceux qui sçavent tout , sçavoit le François , & écrivoit bien.

Le Journal prit dès sa naissance un ton trop hardi , & censura trop librement la plupart des Ouvrages qui paroissoient. La Republique des Lettres , qui voyoit sa liberté menacée , se souleva , & le Journal fut arrêté au bout de 3 mois. Mais comme le projet par lui-même en étoit excellent , on ne voulut pas le perdre , & M. de Sallo l'abandonna entierement à M. l'Abbé Gallois , qui ouvrit l'année 1666 par un nouveau Journal dédié au Roi , où il mit son nom , & où il exerça toujours avec toute la moderation necessaire le pouvoir dont il étoit revêtu.

M. Colbert touché de l'utilité & de la beauté du Journal prit du goût pour cet Ouvrage , & bien-tôt après pour l'Auteur. En 1668 il lui donna dans cette Academie presque encore naissante une place avec la fonction de Secretaire en l'absence de feu M. du Hamel , qui fut 2 ans hors du Royaume. M. l'Abbé Gallois enrichissoit son Journal des principales découvertes de l'Academie , qui ne se faisoient guere alors connoître du Public que par cette voie , & de plus , il en rendoit souvent compte à M. Colbert , & lui portoit les fruits de la protection qu'il accordoit aux Sciences. Dans la suite ce Ministre , toujours plus content de sa conversation , l'envoyoit querir lorsqu'il venoit à Paris ; sa curiosité sur quelque matiere que

ce fût le trouvoit toujours prêt à la satisfaire , & s'il falloit une discussion plus exacte & plus profonde , personne n'étoit plus propre que M. l'Abbé Gallois à y réussir en peu de temps , circonstance presque absolument nécessaire auprès de M. Colbert. Enfin ce Ministre , qui se connoissoit en Hommes , après avoir éprouvé long-temps & l'esprit & la littérature & les mœurs de M. l'Abbé Gallois , le prit chés lui en 1673 , & lui donna toujours une place & à sa Table , & dans son Carrosse. Cette faveur si particuliere étoit en même temps , & une récompense glorieuse de son sçavoir , & une occasion perpetuelle d'en faire un usage agreable , & une heureuse nécessité d'en acquérir encore tous les jours.

M. Colbert favorisoit les Lettres , porté non-seulement par son inclination naturelle , mais par une sage Politique. Il sçavoit que les Sciences & les Arts suffiroient seuls pour rendre un Regne glorieux , qu'ils étendent la langue d'une Nation peut-être plus que des Conquêtes , qu'ils lui donnent l'Empire de l'Esprit & de l'Industrie , également flateur & utile , qu'ils attirent chés elle une multitude d'Etrangers , qui l'enrichissent par leur curiosité , prennent ses inclinations , & s'attachent à ses interets. Pendant plusieurs Siècles , l'Université de Paris n'a pas moins contribué à la grandeur de la Capitale que le séjour des Rois. On doit à M. Colbert l'éclat où furent les Lettres , la naissance de cette Academie , de celle des Inscriptions , des Academies de Peinture , de Sculpture , & d'Architecture , les nouvelles faveurs que l'Academie Françoisé reçût du Roi , l'impression d'un grand nombre d'excellens Livres dont l'Imprimerie Royale fit les frais , l'augmentation presque immense de la Bibliothèque du Roi , ou plutôt du Trésor public des Sçavans , une infinité d'Ouvrages que les grands Auteurs ou les habiles Ouvriers n'accordent qu'aux caresses des Ministres & des Princes , un goût du Beau & de l'Exquis répandu par tout , & qui se fortifioit sans cesse. M. l'Abbé Gallois eut le sensible plaisir d'observer de près un semblable Ministère , d'être

à la source des desseins qui s'y prenoient , d'avoir part à leur execution, quelquefois même d'en inspirer, & de les voir suivis. Les Gens de Lettres avoient en lui auprès du Ministre un Agent toujours chargé de leurs affaires, sans que le plus souvent ils eussent eu seulement la peine de l'en charger. Si quelque Livre nouveau, ou quelque découverte, d'Auteurs même qu'il ne connût pas, paroissent au jour avec réputation, il avoit soin d'en instruire M. Colbert, & ordinairement la récompense n'étoit pas loin. Les liberalités du Roi s'étendoient jusque sur le Merite étranger, & alloient quelquefois chercher dans le fond du Nord un Sçavant surpris d'être connu.

En 1673 M. l'Abbé Gallois fut reçu dans l'Academie Françoisé. Quoique l'Eloquence ou la Poësie soient les principaux talens qu'elle demande, elle admet aussi l'Erudition qui n'est pas barbare, & peut-être ne lui manque-t-il que de se parer davantage de l'usage qu'elle en fait, & même du besoin qu'elle en a. M. l'Abbé Gallois quitta le Journal en 1674, & le remit en d'autres mains. Il étoit trop occupé auprès de M. Colbert, & d'ailleurs ce travail étoit trop assujettissant pour un Genie naturellement aussi libre que le sien. Il ne résistoit pas aux charmes d'une nouvelle lecture qui l'appelloit, d'une curiosité foudaine qui le saisissoit, & la regularité qu'exige un Journal leur étoit sacrifiée.

Les Lettres perdirent M. Colbert en 1683. M. l'Abbé Gallois avoit ajouté à la gloire de leur avoir fait beaucoup de bien, celle de n'avoir presque rien fait pour lui-même. Il n'avoit qu'une modique pension de l'Academie des Sciences, & une Abbaye si mediocre qu'il fut obligé de s'en défaire dans la suite. Feu M. le Marquis de Seignelai lui donna la place de Garde de la Bibliotheque du Roi dont il dispoit, mais la Bibliotheque étant sortie de ses mains, il récompensa M. l'Abbé Gallois par une place de Professeur en Grec au College Royal, & par une pension particuliere qu'il lui obtint du Roi sur les fonds de ce College, attachée à une espece d'inspection generale. M.

de Seignelai ne crut pas que son Pere se fût suffisamment acquité, & puisqu'on n'en sçauroit accuser le peu de goût de M. Colbert pour les Lettres, il en faut louer l'extrême moderation de M. l'Abbé Gallois.

Lorsque sous le Ministère de M. de Pontchartrain, aujourd'hui Chancelier de France, l'Academie des Sciences commença par les soins de M. l'Abbé Bignon à sortir d'une espece de langueur où elle étoit tombée, ce fut M. l'Abbé Gallois qui mit en ordre les Memoires qui parurent de cette Academie en 1692 & 93, & qui eut le soin d'en épurer le stile. Mais la grande variété de ses études interrompit quelquefois ce travail qui avoit des temps prescrits, & le fit enfin cesser. L'Academie ayant pris une nouvelle forme en 1699, il y remplit une place de Geometre, & entreprit de travailler sur la Geometrie des Anciens, & principalement sur le Recteile de Pappus, dont il vouloit imprimer le texte Grec qui ne l'a jamais été, & corriger la traduction Latine, fort défectueuse. Rien n'étoit plus convenable à ses inclinations, & à ses talens qu'un projet qui demandoit de l'amour pour l'Antiquité, une profonde intelligence du Grec, la connoissance des Mathematiques, & il est fâcheux pour les Lettres que ce n'ait été qu'un projet. Une des plus agréables Histoires, & sans doute la plus philosophique, est celle des progrès de l'Esprit humain.

Le même goût de l'Antiquité qui avoit porté M. l'Abbé Gallois à cette entreprise, ce goût si difficile à contenir dans de justes bornes, le rendit peu favorable à la Geometrie de l'Infini, embrassée par tous les Modernes. On ne peut même dissimuler, puisque nos Histoires l'ont dit, qu'il l'attaqua ouvertement. En general il n'étoit pas ami du Nouveau, & de plus, il s'élevoit par une espece d'Officisime contre tout ce qui étoit trop éclatant dans un Etat libre, tel que celui des Lettres. La Geometrie de l'Infini avoit ces deux défauts, sur tout le dernier, car au fond elle n'est pas tout à fait si nouvelle, & les partisans zelés de l'Antiquité, s'il en est encore à cet égard, trou-

veroient bien mieux leur compte à soutenir que les anciens Geometres en ont connu & mis en œuvre les premiers fondemens, qu'à la combattre, parcequ'elle leur étoit inconnue.

Comme toutes les objections faites contre les Infiniment petits avoient été suivies d'une solution démonstrative, M. l'Abbé Gallois commençoit à en proposer sous la forme d'Eclaircissemens qu'il demandoit, & peut-être les différentes ressources que l'esprit peut fournir n'auroient-elles pas été si-tôt épuisées, mais d'une santé parfaite & vigoureuse dont il jouissoit, il tomba tout d'un coup au commencement de cette année dans une maladie dont il mourut le 19 Avril.

Il étoit d'un temperament vif, agissant, & fort gai, l'esprit courageux, prompt à imaginer ce qui lui étoit nécessaire, fertile en expédiens, capable d'aller loir par des engagemens d'honneur. Il n'avoit d'autre occupation que les Livres, ni d'autre divertissement que d'en acheter. Il avoit mis ensemble plus de 12000 Volumes, & en augmentoit encore le nombre tous les jours. Si une aussi nombreuse Bibliotheque peut être nécessaire, elle l'étoit à un Homme d'une aussi vaste Litterature, & dont la curiosité se portoit à mille objets differens, & vouloit se contenter sur le champ. Ses mœurs, & sur tout son desintéressement, ont paru dans toute la conduite auprès de M. Colbert. La charité Chrétienne donnoit à son desintéressement naturel la dernière perfection; il ne s'étoit réservé sur l'Abbaye de S. Martin de Cores qu'il avoit possédée qu'une pension de 600 livres, & il les laissoit à son Successeur pour être distribuées aux Pauvres du Pais.

Sa place de Geometre Pensionnaire a été remplie par M. Saurin.

## E L O G E

D E M. D O D A R T.

**D**ENIS DODART, Conseiller-Medecin du Roi, & de S. A. S. Madame la Princesse de Conty la Douairiere, & de S. A. S. Monseigneur le Prince de Conty, Docteur Regent en la Faculté de Medecine de Paris, nâquit en 1634 de Jean Dodart, Bourgeois de Paris, & de Marie du Bois, fille d'un Avocat. Jean Dodart, quoique sans Lettres, avoit beaucoup d'esprit, &, ce qui est préférable, un bon esprit. Il s'étoit fait même un Cabinet de Livres, & sçavoit assés pour un homme qui ne pouvoit guere sçavoir. Marie du Bois étoit une femme aimable par un caractere fort doux, & par un cœur fort élevé au dessus de sa fortune. Nous ne faisons ici ce petit portrait du Pere & de la Mere, qu'à cause du rapport qu'il peut avoir à celui du Fils. Il est juste de leur tenir compte de la part qu'ils ont eue à son merite naturel, & d'en faire honneur à leur memoire.

Ils ne se contenterent pas de faire apprendre à leur fils le Latin & le Grec, ils y joignirent le Dessain, la Musique, les Instrumens, qui n'entrent que dans les éducations les plus somptueuses, & qu'on ne regarde que trop comme des superfluités agréables. Il réussit à tout de maniere à donner les plus grandes esperances, & il eut achevé ses études de si bonne heure, qu'il eut le temps de s'appliquer également au Droit & à la Medecine, pour se déterminer mieux sur la profession qu'il embrasseroit. Il est peut-être le seul qui ait voulu choisir avec tant de connoissance de cause; il est vrai qu'il satisfaisoit aussi son extrême avidité de sçavoir.

Il prit enfin parti pour la Medecine; son inclination

naturelle l'y portoit, mais ce qui le détermina le plus puissamment, c'est qu'il n'y vit aucun danger pour la justice, & une infinité d'occasions pour la charité; car il étoit touché dès-lors de ces mêmes sentimens de Religion, dans lesquels il a fini sa vie.

On imagine aisément avec quelle ardeur & quelle persévérance s'attache à une étude un homme d'esprit, dont elle est le plus grand plaisir, & un homme de bien, dont elle est devenue le devoir essentiel. Il se distingua fort sur les bancs des Ecoles de Medecine, & il nous en reste des témoignages authentiques, aussi-bien que du caractère dont il étoit dans sa plus grande jeunesse. Guy Patin parle ainsi dans sa 186<sup>me</sup> Lettre de l'Edition de 1692. *Ce jour-d'hui 5 Juillet (1660) nous avons fait la Licence de nos vieux Bacheliers, ils sont 7 en nombre, dont celui qui est le second, nommé Dodart, âgé de 25 ans, est un des plus sages & des plus sçavans hommes de ce Siècle. Ce jeune homme est un prodige de sagesse & de science, monstrum sine vitio, comme disoit Adr. Turnebus de Josepho Scaligero. Il dit ensuite dans sa Lettre 190. Notre Licentié qui est si sçavans, s'appelle Dodart. Il est fils d'un Bourgeois de Paris, fort honnête homme. C'est un grand garçon, fort sage, fort modeste, qui sçait Hipocrate, Galien, Aristote, Cicéron, Seneque, & Fernel par cœur. C'est un garçon incomparable, qui n'a pas encore 26 ans, car la Faculté lui fit grace au premier Examen de quelques mois qui lui manquoient pour son âge, sur la bonne opinion qu'on avoit de lui dès auparavant.* Toutes les circonstances du témoignage de M. Patin sont assés dignes d'attention. Il étoit Medecin, fort sçavant, passionné pour la gloire de la Medecine, il écrivoit à un de ses Amis avec une liberté non-seulement entiere, mais quelquefois excessive, les éloges ne sont pas fort communs dans ses Lettres, & ce qui y domine c'est une bile de Philosophe tres-indépendant, il n'avoit avec M. Dodart nulle liaison ni de parenté ni d'amitié, & n'y prenoit aucun interest, il n'a remarqué aucun autre des jeunes Etudians, enfin il ne se donne pas pour devot, & un air de devotion qui n'étoit pas un dé-



merite à ses yeux, devoit être bien sincere, & même bien aimable. Si l'amour propre étoit un peu plus délicat, on ne compteroit pour louanges que celles qui auroient de pareils assaisonnemens. M. Patin dans ses Lettres 107, 208, 219, continuë à rendre compte à son Ami de ce que fait M. Dodart. Tantôt il l'appelle *notre Licentié si sage & si sçavant*, tantôt *notre sçavant jeune Docteur*. Il ne le perdoit point de vûë, toujours poussé par une simple curiosité d'autant plus flateuse, qu'elle étoit indifferente.

Les suffrages naturellement les plus opposés se réunissoient sur M. Dodart. Le P. Deschamps d'une Societé fort peu aimée de M. Patin, ayant un jour entendu par hazard le jeune Docteur dans une leçon aux Ecoles de Medecine, fut si touché de sa belle Latinité, que sur le rapport qu'il en fit à M. le Comte de Brienne, alors Secrétaire d'Etat pour les affaires étrangères, ce Ministre commença à penser à lui, & s'en étant informé d'ailleurs, il eut une extrême envie de se l'attacher en qualité de son premier Commis. Les commencemens de ceux qui n'ont pour eux que leur merite sont assés obscurs, & assés lents, & l'établissement de M. Dodart étoit alors fort mediocre, cependant ni une fortune considerable qui venoit s'offrir d'elle-même, ni l'éclat séduisant d'un emploi de Cour, ne purent le faire renoncer à son premier choix. Sa fermeté étoit soutenue par des principes plus élevés qui lui persuadoient que le Ciel l'avoit placé où il étoit. M. de Brienne, pour l'engager insensiblement, exigea qu'il lui fît du moins quelques Lettres plus importantes, & plus secretes, il eut cette déference, mais il se défendit d'un piège que tout autre n'auroit pas attendu.

Sa constance pour sa profession fut récompensée. Il vint assés promptement à être connu, & M<sup>re</sup> la Duchesse de Longueville le prit pour son Medecin. Elle étoit alors dans cette grande pieté, où elle a fini ses jours, & l'on sçait que dans l'un & l'autre temps de sa vie elle a fait un cas infini de l'esprit, non-pas seulement de cet esprit qui rend un homme habile dans un certain genre, & qui y est attaché,

attaché, mais principalement de celui qu'on peut porter par tout avec soi. Elle y étoit trop accoutumée pour s'en pouvoir passer, & toute autre langue lui eût été trop étrangere. Un bon Medecin, mais qui n'eût eu, ni cette sorte d'esprit, ni beaucoup de pieté, n'eût été guere de son goût. Bien-tôt elle honora M. Dodart de sa confiance, j'entens de celle que l'on a pour un Ami. La grande inégalité des conditions ne lui en retrancha que le titre.

Feuë M<sup>re</sup> la Princesse de Conty Douairiere, Mere de M<sup>ss</sup> les Princes de Conty & de la Roche-sur-Yon, voulut partager M. Dodart avec M<sup>re</sup> de Longueville, & en lui donnant chés elle la même qualité, elle lui donna ce qui en étoit inséparable à son égard, la même confiance, & les mêmes agrémens. Mais ce qui est encore, à le bien considerer, plus glorieux pour lui que les bontés mêmes de ces deux grandes & vertueuses Princeses, il eut l'amitié de tous ceux qui étoient à elles. Il n'est pas besoin de connoître beaucoup les Maisons des Grands, pour sçavoir que d'y être bien avec tout le monde, c'est un chef-d'œuvre de conduite & de sagesse, & souvent d'autant plus difficile, que l'on a d'ailleurs de plus grandes qualités. Le grand secret pour y réussir, est celui qu'il pratiquoit, il obligeoit autant qu'il lui étoit possible, & ne ménageoit point sa faveur dans les affaires d'autrui. Avoir besoin de son credit, c'étoit être en droit de l'emploier. Heureusement pour un grand nombre de gens de merite, les deux postes qu'il occupoit le firent connoître de plusieurs autres personnes du premier rang, ou de la premiere dignité. J'oserai dire que malgré leur élévation ils avoient pour lui cette sorte de respect, qui n'a point été établi par les Hommes, & dont la Nature s'est réservé le droit de disposer en faveur de la Vertu.

Après la mort de M<sup>re</sup> la Princesse de Conty, il demeura attaché aux deux Princes ses Enfans, & après la mort de l'Aîné, à M<sup>re</sup> la Princesse de Conty sa Veuve, & à M<sup>re</sup> le Prince de Conty. Rien n'est au dessus du zele, de la fidelité, du desintéressement qu'il a apportés à leur service,

mais on ne peut dire si de pareils Maîtres n'ont pas encore rendu en lui ces qualités plus parfaites, qu'elles ne l'étoient naturellement. Il a eu le bonheur de réussir auprès de la Princesse dans des maladies dangereuses qu'elle a eues, & celui de plaire à M. le Prince de Conty par les charmes solides de sa conversation. On sçait combien ce grand Prince est un grand Homme, & un excellent Juge des Hommes.

En 1673 M. Dodart entra dans l'Academie des Sciences par le moien de M<sup>r</sup> Perraut. Ils avoient beaucoup de credit auprès de M. Colbert, & en faisoient un usage assés extraordinaire; ils s'en servoient à faire connoître au Ministre ceux qui avoient de grands talens aussi-bien qu'eux, & à leur attirer ses graces.

L'Academie avoit déjà entrepris l'Histoire des Plantes, Ouvrage d'une vaste étendue, & M. Dodart s'attacha à ce travail. Au bout de 3 ans, c'est à dire en 1676, il mit à la tête d'un Volume que l'Academie imprima sous le titre de *Memoires pour servir à l'Histoire des Plantes*, une Préface où il rendoit compte & du dessein & de ce qu'on en avoit executé jusque-là. Nous n'avons point de lui un si grand morceau imprimé, & par bonheur la matiere lui a donné lieu d'y peindre parfaitement son caractère. Il s'agissoit d'une longue recherche, & d'une subtile discussion, & il possédoit au souverain degré l'esprit de discussion & de recherche. Il sçavoit de quel côté, ou plutôt de combien de côtés differens il falloit porter sa vûe, & pointer, pour ainsi dire, la Lunette. Tout le monde ne sçait pas voir, on prend pour l'objet entier la premiere face que le hazard nous en a présentée, mais M. Dodart avoit la patience de chercher toutes les autres, & l'art de les découvrir, ou du moins la précaution de soupçonner celles qu'il ne découvroit pas encore. Ce ne sont pas seulement les grands objets qui en ont plusieurs, ce sont aussi les plus petits, & une grande attention est une espece de Microscope qui les grossit. Il est vrai que cette attention scrupuleuse, qui ne croit jamais avoir assés bien vû, que

ce soin de tourner un objet de tous les sens, en un mot que l'esprit de discussion est assés contraire à celui de décision, mais l'Academie doit plus examiner que décider, suivre attentivement la Nature par des observations exactes, & non-pas la prévenir par des jugemens précipités. Rien ne sied mieux à nôtre Raison que des conclusions un peu timides, & même quand elle a le droit de décider, elle feroit bien d'en relâcher quelque chose. On peut prendre la Préface que nous venons de citer pour un modele d'une Theorie embrassée dans toute son étendue, suivie jusque dans ses moindres dépendances, très-finement discutée, & assaisonnée de la plus aimable modestie.

Il n'étoit pas possible que M. Dodart ne portât dans l'exercice de sa profession ce même esprit, fortifié encore par son extrême délicatesse de conscience. Un Malade n'avoit à craindre ni son inapplication, ni même une application legere & superficielle, mais seulement, car il faut tout dire, sa trop grande application, qui pouvoit le rendre irrésolu sur le choix d'un parti. La pratique n'admet pas toujours les sages lenteurs de la speculation, & quelquefois la Raison elle-même ordonne qu'on agisse sans l'attendre.

L'Histoire des Plantes étoit le principal travail de M. Dodart dans l'Academie, mais non-pas le seul. Il s'attacha beaucoup à étudier la Transpiration insensible du Corps humain. Tous les Physiciens & les Medecins en avoient toujours eu une idée, mais si generale & si vague, que tout ce qu'ils en sçavoient proprement étoit qu'il y a une Transpiration. L'illustre Sanctorius, Medecin de Padouë, est le premier qui ait sçu la réduire au calcul par des experiences, & en comparer la quantité à celle des déjections grossieres. Elle va beaucoup au-delà de ce qu'on eût jamais imaginé, il peut sortir du Corps en un jour, selon Sanctorius, 7 ou 8 liv. de matiere par la Transpiration, & comme il n'est pas possible qu'une si abondante évacuation ne soit fort importante, plusieurs habi-

les Medecins la regardent comme un des principaux fondemens, & de leur Theorie & de leur Pratique. Mais parceque Sanctorius a eu le premier de si belles vûes, il ne les a pas poussées à leur perfection. Par exemple, quoiqu'il ait conçu en general que la Transpiration devoit être différente selon les âges, il ne paroît avoir eu égard à cette difference, ni dans ses observations, ni dans les consequences qu'il en tire, & M. Dodart s'assura par des experiences continuées durant 33 ans que l'on transpire beaucoup plus dans la jeunesse; en effet il est fort naturel, & que la chaleur du sang, plus foible à mesure que l'on vieillit, pousse au dehors moins de particules subtiles, & qu'en même temps les pores de la peau se resserrent. M. Dodart étoit particulièrement propre à faire ces sortes d'experiences, parcequ'il faut les faire sur soi-même, & mener une vie égale & uniforme, tant d'un jour à l'autre, que dans les différens âges; autrement on ne pourroit comparer sans beaucoup d'erreur ou d'incertitude les Transpirations de différens temps. Une alternative irréguliere d'intemperance & de sobriété brouilleroit tout.

Il fit sur ce même sujet une autre experience, pour laquelle l'uniformité de vie n'eût pas été suffisante, il falloit encore, ce qui semblera peut-être surprenant, une grande piété. Il trouva le premier jour de Carême 1677 qu'il pesoit 116 liv. 1 once. Il fit ensuite le Carême comme il a été fait dans l'Eglise jusqu'au 12<sup>me</sup> Siècle, il ne beuvoit ni ne mangeoit que sur les 6 ou 7 heures du soir, il vivoit de Legumes la plupart du temps, & sur la fin du Carême de pain & d'eau. Le Samedi de Pâques il ne pesoit plus que 107 liv. 12 onc. c'est à dire que par une vie si austere il avoit perdu en 46 jours 8 liv. 5 onc. qui faisoient la 14<sup>me</sup> partie de sa substance. Il reprit sa vie ordinaire, & au bout de 4 jours il avoit regagné 4 liv. ce qui marque qu'en 8 ou 9 jours il auroit repris son premier poids, & qu'on répare facilement ce que le jeûne a dissipé. En donnant cette experience à l'Academie, il prit toutes les précautions possibles pour se cacher, mais il fut découvert. Il est

assés rare, non qu'un Philosophe soit un bon Chrétien, mais que la même action soit une observation curieuse de Philosophie, & une austerité Chrétienne, & serve en même temps pour l'Academie & pour le Ciel.

Il avoit fait de pareilles observations sur la saignée, que 16 onces de sang, par exemple, se réparaient en moins de 5 jours dans un sujet qui n'étoit nullement affoibli; il reste à sçavoir en combien de temps se feroit cette réparation dans un Malade, & il est clair que de pareils principes décideroient la grande question de l'utilité ou du danger de la saignée, & regleroient les ménagemens qu'il y faut apporter. Mais il s'en falloit bien que M. Dodart lui-même, malgré le long-temps qu'il avoit donné à ces sortes d'experiences, en eût encore fait assés. Il paroît par ce que j'en ai pu recueillir qu'ordinairement le fort de la Transpiration est dans les premieres heures qui suivent un bon repas, quoique Sanctorius le mette à peu près vers le milieu de l'intervalle de deux repas. Toute cette matiere est encore pleine d'incertitude, & si l'on pese bien la difficulté de rassembler autant de faits qu'il en faudroit selon les differens âges, les temperamens, les climats, les saisons, &c. elle est si grande, que c'est presque un sujet de desespoir pour les Physiciens.

M. Dodart avoit eu la pensée de faire une Histoire de la Medecine. M. le Clerc Medecin de Geneve, frere de l'illustre M. le Clerc de Hollande, a dignement exécuté ce grand dessein, & il dit dans sa Préface qu'il avoit appris qu'il s'étoit rencontré dans cette entreprise avec le sçavant M. Dodart. On a trouvé dans ses papiers plusieurs Memoires qui y avoient rapport, par exemple, sur la Diète des Anciens, sur leur Boisson & leur Ptisane. Les recherches de la Transpiration y devoient entrer aussi.

Il pensoit encore à une Histoire de la Musique ancienne & moderne, & ce qui a paru de lui dans les Memoires de cette Academie sur la formation de la Voix, en étoit un Préliminaire. C'est peut-être affliger le Public que de lui annoncer ces differens Projets, demeurés sans execu-

tion entre des mains si sçavantes, mais il n'y a point d'habile homme qui ne lui ait donné les mêmes sujets de déplaisir ; le genie & le sçavoir fournissent plus de desseins, & inspirent même un courage plus entreprenant, que ne comporte à la rigueur la condition humaine, & peut-être ne feroit-on pas tout ce qu'on peut, sans l'esperance de faire plus qu'on ne pourra.

Toutes ces entreprises commencées, & qui ne prenoient rien sur les devoirs, marquent assés combien M. Dodart étoit laborieux. Ses plaisirs & ses amusemens étoient des travaux moins penibles, tels que de simples lectures, mais toujourns instructives & solides. Il lisoit beaucoup sur les matieres de Religion, car sa pieté étoit éclairée, & il accompagnoit de toutes les lumieres de la Raison la respectable obscurité de la Foi.

Il étoit le Medecin d'un aussi grand nombre de Pauvres, & peut-être même d'un plus grand nombre qu'il ne le pouvoit être de la maniere dont il l'étoit. Il ne les guerissoit pas seulement, il les nourrissoit ; aussi avoit-il été obligé d'associer à ses entreprises de charité plusieurs personnes de consideration, & d'aller mandier lui-même du secours pour être plus état d'en donner.

Agé de prés de 73 ans, après de longues douleurs de Nephretique dont on ne s'appercevoit presque point, il crut avoir la Pierre, & se résolut sans peine à l'operation. M<sup>re</sup> la Princesse de Conty fit tout ce qu'il eût fallu faire pour calmer l'esprit le plus agité & le plus inquiet, & le fit avec d'autant plus de generosité que les dispositions du Malade l'y obligeoient moins. Elle l'assura que M. Dodart son fils rempliroit sa place auprès d'elle, & qu'elle donneroit à M<sup>lle</sup> Dodart sa fille une pension qui suppleroit à la modicité du bien qu'il lui laissoit. Il n'avoit que ces deux Enfans tous deux d'un premier lit.

On reconnut ensuite qu'il n'avoit point la Pierre. Il étoit destiné à perdre la vie de la maniere du monde la plus heureuse, par une action de charité. Un jour il s'exceda de fatigue pour des Pauvres qu'il traitoit, prit

beaucoup de froid, & revint chés lui à jeun à 5 heures du soir. La fièvre qui se déclara aussi-tôt, & une fluxion de poitrine l'emportèrent en 10 jours. Il mourut le 5 Novembre 1707, 7 jours avant nôtre Assemblée publique de la S. Martin, circonstance favorable à l'honneur de sa memoire, car comme je ne me sentis pas capable de faire son Eloge en si peu de temps, M. l'Abbé Bignon le fit presque sans préparation, tel que son cœur le lui dicta, & M. Dodart est jusqu'ici le seul qui ait eu cet avantage.

Tant que sa maladie dura, M<sup>e</sup> la Princesse de Conty envoyoit à chaque moment sçavoir de ses nouvelles, dès qu'il fut mort, elle executa tout ce qu'elle avoit promis. On pourroit croire que tout cela n'est parti que de la bonté generale de cette Princesse, ou d'une certaine generosité indifferente, mais des larmes ne peuvent venir que du fond du cœur, quand aucune bien-séance ne les demande, & qu'au contraire l'extrême inégalité des personnes semble s'y opposer. A l'éloquence naturelle qu'elles ont pour faire un Eloge, se joint le prix que leur donnent les yeux qui les ont versées.

M. Dodart étoit né d'un caractère sérieux, & l'attention Chrétienne avec laquelle il veilloit perpetuellement sur lui-même n'étoit pas propre à l'en faire sortir, mais ce sérieux, loin d'avoir rien d'austere ni de sombre, laissoit paroître assés à découvert un fond de cette joie sage & durable, qui est le fruit d'une raison épurée, & d'une conscience tranquille. Cette disposition ne produit pas les emportemens de la gaieté, mais une douceur égale, qui cependant peut devenir gaieté pour quelques momens, & par une espece de surprise, & de tout cela ensemble se forme un air de dignité qui n'appartient qu'à la vertu, & que les dignités même ne donnent point. Encore une chose, qui, quoiqu'infiniment moins considerable, sied bien, & que M. Dodart avoit parfaitement, c'est la noblesse de l'expression. Outre qu'elle tient je ne sçai quoi de celle des mœurs, elle fait foi que l'on a vécu dans un monde choisi, car ce n'est que là qu'elle se prend, ou



se perfectionne. Il avoit de plus une grande facilité naturelle de parler, à laquelle il joignoit le rare merite de n'en abuser jamais, & il s'étoit fait un stile, qui sans être affecté, n'étoit cependant qu'à lui.

Il possédoit souverainement les qualités d'Academicien, c'est à dire d'un Homme d'esprit, qui doit vivre avec ses pareils, profiter de leurs lumieres, & leur communiquer les siennes. On n'aime pas tant en ce genre à recevoir qu'à donner, quoiqu'il soit plus difficile de donner comme il faut, que de recevoir. Si l'on a de la peine à faire le personnage d'inférieur, quand on reçoit, on en a encore plus à ne pas faire celui de supérieur, quand on donne. M. Dodart entendoit parfaitement tous les deux, il proposoit ses vûes avec une modestie qui faisoit presque en leur faveur l'effet d'une nouvelle preuve, & il entroit dans ce qui étoit proposé par les autres, comme s'il n'eût sçu que ce qu'il apprenoit d'eux en ce moment. Il aimoit à emprunter & à faire valoir leurs idées, & il auroit plutôt affecté que manqué l'occasion de leur en rendre une espece d'hommage. Il seroit inutile de faire une plus longue peinture de ses mœurs, tout partoît d'un seul principe, un cœur naturellement droit & noble avoit été continuellement cultivé par la Religion.

Sa place de Botaniste Pensionnaire a d'abord été remplie par M. Burler, auparavant son Eleve, mais parceque M. Burler étoit premier Medecin du Roi d'Espagne, il a été déclaré Veteran, & la place de Pensionnaire a été donnée à M. Morin, Medecin de l'Hôtel-Dieu, qui étoit Associé Botaniste.

*F I N.*

MEMOIRES

# MEMOIRES

DE

## MATHEMATIQUE

ET

### DE PHYSIQUE.

#### TIREZ DES REGISTRES

*de l'Academie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCVII. •

---

### OBSERVATIONS

*De la quantité de pluie qui est tombée à l'Observatoire pendant  
l'année 1706, & sur le Thermometre & le Barometre.*

PAR M. DE LA HIRE.

LES Observations que je fais depuis long-  
tems de la quantité d'eau qui tombe sur <sup>1707.</sup> la terre pendant chaque année, & dont <sup>8. Janvier.</sup>  
je donne le résultat dans les Memoires de  
l'Academie au commencement de l'an-  
née suivante, ont excité plusieurs Curieux  
en differens endroits du Royaume à faire la même chose  
dans les lieux où ils sont. On a déjà donné quelques-unes

1707.

A

## 2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

de ces Observations dans nos Memoires, & on les a comparées à celles de Paris; mais la plus considerable est celle que M. le Maréchal de Vauban a fait faire à l'Isle en Flandres pendant 10 années de suite, & que j'ay rapportée il y a quelque tems, d'où j'ay conclu qu'il pleuvoit un peu plus en Flandres qu'à Paris.

Voici la continuation de ces Observations, lesquelles ont été faites ici pendant l'année précédente dans toutes les mêmes circonstances, & de la même maniere que celles des années passées. La hauteur de l'eau qui est tombée à l'Observatoire a été en

Janvier.	8 <sup>lig.</sup> $\frac{1}{4}$	May.	23 <sup>lig.</sup> $\frac{1}{2}$	Septembre.	18 <sup>lig.</sup> $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
Fevrier.	15 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$	Juin.	21 $\frac{1}{2}$	Octobre.	19 $\frac{1}{4}$
Mars.	3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	Juillet.	13	Novembre.	17
Avril.	7 $\frac{1}{2}$	Aoult.	5 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	Decembre.	30 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

Somme de l'eau de toute l'année 183<sup>lig.</sup>  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{8}$ , ou bien 15 pouces 3 lignes  $\frac{1}{2}$ .

Cette année a été fort sèche, si l'on considère en general la quantité d'eau qui est tombée, laquelle est ordinairement de 19 à 20 pouces: mais on la doit regarder comme une des plus humides, si l'on fait attention que les plus grandes pluies arrivent ordinairement aux mois de Juillet & d'Aoult avec des orages, & que cette année il n'a plu dans ces deux mois ensemble qu'un peu plus de 18 lignes.

Ces années sèches en esté sont toujours fort avantageuses pour les blés dans ces païs-ci, dont la plûpart des terres sont humides & fraîches; & alors il n'y croît point de méchantes herbes, & ils ne versent point.

Pour ce qui est de la chaleur, je la mesure avec le Thermometre qu'on appelle de Florence, lequel est posé dans un lieu à l'air, mais fort à l'abri du Soleil. Il est au 48° de degré de sa division dans le fond des Caves de l'Observatoire, où je suppose que l'air est dans un état moyen de chaleur, & il commence à geler quand la liqueur descend dans le tuyau au 32° de degré. Le plus bas où le Thermometre soit descendu au commencement de cette année a été

à 20 degrés  $\frac{1}{2}$  le 21 Janvier ; mais il est presque aussi tôt remonté vers le 30<sup>e</sup> degré, & la gelée n'a été que peu considérable & de peu de durée ; & dans les huit premiers jours de Février, où sont ordinairement les plus grands froids, le Thermometre s'est toujours soutenu vers le 30<sup>e</sup> degré. Le 9 de ce même mois il étoit à 45 degrés, qui est presque l'état moyen : le reste du mois il a toujours été vers le 30<sup>e</sup> degré, ce qui marque une foible gelée. Pour le froid de la fin de cette année, il n'a pas été considérable, puisqu'il n'a gelé que le 21 Decembre, le Thermometre étant descendu à 28  $\frac{1}{2}$ . Il n'est tombé que peu de neige le 4 Février.

Si le froid n'a pas été grand, & que de peu de durée, au contraire la chaleur a été tres-considérable & a duré long-tems, puisque le Thermometre s'est presque toujours soutenu vers le 60<sup>e</sup> degré dans les trois mois de Juin, Juillet & Aoust. Le jour le plus chaud a été le 8 Aoust, où le Thermometre étoit à 68 degrés vers le lever du Soleil, qui étoit l'heure où je l'observe toujours, & où l'air est le plus froid de la journée. Ce même jour à 2<sup>h</sup> après midy, qui est l'heure où l'air est le plus échauffé, le Thermometre étoit monté à près de 82 degrés, d'où l'on connoît que la chaleur étoit tres-grande, puisque le Thermometre étoit monté de 34 degrés au-dessus de l'état moyen ; & s'il descendoit autant au-dessous en hyver, il viendrait à 14 degrés, ce qui marque ordinairement les plus grands froids que nous ressentions dans ce pays-ci.

Dans ces sortes d'Observations on doit avoir égard au vent qui cause en partie la chaleur & le froid, c'est-pourquoi j'y donne aussi beaucoup d'attention. Dans le mois de Janvier le vent a toujours été vers l'Est, tirant tantôt au Sud, & tantôt au Nord. Au commencement de Février il étoit vers l'Oüest, & dans la fin du mois vers le Nord. En Mars il a été assez variable, & principalement à l'Oüest & peu à l'Est en passant par le Nord. En Avril au commencement vers le Nord-Est, & à la fin à l'Oüest. En May le vent d'Oüest a dominé. En Juin le vent étoit

#### 4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

presque toujours vers le Sud & l'Oüest. En Juillet au commencement & à la fin vers l'Oüest, & au milieu vers le Nord. En Aoust il a été presque toujours à l'Oüest, en tirant un peu au Nord, & fort souvent au Sud, ce qui a beaucoup contribué aux grandes chaleurs. En Septembre presque toujours au Sud-Oüest. Au commencement d'Octobre aussi au Sud-Oüest, & à la fin vers le Sud-Est. En Novembre le vent a presque toujours été au Sud & un peu aux environs, mais principalement vers l'Oüest. En Decembre presque toujours au Sud & au Sud-Oüest.

Le vent dominant de cette année a été le Sud-Oüest, comme il l'est ordinairement dans ces pais-ci à cause de la proximité de la mer, mais ce vent de Sud-Oüest a toujours été tres-violent.

Il a fait quelques orages pendant l'esté, mais le plus considerable est arrivé le 27 Juillet au matin avec un tonnerre qui a fait beaucoup de desordre en plusieurs endroits.

Le Barometre qui me sert à marquer la pesanteur de l'air est toujours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire. Le 10 Mars le mercure y étoit élevé à 28 pouces 1 ligne  $\frac{1}{2}$ , & le 22 Decembre il y étoit descendu à 26 pouces 9 lignes : la difference entre ces deux hauteurs a donc été de 1 ponce 4 lignes  $\frac{1}{2}$ , ce qui est à peu près comme l'ordinaire ; mais il descend rarement aussi bas à moins que d'un tres-grand vent & qui dure long-tems vers le Sud comme il étoit alors. J'ay remarqué fort souvent que le mercure étoit fort élevé, quoique le vent fût vers le Sud, ce qui est contre la regle ordinaire.

Le tuyau du Barometre dont je me sers toujours est fort délié & fort long, & je soupçonne qu'il y ait un peu d'air que je n'ay pû ôter ; car j'en ay un autre dont le tuyau est de grosseur mediocre, où le mercure se soutient toujours plus de 3 lignes plus haut. On voit de la lumiere dans le vuide de ces Barometres quand on y agite le mercure, & l'un de ceux-ci est celui où M. Picard de l'Academie remarqua le premier & pour la premiere fois de la lumiere

dans le vuide des Barometres. Nous avons encore d'autres Barometres, construits d'une manière différente de l'ordinaire, & même où l'on a laissé entrer de l'air, qui font aussi de la lumiere.

J'ay encore observé le 31 Decembre de cette année 1706 la declinaison de l'aiguille aimantée de 9 degrés 48 minutes vers l'Oüest avec la même aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ay accoustumé de l'observer tous les ans, comme je l'ay marqué dans les années précédentes.

## EXPERIENCES NOUVELLES

### SUR LES HUILES,

*Et sur quelques autres matieres où l'on ne s'étoit point encore avisé de chercher du fer.*

PAR M. LEMERY le fils.

**J**E lus le 13 Novembre 1706 un Memoire dans lequel je tâche de prouver par des raisons fondées sur plusieurs experiences, qu'il est tres vrai-semblable que le fer monte & s'insinuë dans le tissu des Plantes pendant qu'elles sont sur la terre, & qu'ainsi il y a tout lieu de croire que le fer qui se trouve dans leurs cendres n'est point un ouvrage du feu, mais qu'il existoit réellement dans la Plante avant qu'elle eût été brûlée. On me fit l'honneur de me proposer une objection, à laquelle j'aurois répondu dans le Memoire même, si la réponse n'eût été un peu longue par le détail d'experiences qu'elle demandoit. Voici cette réponse ensuite de l'objection telle qu'elle m'a été proposée.

*Objection.* M. Geoffroy a trouvé le secret de faire du fer artificiel, non-seulement avec l'huile de lin & l'argille, mais encore avec les huiles de vitriol & de terebentine

1707.  
8. Janvier.  
Pag. 285.  
& 286. des  
Memoires de  
1704.

mêlées ensemble, & poussées par un grand feu ; & ainsi, dit-on, le fer qui se trouve dans les cendres d'une Plante, s'est aussi formé des principes mêmes de cette Plante pendant la calcination.

Avant que de répondre à cette objection, je suis bien-aîsé de marquer publiquement le cas singulier que je fais des experiences de M. Geoffroy en general, & en particulier de celles qu'il nous a données sur le fer. Ces dernières ont fourni des vûes nouvelles pour faire quantité d'autres experiences auxquelles on n'auroit peut-être jamais pensé sans cela ; & quoique nous pensions bien différemment l'un & l'autre sur le fer qu'on retire du mélange des matieres dont il a été parlé, cependant j'ose dire que je lui dois en quelque sorte le sentiment où je suis sur ce sujet, puisque je ne m'y suis particulièrement attaché qu'après quelques experiences nouvelles que je n'aurois jamais faites ni même imaginées, si je n'y avois été conduit par ses propres experiences. Au reste comme ce n'est point l'envie de le critiquer, mais seulement d'éclaircir la vérité qui me fait prendre la liberté de proposer mes conjectures, j'espère que s'il n'approuve pas mes raisons, du moins approuvera-t-il le motif qui me fait agir.

*Réponse.* Je réponds donc que les matieres dont M. Geoffroy se sert, & qu'il mêle ensemble pour la production de son fer artificiel, sont toutes soupçonnées, & à juste titre de contenir réellement du fer.

Je ne dis encore que soupçonnées, quoique je pusse dire beaucoup plus, comme on le verra par la suite : mais enfin quand il n'y auroit qu'un simple soupçon à ce que j'avance, pourvû qu'il fût bien fondé, puisqu'avec ce soupçon on auroit tout lieu de douter que M. Geoffroy eût jamais fait un seul grain de fer ; on ne seroit pas en droit de se servir de ses experiences pour prouver que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes s'y est formé de la même maniere pendant le tems de la calcination, & cela d'autant moins que j'explique assez naturellement dans le Memoire du 13 Novembre 1706, de quelle maniere le fer

peut monter & s'insinuer dans tous les tuyaux d'une Plante. Je viens presentement au détail de chacune des matieres que M. Geoffroy a employées.

Et pour commencer par l'argille, pour peu qu'elle ait été desséchée, on y trouve du fer, & j'en ay effectivement trouvé : mais pour en avoir davantage, j'ay mis une certaine quantité d'argille dans un creuset, j'ay poussé la matiere par un bon feu pour en enlever l'humidité, & quand cette matiere a été bien desséchée & réduite en poudre, j'y ay passé mon couteau aimanté qui en a enlevé avec la dernière facilité plusieurs grains. Preuve évidente que ce n'est point le mélange de l'huile de lin & de l'argille qui produit le fer, l'huile de lin par le principe du soufre qu'elle contient, & l'argille par son acide vitriolique, comme le prétend M. Geoffroy : mais bien plutôt que ce metal se trouve naturellement dans l'argille, comme dans toute autre sorte de terre.

A l'égard de l'huile de vitriol que M. Geoffroy mêle avec l'huile de terebentine, comme elle vient d'un mixte dont la base principale est du fer, & qu'elle en vient par une dernière violence de feu, je me suis imaginé qu'elle pourroit bien avoir enlevé avec elle quelques particules de fer, & pour éclaircir cette conjecture, j'ay fait les deux experiences suivantes.

J'avois de l'huile de vitriol d'une couleur tres-foncée, & qui étoit depuis long-tems dans une grosse bouteille de verre ; j'ay pris le fond de la liqueur qui étoit beaucoup plus épais & plus foncé que le reste ; je l'ay fait évaporer au feu de sable, il m'est resté une matiere fort noire & fort grasse au toucher, d'un goût tres-acide & piquant : j'ay mis cette matiere dans un creuset, & je l'ay poussée par un bon feu ; elle a perdu sa couleur noire, sa consistance grasseuse & son goût acide, & elle est devenue presque semblable par sa couleur à de la rouillure de fer ; j'y ay passé mon couteau aimanté qui en a attiré quelques grains.

Je ne me suis pas contenté de cette experience ; j'ay pris d'une autre huile de vitriol moins foncée en couleur que



la précédente, & j'ay choisi le dessus de la liqueur, & non pas le fond; j'ay mis cette liqueur dans une cucurbite de verre, j'y ay adapté un chapiteau & un recipient, la liqueur est montée plus claire qu'elle n'étoit auparavant, mais moins claire que l'esprit de vitriol ordinaire; j'ay trouvé au fond de la cucurbite une matiere grise, d'un goût acide, & qui s'humectoit aisément à l'air; je l'ay poussée dans un creuset par un bon feu, & elle est devenue d'un jaune moins fort que celle de la précédente operation. Il y avoit encore dans cette matiere quelques grains qui ont été enlevés par mon coûteau aimanté, mais ces grains étoient moins abondants & plus fins que ceux de l'autre matiere: cependant en les examinant avec attention, on les voyoit distinctement attachez au coûteau; on les y voyoit sauter quand on les separoit du coûteau, & qu'on le representoit de nouveau à ces grains; enfin il ne m'est resté aucun lieu de douter que ce ne fût de veritables grains ferrugineux.

J'ay voulu ensuite essayer si l'on ne pourroit point retirer du fer non-seulement de l'huile de lin que M. Geoffroy mêle avec l'argille pour la fabrique de son fer artificiel, mais encore de l'huile de terebentine qu'il mêle avec l'huile de vitriol pour la composition du même metal, comme il a déjà été dit, & enfin de plusieurs autres huiles qu'il n'a point employées; j'ay mis pour cela dans une cucurbite de verre de l'huile de lin, de l'eau commune distillée & du sel de tartre, sur lequel j'avois passé auparavant mon coûteau aimanté pour m'assurer s'il n'y avoit point quelques grains de fer, & je n'y en ay point remarqué. Ce mélange a produit une espece de savon; je l'ay poussé par un feu de sable, la partie aqueuse a monté d'abord, ensuite la partie huileuse, mais avec peine, & elle étoit fort épaisse & rousse dans les commencemens, & noire sur la fin. Quand l'operation a été achevée, j'ay trouvé dans la cucurbite une masse noire, friable & cassante, sur laquelle j'ay versé de l'eau chaude pour dissoudre le sel de tartre qui en faisoit partie, la liqueur s'est effectivement

effectivement chargée du sel de tartre, & en même tems d'une huile noire que ce sel avoit dissout. J'ay réitéré les lotions jusqu'à ce que l'eau ne prît plus de teinture, & qu'elle n'eût plus de goût. J'ay mis dans un creuset la matiere restante qui étoit presque tout à fait terreuse; j'en ay enlevé par le feu ce qui pouvoit y être resté d'huile & d'humidité aqueuse, & quand elle a été refroidie, j'y ay passé mon couteau aimanté qui en a attiré plusieurs grains.

Cette experience finie, il m'est venu un scrupule sur le fer qui s'étoit trouvé dans la partie terreuse de l'huile de lin. J'ay craint que le mélange du sel de tartre avec cette huile n'eût formé le fer, ou à parler plus sincerement, j'ay craint qu'on ne me fît cette objection. Cependant ce sel est un sel alkali, & M. Geoffroy prétend p. 284 & 285 des Mem. de 1704, qu'il faut pour la formation du fer un acide, & même un acide vitriolique. J'ay donc pris une autre voie pour éclaircir ce doute, & pour éviter les difficultés qu'on pourroit me faire au sujet du sel de tartre.

J'ay mis dans une cucurbite de verre égales parties d'huile de lin & d'eau commune distillée, & après avoir adapté un chapiteau & un recipient, j'ay poussé la liqueur de la même maniere que dans la précédente operation: la partie aqueuse est montée d'abord, ensuite la partie huileuse, peu differente par sa couleur de ce qu'elle étoit auparavant, mais d'une consistance plus épaisse; il est resté au fond de la cucurbite une matiere tres-visqueuse & tres-tenace; j'ay mis cette matiere dans un creuset neuf sur le feu, elle s'y est enflammée, & quand tout ce qu'il y avoit d'inflammable a été enlevé, j'ay retiré la matiere terreuse qui étoit restée au fond du creuset, j'y ay passé mon couteau aimanté qui en a enlevé une quantité tres-considerable de grains ferrugineux.

J'ay fait les mêmes experiences sur les huiles de terebentine, d'amandes douces & d'olives, & j'ay toujours trouvé des grains ferrugineux dans leur partie terreuse.

On voit par toutes les experiences qui viennent d'être

rapportées, que chacune des matieres dont s'est servi M. Geoffroy, prises séparément, & analysées de la maniere du monde la plus simple, donnent du fer, & qu'ainsi ce n'est point le mélange de l'huile de lin avec l'argille, & de l'huile de terebentine avec un acide vitriolique qui produit du fer, comme le prétend M. Geoffroy. On voit aussi ce que j'avois déjà avancé, que toutes les matieres dont il a été parlé sont tout au moins soupçonnées de contenir réellement du fer; il y a donc tout lieu de douter que M. Geoffroy ait fait du fer, & par conséquent on ne peut pas conclure de ses experiences que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, soit aussi un metal nouvellement formé.

Mais enfin supposons pour un moment que M. Geoffroy ait effectivement trouvé le secret de faire du fer artificiel en mêlant ensemble les matieres dont il a été parlé, & en les poussant par un grand feu; s'ensuit-il delà que toutes les matieres dont on tirera du fer par la calcination, n'en contenoient point auparavant, & que le fer s'y fera toujours formé des principes mêmes du mixte unis ensemble d'une certaine maniere par l'action du feu? Il faudroit donc dire aussi que le fer qu'on retire du vitriol, du soufre commun, & de plusieurs autres mixtes, a été produit pendant que le feu a agi sur ces corps, ce qui seroit tres-faux, puisqu'on sçait qu'ils contiennent réellement du fer. Or comment prouvera-t-on que le fer qui se trouve dans les cendres des Plantes, étoit moins réellement existant dans les Plantes que le fer qu'on retire par l'analyse du vitriol, ne l'étoit dans le vitriol même? Car l'un & l'autre fer se tirent de la même maniere de ces deux matieres, c'est à dire par la voie de l'analyse, qui ne me paroît pas produire autre chose dans l'un & dans l'autre cas, que de dégager & de desunir les parties les unes des autres: celles qui sont volatiles s'élèvent, & l'Artiste ne peut pas dire qu'il les ait faites: celles qui sont fixes restent au fond du vaisseau, & je ne crois pas qu'il ait un plus grand droit d'affirmer qu'elles soient son ouvrage. J'ajoute une refle-

xion : Si l'on n'avoit pas une connoissance aussi exacte du vitriol que l'on en a , & si on n'en avoit jamais fait , celui qui l'analyfant y trouveroit du fer , auroit autant de fondement d'avancer que ce fer est nouvellement formé , que le fer des cendres des Plantes ; cependant il se tromperoit , & il ne reconnoîtroit son erreur qu'en recomposant ce mineral , & en voyant de ses propres yeux que le fer en fait une partie principale. Malheureusement il n'est pas aussi aisé de faire une Plante que du vitriol , & ainsi la voie de la composition ne peut servir dans les Plantes , comme elle sert dans le vitriol à faire connoître si effectivement le fer y est entré , & s'il y est réellement existant : mais le raisonnement nous prouve qu'il y a tout lieu de le croire , comme je l'ay prouvé dans le Memoire du 13 Novembre 1706. D'ailleurs , s'il m'est permis de dire le sentiment , ou peut-être le préjugé où je suis sur la formation des metaux , quelle apparence y a-t-il qu'il se forme du fer par la simple analyse d'une Plante ? Ce seroit certainement une double merveille que de faire du metal , & de le faire par un chemin aussi prompt & aussi aisé : mais cette voie n'est-elle pas bien facile pour n'être pas un peu suspecte ? & croit-on qu'il n'en coûte pas davantage à la nature pour la production de ce metal dans les entrailles de la terre ? Car enfin le metal étant en general une matiere dont les parties essentielles sont dans une liaison plus étroite que celle des autres corps , il semble qu'elle demande pour sa formation une forte digestion , & par consequent une longue suite de tems. J'avoüeray , si l'on veut , que le fer en demande moins que les autres metaux : mais je ne puis concevoir qu'il ne faille pour former du fer que le tems de brûler une Plante ; & dès que je conçois aisément comment le fer peut monter dans la Plante , je trouve plus vrai semblable de l'y croire actuellement existant , que de supposer qu'il se fasse en si peu de tems.

# I N C O M P A T I B I L I T É

## G E O M É T R I Q U E

*De l'hypothèse du Tournoyement de la Terre sur son  
centre, avec celle de Galilée touchant  
la pesanteur.*

PAR M. VARIGNON.

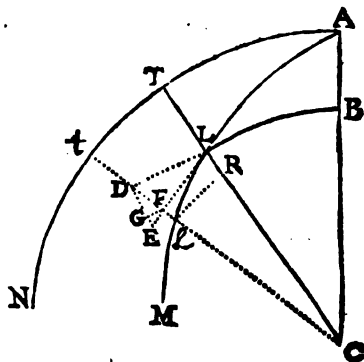
1707.  
29. Janvier.

**L**E Pere *Riccioli* Jesuite dans son *Almageste* Tom. 1. Liv. 9. a fait plusieurs Argumens tirés de la chute des corps, pour prouver l'immobilité de la Terre : il paroît par les transactions Philosophiques d'Angleterre du mois de Juin 1668. que le Pere *de Angelis* Jesuite y a répondu. Je n'entreprends point ici d'examiner leurs raisons ; mais seulement d'en rapporter une qui me vint il y a quelque tems en pensée en conséquence de ce que j'ay donné jusqu'ici des Forces centrales, laquelle me paroît démontrer effectivement l'incompatibilité, du moins Geométrique, du tournoyement de la Terre sur son centre, avec l'opinion de Galilée touchant la pesanteur & la chute des corps. Voici l'une & l'autre de ces hypothèses.

Premièrement celle de Galilée touchant la chute des corps, est d'en regarder la pesanteur comme une force constante & toujours la même, en vertu de laquelle les hauteurs parcouruës (à compter du commencement des chutes) sont entr'elles comme les quarrés des tems employés à les parcourir.

Secondement dans l'hypothèse du Tournoyement de la Terre sur son centre, on suppose non-seulement ce tournoyement uniforme, mais encore que la Terre emporte son Atmosphere d'une vitesse proportionnée à la distance où chacune des parties de cet Atmosphere se trouve de son centre.

D'où l'on voit que dans ces deux hypothèses à la fois, un corps tombant de  $A$ , par exemple, sur la Terre dont  $C$  soit le centre, sur lequel elle tourne de  $A$  vers  $N$ , doit décrire une Courbe  $ALM$  telle qu'en prenant l'arc circulaire  $AT$  décrit du centre  $C$  par  $A$ , pour le tems employé à tomber de  $A$  en  $L$ ; les hauteurs parcourues  $TL$ , ou  $AB$  en faisant aussi l'arc  $LB$  du centre  $C$ , doivent être par tout entr'elles comme les quarrés de  $AT$ , c'est à dire  $TL = AT \times AT$ : Et cela par le moyen d'une pesanteur constante & toujours la même, laquelle tend sans cesse au centre  $C$ .



Or je dis que cela est impossible. Car en appellant  $AC, a$ ;  $AT, t$ ; &  $CL, y$ ; l'on auroit  $t = \sqrt{a-y}$ , ou  $t = \sqrt{ap-py}$  en prenant  $p$  pour l'unité. Et par conséquent  $dt = \frac{-pdy}{2\sqrt{ap-py}}$ , ou  $dt^2 = \frac{pdy^2}{4ap-4py} = \frac{pdy^2}{4a-4y}$ , ou bien aussi  $dy^2 = \frac{4a-4y}{p} \times dt^2$ .

Mais si l'on conçoit  $Ct$  indéfiniment proche de  $CT$ , avec le petit arc  $lR$  décrit du centre  $C$ ; & qu'on appelle  $Rl, dx$ ; &  $Ll, ds$ ; l'on aura  $Ct(a). Cl(y) :: Tt(dt). Rl(dx) = \frac{ydt}{a}$ . Et par conséquent aussi  $dx^2 = \frac{y^2dt^2}{a^2}$ .

Donc  $ds^2 (dy^2 + dx^2) = \frac{4a-4y}{p} \times dt^2 + \frac{y^2dt^2}{a^2} = \frac{4a^3-4aay+pyy}{a^2p} \times dt^2$ . Donc aussi (en faisant  $dt$  constante)  $ds dds = \frac{pydy-2aady}{a^2p} \times dt^2$ . Par conséquent  $2dyds^2 - yds dds = \frac{3a^3-3aay+2pyy-pyy+2aay}{a^2p} \times dydt^2 = \frac{3a^3-6aay+pyy}{a^2p} \times dydt^2$ .

Or dans la quatrième Regle générale des Forces centrales de la pag. 31. des Mem. de 1701. en prenant ainsi

$AT$  (qui s'y appelle  $DQ=z$ ) pour le tems ( $t$ ) que le corps décrivant met à parcourir  $AL$ , ou à tomber de la hauteur  $TL$  ou  $AB$ ; ayant alors  $dz=dt$ , & par conséquent  $dz$  constante, ou  $ddz=0$ ; cette formule se changera ici en  $f=\frac{2dyds-ydsdds}{ydydt^2}$ ; dont  $f$  exprime la force ou la pesanteur qui fait tomber le corps de  $A$  en  $Z$  en tendant toujours vers  $C$ . Donc cette pesanteur seroit ici  $f=\frac{8a^3-6aay+177}{aaaydydt^2} \times dydt^2 = \frac{8a^3-6aay+177}{aaay}$ , c'est à dire, variable comme cette fraction, au lieu que dans l'hypothèse de Galilée, elle devoit être constante & toujours la même. Donc cette hypothèse de Galilée ne convient point avec celle du tournoyement de la Terre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

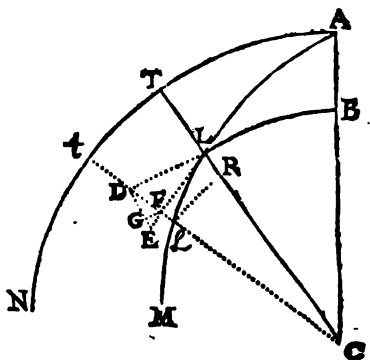
COROL. Il faudroit pour cela que le centre de la Terre fût infiniment éloigné, parce qu'alors  $CL$  ( $y$ ) se trouvant égale à  $AC$  ( $a$ ), &  $pyy$  nul par rapport à  $8a^3-6aay$ , l'on auroit  $f=\frac{8a^3-6a^3}{8a^3}=\frac{2}{8}$ , qui est effectivement constante. Mais aussi pour lors la Terre ne tourneroit plus sur son centre; puisque l'arc  $ATN$  deviendroit une ligne droite. Donc l'hypothèse de Galilée touchant la pesanteur, ne peut convenir rigoureusement qu'avec celle de la Terre immobile, & tout au plus sensiblement avec celle de cette Terre tournante sur son centre.

SCHOL. La raison de cette variété vient de ce que le tournoyement de la Terre sur son centre  $C$ , emportant & faisant tourner (*hyp.*) le corps grave avec elle, ne lui permet pas de conserver tout ce que sa pesanteur lui donneroit de vitesse vers ce point, comme il lui arriveroit s'il tomboit librement & sans obstacle le long de la droite  $AC$  sur cette Terre immobile.

Pour le voir soit  $LD$  perpendiculaire en  $L$  sur  $CT$ , & qui rencontre  $Ct$  en  $D$ ; duquel point  $D$  soit  $DE$  parallèle à  $LC$ , & qui rencontre en  $E$  la tangente  $LE$ , laquelle soit aussi rencontrée par  $Ct$  en  $F$ ; duquel point  $F$  soit faite  $FG$  parallèle à  $LD$ , & qui rencontre  $DE$  en  $G$ .

Cela fait, il est manifeste que si le corps  $Z$  qui décrit la Courbe  $ALM$ , étoit abandonné à lui-même en  $Z$ , c'est à dire que s'il y étoit abandonné par la force centrale tendante en  $C$ , qui par son action continuelle sur lui suivant  $TC$  pendant que ce rayon tournoit de  $A$  vers  $N$  autour du centre  $C$ , lui a fait décrire l'arc  $AL$ , il suivroit la tangente  $LE$  de cette Courbe en  $Z$ , d'une vitesse uniforme égale à celle qu'il a en ce point suivant cette Courbe, laquelle vitesse lui résulteroit du concours de l'effort total qu'il auroit acquis suivant  $ZC$  depuis  $A$  jusqu'en  $Z$ , & de son effort de rotation suivant  $LD$ ; en sorte que cette vitesse suivant  $LE$  seroit à chacune des résultantes de ces deux efforts séparément pris, comme cette même  $LE$  est à chacune des droites  $DE$ ,  $LD$ , qui en sont les directions. Ainsi en prenant  $LE$  pour l'expression de la vitesse de ce corps en  $Z$  suivant cette même tangente  $LE$ , l'on aura  $LD$  pour la vitesse de rotation en  $Z$  autour du centre  $C$ , &  $DE$  pour la vitesse en ce même point  $Z$  suivant  $ZC$ .

Mais si l'on considère que lorsque  $CT$  est en  $Ct$ , la force suivant  $DE$  ou  $LC$ , qui par son concours avec la force de rotation suivant  $LD$ , auroit fait parcourir  $LE$  dans l'instant  $Tt$  au corps  $L$  abandonné à lui-même en  $L$ , se change en une autre force suivant  $DF$ , qui par son concours avec cette force de rotation suivant  $LD$ , ne permet plus à ce mobile que de parcourir  $LF$  pendant cet instant ; on verra que sa vitesse suivant  $DE$  ou  $LC$ , se changera aussi en une autre vitesse suivant  $DF$  ou  $LC$ , laquelle sera à celle-là comme  $DF$  est à  $DE$ , & qu'ainsi la perte qui se fera alors de cette première vitesse suivant  $DE$  ou  $LC$ , sera à cette même vitesse comme  $GE$  est à  $DB$ , &c.





celle en laquelle celle-ci se change suivant  $DF$  ou  $IC$ , comme  $GE$  est à  $DF$ . Mais parceque la ressemblance (*constr.*) des triangles  $LDE$ ,  $FGE$ , &  $FDG$ ,  $DCL$ , donne  $GE : DE :: FG : LD :: FD : DC$ . Et que  $FD$  est un infiniment petit du premier genre par raport à  $DC$ , l'on aura aussi  $GE$  pour un infiniment petit du premier genre par raport à  $DE$ , c'est à dire, pour une première infinitième de  $DE$ . Donc la perte de vitesse vers  $C$ , que le mobile fait suivant  $DF$  ou  $DC$  par le changement de sa direction  $LC$  en  $DC$ , doit être aussi une infinitième du premier genre par raport à ce que ce mobile en avoit suivant  $LC$ . Ainsi celle-ci étant supposée finie, cette perte instantanée de vitesse en doit être un infiniment petit du premier genre, & faire une perte finie de vitesse dans un tems fini. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Cela étant, il ne doit plus paroître étrange qu'une pesanteur constante, qui dans l'hypothèse de la Terre immobile feroit parcourir au corps grave des hauteurs qui depuis le commencement de sa chute, seroient comme les quarrés des tems employés à les parcourir, ne lui fasse pas parcourir de tels espaces dans l'hypothèse de la Terre tournante sur son centre, & qu'il lui faille pour cela dans cette dernière hypothèse une pesanteur variable de la manière qu'on l'a vû ci-dessus.

Il est pourtant à remarquer, suivant la démonstration précédente, que dans l'hypothèse de la Terre immobile les pesanteurs propres à faire parcourir aux corps graves des hauteurs qui soient comme les quarrés des tems employés depuis le commencement des chutes à les parcourir en tendant toujours à son centre, ne seroient constantes que dans des chutes faites chacune suivant une seule & même ligne droite laquelle passât par ce centre, ou suivant des paralleles à cette ligne si ce point étoit infiniment éloigné comme on le suppose ordinairement dans la recherche de la Courbe de projection; & que dans tout autre cas, tel qu'est celui des projections non verticales, ces pesanteurs seroient aussi variables sur la Terre immobile que

que si elle tournoit sur son centre, & cela selon les différentes Courbes résultantes des conditions des chutes.

On voit de tout cela que ces trois choses : 1°. La Terre tourner sur son centre de la manière marquée ci-dessus, ou une même chute se faire en vertu d'une pesanteur agissante successivement suivant différentes directions non parallèles entr'elles ; 2°. Cette pesanteur être constante ; 3°. Les hauteurs parcourues en vertu de cette pesanteur, être comme les quarrés des tems employés à les parcourir : sont géométriquement incompatibles ensemble , & qu'elles ne peuvent ainsi compatir que deux à deux.

## O B S E R V A T I O N

S U R

U N A N E V R I S M E.

PAR M. LITTRÉ.

UN homme âgé de 56 ans, qui avoit toujours eu de la santé & de l'embonpoint, me fit appeller le dix <sup>1707.</sup> <sup>1. Fevrier,</sup> Juillet dernier. Je le trouvai auprès du feu dans un fauteuil où il étoit assis depuis 4 mois, ne pouvant ni se tenir au lit, ni se promener, parcequ'il étouffoit, dès qu'il étoit couché, & qu'il ne pouvoit marcher, sans s'exposer à tomber en défaillance.

Il me dit qu'il dormoit fort peu, que son sommeil étoit léger & interrompu ; qu'il avoit extrêmement maigri ; qu'il étoit tres foible, & qu'il tomboit quelquefois en défaillance, même étant dans son fauteuil, quoiqu'il prît des alimens fort nourrissans & en assés grande quantité ; que sa respiration étoit difficile ; qu'il ne pouvoit tourner ni fléchir le cou & la tête qu'avec beaucoup de peine ; que depuis 5 mois il avoit une tumeur au cou, qui avoit toujours augmenté peu à peu, quoique de temps en temps

elle diminuât fort sensiblement, mais cette diminution n'étoit pas de durée, la tumeur revenant bien-tôt à son premier volume. Il y sentoit de la douleur, principalement à la partie inferieure, avec un battement perpetuel, qui depuis un mois alloit toujours en diminuant.

Je touchai son poux, que je trouvai foible. J'examinai ensuite la tumeur, qui étoit en partie au cou & en partie sur la poitrine. Cette tumeur étoit molle, & cedit à la pression des doigts, mais elle revenoit à son premier état, dès que je cessois de la presser. J'y sentis un petit battement, qui répondoit exactement à celui des arteres : la couleur de la peau qui la couvroit, étoit naturelle. Toutes ces circonstances me firent juger, que cette tumeur étoit un vrai Aneurisme, c'est à dire, formé par la dilatation extraordinaire de quelque artere.

Je demandai au Malade, s'il avoit reçu quelque coup au cou ou à la poitrine, ou s'il avoit fait des efforts violens en toussant, en éternuant, en vomissant, &c. Il me répondit qu'il n'avoit jamais reçu de coups, mais qu'il avoit fait pendant 5 jours de grands efforts & presque continuels pour vomir & pour aller à la selle, effet des pillules qu'un Charlatan lui avoit données, pour le guerir d'un rhumatisme; que trois semaines après il avoit commencé à sentir vers le milieu de la poitrine, un battement qu'il n'y avoit pas encore senti; qu'un mois & demi ensuite une difficulté de respirer avoit succédé à ce battement, & que la difficulté de respirer avoit été suivie trois mois après d'une tumeur au cou; que le battement & la difficulté de respirer avoient toujours augmenté insensiblement, jusqu'à ce que cette tumeur y eût paru; qu'alors il n'avoit plus senti le battement de la poitrine, & qu'il avoit commencé d'en sentir un nouveau au cou à l'endroit de la tumeur; que la difficulté de respirer n'avoit plus augmenté, mais qu'elle persistoit seulement dans le même état.

Je conseillai au Malade de prendre peu d'alimens, ou d'en prendre de peu nourrissans, ou de se faire saigner de temps en temps, s'il prenoit beaucoup de nourriture. Je lui

conseillai aussi de faire appliquer sur la tumeur un bandage qui ne la comprimât pas, mais qui soutint simplement les tegumens, afin que résistans davantage à l'impulsion du sang, ils apportassent quelque retardement à l'accroissement de la tumeur.

Le Malade m'ayant fait rappeler 15 jours après ma première visite, me dit, que ses défaillances étoient plus grandes & plus fréquentes. Je le trouvai beaucoup plus foible, & la tumeur plus grosse; je n'y sentis plus de battement; la peau étoit livide du côté de l'aisselle droite de la largeur de 3 pouces. Il y avoit au milieu de la partie livide 2 trous presque imperceptibles, par où il suintoit de temps en temps quelques gouttes de sang. Ces nouveaux accidens étoient apparemment causés par les medicamens acres, qu'un nouveau Charlatan avoit appliqués sur la tumeur pour la faire résoudre ou suppurer, ne connoissant pas sans doute la nature du mal, ou ignorant que les vrais Aneurismes ne se guérissent, ni par des medicamens résolutifs, ni par des suppuratifs.

Le sur-lendemain il survint une gangrene sèche à la partie livide de la tumeur, & le malade mourut trois jours après. J'ouvris son cadavre, qui étoit si maigre, qu'il n'avoit presque que la peau colée sur les os. Je ne remarquai rien d'extraordinaire aux parties contenues dans la cavité du ventre, ni dans celles du crane, sinon qu'il y avoit peu de sang dans leurs Vaisseaux, aussi-bien que dans ceux de la face & des extrémités.

Avant que d'ouvrir la poitrine, je détachai avec un scalpelle les tegumens qui couvroient la tumeur, excepté à l'endroit gangrené où je les laissai, n'étant pas possible de les en détacher sans couper ou déchirer une partie de la tumeur, tant leur union avec cette tumeur étoit étroite; je séparai ensuite la tumeur du cou, des clavicules & des parties extérieures de la poitrine; elle étoit encore fort adhérente dans les endroits qui touchoient aux côtes, au sternum & aux clavicules, où elle étoit rongée & les os cariés, le reste de la tumeur étoit peu adhérent. Les par-

ties molles situées sur la poitrine au-dessous de la tumeur ; étoient abreuvées d'une serosité jaunâtre.

Je levai enfin le sternum avec une partie des côtes & des clavicules qui y sont attachées de côté & d'autre , pour avoir la liberté de bien examiner les parties renfermées dans la cavité de la poitrine , & d'enlever la tumeur toute entiere.

J'observai, 1°. Que le poulmon étoit sec , flettri & affaîssi , & que le tronc & les branches de ses vaisseaux sanguins avoient entr'eux leur proportion naturelle.

2°. Qu'il y avoit une cuillerée & demie de serosité dans la cavité du pericarde , & que le cœur n'avoit point du tout de graisse.

3°. Que le tronc de l'aorte depuis 9 lignes au-dessus du cœur jusqu'à l'endroit où il prend le nom d'aorte descendante , avoit ses tuniques beaucoup plus minces & étoit fort dilaté , de sorte que presque toute la dilatation s'étoit faite en devant & en haut , & que les 3 branches qui composent l'aorte ascendante , & qui partent d'ordinaire de la partie supérieure moyenne du tronc de l'aorte , se trouvoient placées dans la partie postérieure de ce tronc.

4°. Que la partie dilatée du tronc de l'aorte s'élevoit jusqu'à la machoire inferieure en couvrant le devant & les deux côtés du cou , en se rabattant sur toute la partie supérieure anterieure de la poitrine depuis une aisselle jusqu'à l'autre , & en formant une poche assés semblable à une bouteille , dont le cou auroit été au dedans de la poitrine & le fond au dehors. Cette poche avoit 9 pouces & demi de longueur depuis le tronc de l'aorte pris dans sa grosseur ordinaire , jusqu'à la machoire inferieure. Elle étoit large de 2 pouces en son commencement , & de 3 à la sortie de la poitrine. Son diametre sur le cou étoit de 9 à 10 pouces , & de 13 sur la poitrine. Enfin cette poche avoit au cou un demi-pied de profondeur , & sept pouces & demi sur la poitrine.

5°. L'épaisseur des parois de cette poche étoit si différente , qu'on y en remarquoit presque de toute sorte , de

puis la cinquième partie d'une ligne jusqu'à dix lignes. Les endroits les plus minces, aussi-bien que les plus épais, étoient hors de la poitrine : les plus minces principalement dans la partie gangrenée, & les plus épais dans la partie située sur la poitrine.

6°. Qu'il y avoit au dedans de cette poche environ 2 pintes de sang, dont un tiers étoit noir, caillé & fort adhérent à sa surface intérieure : le second tiers étoit d'un rouge brun & à demi caillé : le troisième étoit liquide, & avoit à peu près la couleur & la consistance naturelle.

Enfin la surface intérieure de la poche du tronc de l'aorte étoit lisse & polie en certains endroits, & inégale en d'autres. L'égalité de cette surface étoit naturelle, & elle dépendoit de la tunique intérieure de la poche qui s'étoit conservée entière. L'inégalité de la même surface étoit contre nature, & elle dépendoit de 2 causes, sçavoir, de l'érosion d'une partie des tuniques propres de la poche & de l'adhérence de certaines fibres, qui ne différoient de celles des polypes du cœur, &c. qu'en ce qu'elles étoient plus grosses, plus distinctes, plus fermes & plus rouges. Ces fibres composoient plusieurs plans, qu'on se-paroit facilement les uns des autres.

Après avoir exposé la maladie de cet homme avec les symptômes dont elle a été suivie, & avoir rapporté ce que j'ay observé d'extraordinaire dans son cadavre, je vais tenter d'expliquer la cause de cette maladie, & de rendre raison de ses principaux accidens.

Les pillules que cet homme avoit prises étant composées de purgatifs fort violens, comme il est aisé d'en juger par la violence de leurs effets, ont vraisemblablement donné lieu à la dilatation extraordinaire du tronc de l'aorte. Voici mes conjectures.

1°. Dans les efforts que ces pillules lui ont fait faire pour vomir & pour aller à la selle, le diaphragme s'étant contracté avec violence, a serré & comprimé fortement l'aorte descendante, & y a presque intercepté le cours du sang. Alors le sang poussé du cœur dans le tronc de l'aorte, ne

trouvant que les branches de l'aorte ascendante libres, mais insuffisantes pour le recevoir, il falloit necessairement qu'il forçât le tronc & les branches pour se faire un passage. Or si les parois du tronc se sont trouvées à proportion plus minces, ou d'un tissu moins serré que les branches, le tronc a dû se dilater & non-pas les branches; & cette dilatation a dû se faire seulement dans les parties les plus foibles du tronc, sçavoir, dans ses parties moyenne & gauche anterieures, comme il a été remarqué. Ces 2 parties ayant été une fois forcées par l'impulsion & la quantité extraordinaire du sang, n'ont plus été en état de lui résister, quoiqu'il n'y ait été poussé que par force & dans la quantité ordinaires, par conséquent elles ont dû prêter & se dilater de plus en plus dans la suite.

2°. Les mêmes efforts causés par les pillules ont pû exciter beaucoup d'agitation dans les esprits animaux, les déterminer à couler dans le cœur en plus grande quantité & avec plus de vitesse que de coûtume, à rendre ses contractions plus fortes & plus frequentes, & par conséquent à faire lancer plus de sang & avec plus d'impetuosité dans le tronc de l'aorte, à forcer ses parois de se dilater pour le recevoir, & par-là donner lieu à la dilatation extraordinaire de cette artere.

La partie posterieure du tronc de l'aorte ne s'étoit presque point dilatée, parcequ'elle s'est trouvée plus épaisse & d'un tissu plus serré. Or parceque le tronc s'est dilaté en enhaut, les trois branches qui composent l'aorte ascendante ont dû necessairement se trouver placées à sa partie posterieure.

Les parois de la poche de l'aorte étoient tres-minces en certains endroits, & fort épaisses en d'autres. Les endroits qui étoient minces, l'étoient pour 2 raisons. 1°. Parcequ'il n'y avoit que les simples tuniques de l'artere. 2°. A cause de l'extrême dilatation, que ces tuniques avoient souffert par l'impulsion du sang, & par son amas dans la cavité de la poche.

Les parois de la poche étoient épaisses aux endroits où

les fibres polypeuses s'étoient attachées à sa surface intérieure, & l'épaisseur y étoit plus ou moins grande, suivant qu'il y avoit plus ou moins de ces fibres posées les unes sur les autres. Ces fibres, de même que celles des polypes, devoient avoir été formées par la lenteur du mouvement du sang, par la grossiereté & la viscosité de ses parties, & par la convenance de leurs surfaces.

La lenteur du mouvement du sang pouvoit encore lui avoir donné lieu de s'amasser dans la poche, de s'y coaguler, d'y causer de foibles battemens, & de se séparer d'une partie de sa serosité. Le mouvement du sang étoit lent dans la poche, parcequ'elle alloit toujours en s'élargissant, & que son fond étant aveugle, il falloit que le sang en sortît par le même endroit qu'il y étoit entré. Or le sang qui avoit été lancé dans la poche par une contraction du cœur, étoit empêché d'en sortir par celui que la contraction suivante y pouffoit.

Dés qu'il parut une tumeur au cou du Malade, il y sentit un battement & n'en sentit plus dans la poitrine, parceque l'impulsion du sang, qui étoit la cause du battement, faisoit beaucoup plus d'effort contre le fond de la poche qui formoit la tumeur, que contre les autres parties, & que ce fond alors étoit hors de la cavité de la poitrine. Le battement diminua peu à peu dans la tumeur, à mesure qu'il se coagula plus de sang dans la poche, qu'il s'y forma davantage de fibres polypeuses, & que les contractions du cœur devinrent plus foibles.

La difficulté de respirer n'augmenta plus après que la tumeur du cou eut paru, parceque l'impulsion du sang se faisant principalement en ligne droite, la poche de l'aorte, ne croissoit presque dans la poitrine que selon sa longueur. Ainsi lorsqu'elle fut parvenue au cou, elle n'augmenta plus dans la poitrine, par conséquent la difficulté de respirer demeura dans le même état.

Le Malade étouffoit dès qu'il étoit couché. 1<sup>o</sup>. Parceque dans cette situation le sang lancé par le cœur dans le tronc de l'aorte, ayant beaucoup plus de facilité à couler dans la poche de cette artère que dans la situation verti-



cale, il en recevoit pour lors une plus grande quantité. 2°. Parceque le sang contenu dans la partie de la poche située exterieurement sur la poitrine, tomboit alors dans la partie de la poche renfermée dans la poitrine, & de là en partie dans le tronc de l'aorte. Enfin parceque dans la situation horizontale ou peu oblique, le sang contenu dans la partie de la poche qui formoit la tumeur du cou, pesoit beaucoup plus sur la trachée artère que dans la situation verticale, & la comprimoit par conséquent davantage. Ces 3 causes devoient necessairement produire l'étouffement, que cet homme sentoit dès qu'il étoit couché.

Vers la fin de la maladie la tumeur diminuoit de temps en temps, & revenoit bien-tôt après à son premier volume. La tumeur diminuoit de temps en temps. 1°. Par le resserrement & la coagulation du sang. 2°. Lorsque le cœur pouffoit peu de sang dans le tronc de l'aorte, ou qu'il l'y pouffoit lentement & foiblement; parce qu'alors le sang contenu dans la tumeur pouvoit facilement tomber dans le tronc de l'aorte, & de-là passer dans ses branches. La tumeur pouvoit revenir à son premier volume. 1°. Par la fermentation & la rarefaction du sang. 2°. Lorsque quelque caillot de sang bouchoit sa sortie de la tumeur dans le tronc de l'aorte, de maniere qu'il permettoit bien l'entrée à de nouveau sang, mais il s'opposoit à celui qui se presentoit pour en sortir.

Les parois de la poche de l'aorte étoient rongées aux endroits où elles touchoient aux côtes, au sternum & aux clavicules, & ces mêmes endroits des os étoient cariés, parceque le tronc du corps de cet homme étant toujours vertical, une partie du sang contenu dans la cavité de la tumeur y pesoit toujours davantage sur les tuniques de la poche & sur le perioste de ces os, les comprimoit, & empêchoit ou retardoit le retour du sang & de la lymphe dans leurs vaisseaux, & donnoit par-là occasion à une partie de leur serosité de s'en separer. Or cette serosité étant toujours chargée de sels qu'elle dissout & entraîne avec elle, a piqué & rongé d'abord les tuniques de la poche, ensuite le

—

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

1000

le perioſte, & enfin les os. Les tuniques de la poche ont été rongées en ces endroits plutôt qu'en d'autres, parce qu'y étant appuyées ſur des os, elles étoient plus tenduës, réſiſtoient davantage, & par conſéquent donnoient plus de priſe à l'action des ſels. Les parties molles ſituées ſur la poitrine au-deſſous de la tumeur, étoient abbreuvées de beaucoup de ſeroſité, qui s'étoit extravasée à l'occaſion de la compreſſion que faisoit la tumeur ſur ces parties.

Le corps du Malade avoit extrêmement maigri, quoiqu'il uſât d'alimens ſucculens, & qu'il en prît une aſſés grande quantité; parceque la circulation étant beaucoup ralentie par la mauvaiſe diſpoſition du tronc de l'aorte, les parties du ſang ne pouvoient être ni aſſés brifées, ni pouſſées avec aſſés de force dans les pores des parties ſolides pour leur fournir une ſuffiſante quantité de nourriture.

A l'égard de ſa grande foibleſſe & des défaillances qui lui prenoient ſouvent, elles pouvoient avoir les mêmes cauſes que la maigreur; outre cela les défaillances pouvoient être cauſées par quelques caillots de ſang, qui tombant de la poche de l'aorte dans ſon tronc, bouchaient en partie quelqu'une de ſes branches. Ces défaillances duroient juſqu'à ce que les caillots fuſſent rangés ou broyés, & atténués par l'impulſion du ſang & par le reſſerrement de l'artere.

## CONSIDERATIONS

*Sur la ſeconde inégalité du mouvement des Satellites de Jupiter, & ſur l'hypothèſe du mouvement ſucceſſif de la lumière.*

PAR M. MARALDI.

**P**Armi les inégalités que l'on obſerve dans les retours du premier Satellite à l'ombre de Jupiter, il y en a une qui dépend des configurations de cette Planete avec

1707.  
9. Fevrier.

1707.

D

le Soleil, & la periode de cette inégalité s'acheve dans l'espace de treize mois. M. Cassini ayant découvert cette inégalité, & ayant considéré que depuis les conjonctions de Jupiter avec le Soleil jusqu'aux oppositions elle fait accélérer les Eclipses du Satellite, & qu'elle les fait retarder depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, crut d'abord qu'on auroit pu expliquer cette apparence par le mouvement successif de la lumiere qui met moins de temps de venir à nous, lorsque Jupiter s'approche de la Terre dans les oppositions, que lorsqu'il en est plus éloigné dans les conjonctions. Mais ayant examiné plusieurs observations des autres Satellites, il changea de sentiment.

M. Romer qui examina les mêmes inégalités, trouva un si grand nombre d'observations du premier Satellite conformes à cette hypothese, qu'il la crût suffisamment établie, & il l'expliqua d'une maniere si ingenieuse, qu'elle a été depuis suivie par plusieurs Philosophes.

M. Halley dans l'extrait qu'il a fait des Tables du premier Satellite de Jupiter, s'étonne que M. Cassini dans la construction de ces mêmes Tables, qu'il dit d'ailleurs avoir trouvé tres-justes par la comparaison qu'il en a fait à un grand nombre d'observations, n'ait pas eu égard à toutes les équations que demanderoit cette hypothese. Il rapporte même quelques observations du 3<sup>e</sup> & du 4<sup>e</sup> Satellite, par le moyen desquelles il trouve la seconde inégalité de ces deux Satellites à peu près égale à celle du premier, & conforme à ce que demanderoit le mouvement de la lumiere.

Mais comme les observations dont M. Halley se sert sont en petit nombre, & que parmi celles-ci il y en a quelques-unes qu'il ne donne pas pour bien exactes, nous nous sommes proposé d'examiner cette hypothese par un plus grand nombre d'observations; & afin de choisir celles qui sont plus propres pour cet effet, nous avons considéré les principales apparences qui en résultent.

Il suit en premier lieu de cette hypothese que les intervalles des temps entre les Eclipses doivent aller en aug-

mentant depuis l'opposition de Jupiter jusqu'à sa conjonction avec le Soleil, & doivent aller en diminuant depuis la conjonction jusqu'à l'opposition.

2°. La seconde inégalité qui arrive au premier Satellite de Jupiter dans l'intervalle de deux mois & quelques jours, c'est à dire un mois avant & un mois après les quadratures de Jupiter avec le Soleil, doit être environ la moitié de toute l'inégalité qui arrive entre les conjonctions & les oppositions qui est un intervalle de six mois & demi, car la variation de la distance de Jupiter à la terre qui se fait pendant deux mois proche des quadratures, est la moitié de toute la distance dont Jupiter s'éloigne de la Terre dans l'intervalle de 13 mois.

3°. Cette hypothèse demande une autre inégalité qui doit faire retarder les Eclipses du premier Satellite de Jupiter depuis le Perihelie de Jupiter jusqu'à son Aphelie, & les faire accélérer depuis l'Aphelie jusqu'au Perihelie, de sorte que la période de cette inégalité doit être de 12 années; & à l'égard des Eclipses observées proche du Perihelie, celles qui arrivent proche de l'Aphelie doivent avoir une inégalité qui seroit environ la quatrième partie de celle qui dépend des configurations de Jupiter avec le Soleil; car cette variation se fait par la simple excentricité de Jupiter à l'égard du Soleil, qui est la quatrième partie du demi-diamètre de l'orbe annuel.

4°. Suivant la même hypothèse la seconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter doit être égale à celle du premier, & la variation de la seconde inégalité qui se trouve dans un pareil intervalle de jours, doit être la même dans les trois autres Satellites.

Nous avons dit en premier lieu que les intervalles des Emerfions du premier Satellite après l'opposition de Jupiter avec le Soleil doivent être plus longs que les intervalles des Immersions après la conjonction. Cela s'observe constamment dans le premier Satellite; par les observations de ses Eclipses faites proche de l'opposition de Jupiter, comparées avec les observations les plus proches

des conjonctions qu'on a pû faire, on a trouvé qu'entre les Eclipses qui sont proche de l'opposition & celles qui sont proche de la conjonction, il y a une difference de 14 minutes d'heure, ce qui seroit le temps que la lumiere met à parcourir une distance égale au diametre de l'orbe annuel dans l'hypothese du mouvement de la lumiere.

La même inégalité est aussi réglée à peu près de la maniere que nous avons dit en second lieu qu'elle devoit être dans la supposition du mouvement de la lumiere ; car par les observations faites un mois avant & un mois après des quadratures de Jupiter avec le Soleil, dans l'intervalle de ces deux mois, cette inégalité se trouve environ de 7 minutes, ce qui est la moitié de toute l'inégalité qui arrive dans l'intervalle de six mois & demi, quoique par les observations elle ne se trouve pas toujours précisément de même. C'est de cette maniere que M. Cassini a réglé dans ses Tables la seconde équation du premier Satellite de Jupiter.

Pour ce qui est de l'inégalité qui suivant le 3<sup>e</sup> article doit résulter du différent éloignement de Jupiter au Soleil, on ne voit point la maniere d'accorder l'hypothese du mouvement de la lumiere avec les observations des Eclipses du premier Satellite faites dans l'Aphelie & dans le Perihelie ; car les Tables qui representent à une minute près les observations des Eclipses faites proche de l'Aphelie, representent aussi avec la même justesse les observations faites proche du Perihelie de Jupiter, sans qu'il soit necessaire d'introduire l'équation que demanderoit la variation de la distance de l'Aphelie au Perihelie. Pour la verification de ce que nous venons de dire, nous rapporterons les observations suivantes.

L'an 1673, suivant les hypotheses Astronomiques, Jupiter étant fort proche de son Aphelie & dans son opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 24 Janvier à minuit 24' 55". Les hypotheses de M. Cassini établies l'an

1698 donnent l'Immersion de ce Satellite à minuit  $25' 18''$  à un tiers de minute près de l'observation, dont elle anticipe le calcul. L'an 1697 le 15 Janvier à  $2^h 44' 47''$  du matin nous observâmes une Immersion du premier Satellite de Jupiter, cette Planete étant proche de l'Aphelie. Les mêmes hypothèses donnent l'Immersion de ce Satellite à  $2^h 45' 16''$  à une demi-minute près de l'observation qui anticipe le calcul. L'an 1702 le 18 Octobre Jupiter étant proche du Perihelie & proche de l'opposition avec le Soleil, M. Cassini observa l'Emerision du premier Satellite de Jupiter à  $1^h 4' 31''$  du matin. Le calcul tiré des mêmes Tables donne cette Emerision à  $1^h 5' 1''$  à une demi-minute près de l'observation, dont elle anticipe le calcul, comme dans les observations faites lorsque Jupiter étoit proche de l'Aphelie.

Il paroît donc que les hypothèses qui ne supposent point cette nouvelle équation s'accordent précisément aux observations, au lieu qu'en introduisant l'équation que demande le mouvement de la lumiere, le calcul anticiperoit de plus de 3 minutes & demi cette dernière observation, qui est arrivée dans le Perihelie à l'égard des deux autres qui sont arrivées proche de l'Aphelie; car entre ces deux termes il y a une variation de distance, qui étant double de la simple excentricité, est un peu plus de la moitié de la distance du Soleil à la Terre.

Nous avons remarqué en quatrième lieu que la seconde inégalité des trois autres Satellites de Jupiter devoit être égale à celle du premier; car la difference de leur distance à la Terre est si petite par rapport à la variation qui arrive à la distance de Jupiter en 13 mois, qu'elle ne peut pas faire aucune difference sensible de temps: mais cette hypothese n'est pas conforme à un tres-grand nombre d'observations des autres Satellites. Nous en rapporterons quelques-unes.

L'an 1695 le 9 Fevrier un jour après l'opposition de Jupiter avec le Soleil par l'observation de l'entrée du second Satellite sur le bord occidental du disque de Jupiter & par



l'observation de sa sortie, nous déterminâmes son arrivée au milieu de l'ombre de Jupiter à  $10^h 12' 30''$ . Le calcul tiré des Tables donne cette observation 5 minutes plus tard. Nous avons observé le 19 Octobre précédent l'Immersion du second dans l'ombre de Jupiter à  $4^h 18' 14''$  du matin. Le calcul tiré des Tables sans la seconde équation la donne le même jour à  $3^h 51' 0''$ . La différence entre le calcul & l'observation est  $27' 14''$ , qui seroit la seconde équation du second Satellite de Jupiter. A cette distance de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, la seconde inégalité du premier Satellite seroit de 9 minutes; l'équation du second dans cette observation seroit donc trois fois plus grande que celle du premier, ce qui n'est pas conforme à l'hypothèse du mouvement de la lumière qui la demanderoit égale.

L'an 1696 le 13 Mars à minuit  $36' 0''$ , nous observâmes l'Emerision du second Satellite de Jupiter, laquelle arriva deux jours après l'opposition de Jupiter avec le Soleil. Cette observation s'accorde à une demi-minute près avec le calcul tiré des Tables. Nous avons observé l'an 1695 le 20 Octobre à  $5^h 33' 24''$  du matin une Immersion du second dans l'ombre de Jupiter. Le calcul tiré des Tables donne cette Immersion à  $4^h 58' 13''$ , donc la différence qui est la seconde équation du Satellite est de  $35' 11''$ . L'équation du premier Satellite à cette distance de Jupiter à l'opposition avec le Soleil seroit de  $12' 30''$ , presque deux tiers plus petite que celle que nous avons trouvée dans le second.

Si l'on compare la même Emerision du second Satellite observée le 13 Mars proche de l'opposition, avec une autre Emerision du même Satellite observée la même année le 12 Juillet à  $8^h 24' 0''$ , on trouvera entre les deux observations un intervalle de 120 jours 19 heures 48'; mais par le calcul il y a un intervalle de 120 jours  $20^h 1'$ , donc la seconde équation seroit de 13 minutes soustractive & contraire à celle du premier, qui est environ de 10 minutes, mais additive, comme nous avons trouvé par les observations de

plusieurs autres années ; ce qui fait aussi connoître que le terme de cette équation dans le second Satellite n'est pas toujours si près de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, qu'en est le terme de l'inégalité du premier, & qu'ainsi cette seconde équation ne s'accorde pas à l'hypothèse du mouvement de la lumière.

Nous avons encore choisi différentes observations du premier, du second & du troisième Satellite faites à peu près dans les mêmes jours afin de connoître par les observations immédiates la variation de l'inégalité qui convient à divers Satellites dans un même espace de temps, & nous l'avons comparée ensemble pour voir si elle est égale comme elle devrait être dans l'hypothèse de la lumière.

L'an 1677 M. Cassini observa l'Emersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 26 Aoust à  $11^h 32' 50''$  de temps moyen. Il observa le même jour 26 Aoust l'Emersion du second à  $8^h 46' 42''$ . Le 4 Octobre de la même année il observa l'Emersion du premier à  $10^h 3' 52''$  temps moyen, & l'Emersion du second le 4 Octobre  $11^h 17' 37''$ .

Entre les deux observations du premier Satellite il y a un intervalle de 38 jours  $22^h 31' 2''$ . L'intervalle calculé est 38 jours  $22^h 30' 51''$ , donc la variation de la seconde inégalité du premier seroit de  $0' 11''$ , qui par les Tables seroit de  $2' 5''$ . Entre les deux observations du second Satellite il y a un intervalle de 39 jours  $2^h 30' 55''$ . L'intervalle calculé est 39 jours  $2^h 21' 18''$ , donc la variation de la seconde équation du second Satellite est  $9' 37''$  beaucoup plus grande que celle du premier. J'ay examiné plusieurs autres observations du premier & du second faites les mêmes jours, & j'ay toujours trouvé leur seconde inégalité fort différente. Il y a aussi des observations du 3<sup>e</sup> & du 4<sup>e</sup> Satellite, qui étant comparées avec les observations du premier faites à peu près les mêmes jours, ne donnent pas les mêmes inégalités, mais celles du 3<sup>e</sup> & du 4<sup>e</sup> Satellite sont ordinairement plus grandes que celles du premier.

Voici une des comparaisons. L'an 1688 le 30 Juillet M.

Cassini observa l'Emerfion du premier Satellite de l'ombre à  $12^h 11' 19''$  de temps moyen, auquel nous avons réduit les observations suivantes. Il observa l'Emerfion du 3<sup>e</sup> Satellite de l'ombre de Jupiter le 1 Aoust à  $1^h 40' 0''$  du matin. La même année on observa le 6 Septembre l'Emerfion du 3<sup>e</sup> à  $9^h 43' 54''$ , & le 7 Septembre l'Emerfion du premier à  $10^h 42' 14''$ . Entre les deux Emerfions du premier il y a un intervalle de 37 jours  $22^h 30' 55''$ . L'intervalle calculé fans la seconde équation est 37 jours  $22^h 28' 32''$ , la difference est  $2' 23''$ , qui est la variation de la seconde inégalité du premier Satellite dûë à cet intervalle égale à celle des Tables qui la donnent  $2' 16''$ . Entre les deux observations du 3<sup>e</sup> Satellite il y a 36 jours  $20^h 3' 53''$ , & l'intervalle calculé fans la seconde équation est 36 jours  $19^h 55' 37''$ , donc la variation de la seconde équation du 3<sup>e</sup> est  $8' 16''$ , au lieu que celle du premier n'est que de  $2' 23''$ , quoiqu'elle dût être un peu plus grande à cause du plus grand intervalle des jours qu'il y a entre les deux observations du premier Satellite.

Il paroît donc par les comparaisons que nous venons de faire qu'il y a un grand nombre d'observations qui ne peuvent pas s'expliquer par le mouvement de la lumiere, quoiqu'il y en ait quelqu'une qui paroisse lui être favorable, & que par conséquent cette hypothese n'est pas suffisante pour expliquer la seconde inégalité des Sateellites. Afin qu'une hypothese soit bonne, ce n'est pas assez qu'elle s'accorde avec quelques observations, il faut qu'elle ne repugne pas évidemment aux autres Phenomenes.

Si l'hypothese du mouvement de la Terre ne pouvoit représenter que la seconde inégalité d'une ou de deux Planetes, elle ne seroit jamais passée pour bonne hypothese.

*DE L'URINE DE VACHE,  
DE SES EFFETS EN MEDECINE,  
ET DE SON ANALYSE CHYMIQUE.*

PAR M. LEMERY.

**L'**Urine en general est une liqueur sereuse empreinte de sel volatile & d'huile, qu'elle a prise dans le sang en circulant avec lui. Ces substances actives lui donnent beaucoup de vertus, & la rendent tres-propre à plusieurs maladies. On sçait, par exemple, que l'urine d'homme nouvellement renduë, étant buë & appliquée exterieurement, soulage beaucoup les gouteux, & en guerit quelques-uns; qu'elle empêche les vapeurs en levant les obstructions, & qu'elle purge par le ventre : mais entre toutes les urines, il paroît que celle des animaux qui paissent l'herbe ou qui en font leur nourriture, doit être préférée pour la santé, puisque c'est proprement un extrait des parties salines les meilleures & les plus salutaires des Plantes que ces animaux ont mangées. Je croi donc que les urines de tous les bestiaux auroient beaucoup de bonnes qualitez pour les maladies; mais on s'est particulierement attaché à celle de la vache, parceque cet animal étant fort humide, assez melancolique & pacifique, l'on a crû que son urine participeroit de son temperament, & qu'elle auroit moins d'âcreté que les autres.

1707.  
11. Fevrier.

L'usage de l'urine de vache pour les maladies n'est pas si nouveau qu'on se l'imagine en France. Les Allemands s'en sont servis il y a tres-long-temps. Les Medecins de Strasbourg l'ont renouvelée depuis quelques années, & nous l'avons prise d'eux.

Comme le nom d'urine de vache donne aux malades une idée sale & dégoûtante, on lui en a donné un plus

1707.

E

agreable & plus specieux. On l'appelle Eau de mille fleurs. Ce nom avoit été adapté auparavant à la fiente de vache distillée, à cause que les vaches broutent un grand nombre d'especes de fleurs dans les champs.

Le choix de l'urine de vache n'est pas indifferent: celle qui vient d'une vache paissante vaut mieux que celle d'une vache qu'on nourrit à la ville, quoiqu'on apporte de l'herbe à cette dernière. Le bon air du pâturage joint avec le discernement que l'animal fait des herbes est bien essentiel. Il y a même de la difference entre l'urine d'une vache qui pâit dans un seul clos où l'on l'a renfermée, d'avec celle d'une autre vache à qui l'on a laissé la liberté de la campagne. L'urine de celle du clos est ordinairement un peu plus âcre; mais l'urine de celle qu'on nourrit dans la ville a plus d'âcreté & de force que toutes les autres, & elle chauffe davantage ceux qui en boivent. Ce qui vient apparemment de ce qu'on donne à manger à la vache de ville, outre l'herbe qu'on lui va cueillir, du son, de l'avoine, du marc de biere. On choisit donc avec raison l'urine nouvellement rendue d'une vache qui pâit à la campagne; mais il faut prendre garde qu'elle n'habite pas dans ce temps-là avec le taureau, car alors son urine seroit un peu bourbeuse, blanchâtre & de mauvaise qualité.

La vache dont on reçoit l'urine doit être plutôt jeune & grasse que vieille & maigre. La couleur de son poil est entierement indifferente.

La saison la plus convenable pour boire de l'urine de vache est le Printemps, pendant que les bestiaux mangent la pointe de l'herbe, mais on en prend aussi en Automne. Le bon usage de cette urine est d'en boire chaque matin à jeun deux ou trois verres à un quart-d'heure l'un de l'autre, après l'avoir passée par un linge, de se promener ensuite, & d'avaler un bouillon deux heures après le dernier verre.

Ce remede est un hydragogue, il purge beaucoup les serositez par le ventre & par les urines: on continuë à en

prendre huit ou dix jours, ou plus long-temps si l'on en a besoin. Quelques Allemands disent qu'il y a du danger de se tenir trop en repos quand on a pris de l'urine de vache, parceque si l'évacuation ne s'en est pas faite assez tôt, elle agit sur les nerfs & cause des petites convulsions. C'est ce que je n'ay point vû arriver, quoique j'en aye fait prendre à plusieurs personnes qui ne pouvoient marcher ni s'agiter.

Les maladies pour lesquelles je me suis servi de l'urine de vache sont la jaunisse, lesumatismes, la goutte, l'hydropisie, les vapeurs, la sciastique, l'asthme.

Quand le malade peut être transporté, il est bien à propos qu'il aille à la campagne pour prendre ce remede, parceque l'urine lui est apportée plus naturelle & plus nouvelle, mais j'en ay vû prendre avec succès à Paris à plusieurs personnes qui n'avoient ni la commodité ni le pouvoir d'aller à la campagne. Voici les effets que j'ay reconnus de l'usage de l'urine de vache.

J'en ordonnay le Printemps dernier à une femme atteinte d'unumatisme qui dégéneroit en goutte sciastique: elle en prit deux jours de suite seulement, étant à la campagne, après avoir fait les remedes generaux, elle en fut beaucoup purgée par le ventre, elle jetta une grande quantité d'eaux, & elle guerit.

Un homme qui avoit unumatisme gouteux en prit aussi, & il s'en trouva soulagé. Plusieurs hommes sujets à la goutte m'ont dit en avoir pris, & s'en être fort bien trouvez.

Une femme atteinte d'une hydropisie naissante en prit à Paris par mon conseil douze jours de suite, après avoir fait beaucoup d'autres remedes, elle jetta abondamment des eaux par les selles & par les urines. J'en ay fait prendre depuis ce temps-là à plusieurs autres hydropiques, elle les a purgez mediocrement & ne les a point soulagez.

J'en ordonnay le mois de May dernier à un homme âgé de soixante & douze ans, qui a depuis plusieurs années une retention d'urine, & qui est sujet à la goutte; au lieu

de la prendre dans le même mois comme je l'avois recommandé, il n'en prit pas plutôt qu'au mois de Juin à la campagne, dans un temps fort chaud, & par conséquent peu convenable à l'usage de ce remède. La trop grande chaleur de la saison n'empêcha pourtant pas que l'urine de vache ne lui fit du bien aux trois premiers jours, il urinoit plus aisément qu'auparavant, & il se trouvoit soulagé; mais le quatrième jour qu'il en but, elle lui donna un grand mal de cœur, il vomit fortement & abondamment, & il eut de grandes foiblesses. On le ramena à Paris, il me dit que la cause de ce vomissement & du mal de cœur venoit de ce que l'urine qu'il avoit prise en dernier lieu étoit empreinte de la semence du taureau, qu'il s'étoit bien apperçû qu'elle étoit un peu plus trouble & plus blanchâtre qu'à l'accoutumée, & qu'elle avoit un goût plus fade. Ce goût importun lui donna des rapports, & lui resta au moins un mois. Il demeura les trois mois suivans dans un tres-grand dégoût, & dans un abattement considérable qui le mit en danger de sa vie. Il en a été guéri principalement par l'émetique, & par les purgations ordinaires qui ont fait revenir sa goutte.

Je vis au Printemps dernier un jeune homme qui guerit d'une jaunisse qu'il avoit par l'usage que je lui fis faire de cette urine à la campagne.

J'ay remarqué que presque tous ceux qui ont usé de l'urine de vache en Esté pendant les grandes chaleurs s'en sont mal trouvez : elle les a trop purgez, & elle leur a laissé une impression de chaleur & de sécheresse. Ce remède est atténuant & fondant, il est bon pour dissoudre les humeurs grossières & visqueuses, mais il épuise & dessèche trop en Esté. J'ay reconnu encore que les personnes pituiteuses, grasses, replettes, en étoient bien moins fatiguées & affoiblies que celles qui étoient maigres, grêles de corps, & d'un temperament sanguin & bilieux.

Je recommençay en Automne à faire prendre de cette urine à plusieurs malades, elle réussit bien pour les rhumatismes ordinaires.

Une femme attaquée d'asthme & d'hydropisie du bas ventre & des jambes, après avoir fait les remèdes généraux sans diminution de son mal, prit à Paris de l'urine de vache pendant vingt jours : elle rendit à chaque jour beaucoup d'eaux par le ventre & par les urines, & elle en fut beaucoup soulagée, car son ventre & ses jambes diminuèrent considérablement de volume, & sa respiration en fut plus libre : elle avoit des duretés aux cuisses, je les fis fomentier tous les jours avec les mêmes urines chaudes, elles furent ramolies & en partie résolues. On peut donc dire que l'urine de vache avoit bien réussi en cette occasion ; mais l'Hyver étant venu tous les accidens de la maladie ont recommencé, & la malade est présentement aussi incommodée qu'elle étoit auparavant. Je la soulage par des vomitifs que je lui fais prendre de temps en temps, & au Printemps où nous allons entrer j'espère de la remettre à l'usage de l'urine de vache.

Une femme attaquée de vapeurs hystériques & mélancoliques, après avoir usé d'un grand nombre de remèdes sans être beaucoup soulagée, a été guérie par l'urine de vache.

Un homme âgé de plus de soixante ans, s'étant accoutumé à boire de son urine pendant trois jours de suite chaque mois, & s'en trouvant bien, voulut au commencement de l'Automne dernier essayer d'user de celle de vache à la campagne : il trouva qu'elle le purgeoit un peu plus que la sienne, qu'elle le faisoit uriner plus abondamment, & qu'elle l'échauffoit moins.

Plusieurs se servent de l'urine de vache en lavement, elle les purge beaucoup, mais en cela elle ne diffère point de l'urine de l'homme. Un sel actif qui est toujours contenu naturellement dans les urines, picotte & irrite la membrane interne de l'intestin, & excite l'évacuation.

Une païsane hydropique du bas ventre & des jambes depuis deux ans & demi, ayant reçu deux fois la ponction par laquelle on avoit fait sortir trente-cinq pintes d'eau à chaque fois, s'étoit mise à l'Hôtel-Dieu parceque ses jam-



bes avoient crevé, il en couloit beaucoup d'eau, & l'on craignoit que la gangrenne ne s'y mît: elle s'impatienta de ce que son mal tiroit trop en longueur, elle retourna à son Village, où elle but en cachette beaucoup de vin nouveau, elle en eut la fièvre bien fort. On s'avisa de lui faire prendre de l'urine de vache, elle en fut beaucoup purgée, son ventre & ses jambes en furent desenfleées, les ouvertures s'en refermerent, elle reprit sa force & son embonpoint, & l'on m'a assuré qu'elle travailloit presentement à cultiver la terre comme elle faisoit avant sa maladie.

Je pourrois rapporter encore plusieurs autres experiences des effets de cette urine, si je ne craignois d'être trop long. Au reste je n'ay point remarqué que dans le general elle ait laissé beaucoup d'impression de chaleur à ceux qui en ont bû, elle ne les a point affoiblis, au contraire elle les a fortifiez, & à la plupart elle a excité de l'appetit, parcequ'elle a emporté les humeurs qui pouvoient être nuisibles au ventricule. Il est vrai qu'en quelques-uns elle a excité des maux de cœur & des envies de vomir dans le temps qu'on l'a buë, soit à cause de la repugnance qu'on en a euë, soit parceque le sel huileux qu'elle contient en bonne quantité a picotté & irrité les fibres des estomacs foibles. Je la croi un remede salutaire, & qui ne doit point être negligé. Il me paroît necessaire avant que de prendre l'urine de vache de s'être préparé par quelques purgations & autres remedes; car quand on n'a point pris cette précaution, & qu'il y a trop de plénitude dans le corps, on est sujet à vomir l'urine, & elle n'agit point par bas.

#### *Analyse de l'Urine de Vache.*

Cette urine est ordinairement un peu trouble, déposant peu de matiere quand on la laisse reposer, se corrompant aisément: sa couleur est jaune ou citrine: son odeur est fade, un peu différente de celle des autres urines, & ayant bien du rapport à celle de la fiente ou bouzée de vache, mais moins forte. On y distingue même quelque

chose qui approche un peu de l'odeur du lait de l'animal nouveau tiré : son goût est un peu amer , salé & âcre , principalement quand l'urine vient d'une vache qui a été nourrie dans la ville.

On trouve à la campagne des vaches dont l'urine nouvellement rendue n'est qu'un peu amere , sans qu'il y paroisse de salure ; mais si l'on la garde quelques heures , elle devient salée & âcre.

L'urine de vache fermente avec les acides , ce qui fait connoître que le sel qu'elle contient est alkali.

J'ay mis en distillation dans des cucurbites de verre seize livres ou huit pintes d'urine de vache qu'on m'avoit apportée de la campagne , & qui avoit été rendue depuis deux jours : elle étoit claire , jaunâtre , d'une odeur ordinaire , d'un goût amer & salé avec un peu d'âcreté. J'ay fait boire à un malade deux verres de l'urine distillée , elle a purgé un peu , mais beaucoup moins que l'urine qui n'a point été distillée. Cette qualité purgative venoit apparemment d'une portion de sel volatile que l'eau avoit enlevée avec elle , car elle étoit un peu salée.

J'ay continué la distillation de l'urine , j'en ay tiré en la maniere ordinaire beaucoup de sel volatile & d'huile tres-penetrants , & qui n'ont en rien differé du sel volatile & de l'huile qu'on tire de l'urine de l'homme. Il est resté au fond du vaisseau une masse sèche , rarefiée , noire , pesant quatre onces , d'un goût amer & salé ; je l'ay mise calciner à feu ouvert dans un pot qui n'étoit point vernissé , elle s'est allumée , elle a jetté des fumées , & sa couleur est devenue grise blanchâtre ; j'en ay tiré par la lessive trois onces & deux dragmes & demie d'un sel fixe privé d'odeur , blanc , âcre & alkali. Il peut servir comme les autres sels fixes à exciter l'urine , si l'on en prend demi dragme ou deux scrupules à la dose.

J'ay fait sécher les cendres restées après l'extraction du sel , j'en ay eu trois dragmes & dix-huit grains : elles sont grises sans odeur ni saveur ; je les ay fait toucher au couteau aimanté & même à la pierre d'aimant , mais il ne s'y est fait aucune attraction.

J'ay expérimenté par occasion si l'aimant attireroit quelque chose de la corne de cerf calcinée, de l'yvoire brûlé, du crane humain calciné, des os ordinaires brûlez, des coquilles d'huitre calcinées, & des cendres de plusieurs autres parties d'animaux, je n'y ay apperçû aucune attraction ni jonction.

---

*E C L A I R C I S S E M E N S*  
*TOUCHANT LA VITRIFICATION*  
*DE L'OR AU VERRE ARDANT.*

PAR M. HOMBERG.

1707.  
26. Fevrier.

**U**N Philosophe Hollandois, qui a vû une partie de mes experiences faites au verre ardent, me demanda par Lettres il y a environ deux mois quelques éclaircissemens sur la vitrification de l'or au Soleil, & il me fit en même temps l'objection suivante, sçavoir, qu'il avoit observé pendant que l'or étoit en fonte au Soleil, qu'il voloit de temps en temps quelque petit flocon de cendres sur cet or, qui dans le même instant se fendoit & disparoissoit, ce qui lui avoit fait penser, qu'il pourroit bien être, que l'or restant long-temps exposé au Soleil, beaucoup de ces petits flocons de cendres se fondant successivement & restant sur cet or fondu, pouvoient se ramasser & se réunir en une seule goutte sensible de matiere vitrifiée, & composer cette larme de verre qui nage sur cet or, que j'aurois pris pour une veritable vitrification de l'or par les rayons du Soleil, & qui dans le fond ne seroit qu'une vitrification des cendres du charbon qui soutient cet or pendant qu'on l'expose au foyer du verre ardent.

Je répondis à cette objection, que ce verre ne pouvoit pas être produit par les cendres qui auroient volées sur l'or fondu, par la raison, qu'il devoit arriver une vitrification

tion

tion pareille sur l'argent que l'on tient pendant quelque temps en fonte au Soleil, sur lequel les cendres voloient avec la même liberté que sur l'or fondu, & que cependant on n'observoit pas de matiere vitrifiée sur l'argent, quelque long-temps qu'on l'exposât au Soleil, ce qui devoit pourtant arriver, puisque la même cause appliquée dans les mêmes circonstances produit toujours les mêmes effets.

J'ay reçu depuis une autre Lettre de la même personne, dans laquelle on n'insiste plus sur la premiere objection; mais on me demande des éclaircissmens plus amples du même fait, & l'idée que je pourrois avoir de la maniere que l'or se détruit au Soleil & se change en verre. Je lui ay fait la réponse suivante.

Le fait en question est, que l'or fin fondu au Soleil fume beaucoup, qu'il diminuë peu à peu en fumant jusques à entiere déperdition de la substance de l'or, & qu'il reste un peu de verre qui ne pese pas la dixième partie de cet or qui a été dissipé par le verre ardent.

Pour satisfaire à vôtre demande, il faudroit expliquer *primò* ce que c'est que cette fumée, *secundò* pourquoi l'or diminuë au verre ardent & qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, & *tertiò* pourquoi après l'évaporation de l'or qui est pesant, il reste un peu de verre qui est léger.

Pour faire connoître donc *primò* ce que c'est que cette fumée qui sort continuellement de l'or fin pendant qu'il est en une fonte violente par le verre ardent, je diray qu'un metal parfait, comme est l'or, est composé principalement de deux matieres, sçavoir de mercure ou de vis-argent, & de souffre metallique, qui séparément pris sont toujours volatils, c'est à dire sont enlevez en fumée par le moindre feu; mais lorsqu'ils sont joints ensemble & qu'ils sont devenus metal, de la maniere que je l'ay décrit dans mon second Memoire sur le souffre principe, qui est imprimé dans nos Memoires de l'année passée (que je vous prie de lire, pour m'en épargner ici la repetition); ils perdent cette volatilité, & deviennent si fixes, que le feu de

la flamme ou le feu ordinaire de nos laboratoires ne les <sup>l'</sup>cau-  
roit enlever en fumée, ni les separer l'un de l'autre; mais  
la matiere de la lumiere poussée vivement par le Soleil &  
concentrée par la grande loupe, étant capable de desunir  
les parties du mercure d'avec le souffre qui les lie en me-  
tal (ce que je vais prouver dans l'article suivant) elle les  
separe, & remet le mercure aussi-bien que le souffre dans  
le même état qu'ils étoient avant que d'être devenu me-  
tal; & comme chacune de ces deux matieres separément  
prise est volatile, c'est à dire qu'elle peut être enlevée en  
fumée par le moindre feu, la chaleur du foyer du verre  
ardant les enleve en la fumée dont on s'apperçoit pen-  
dant tout le temps que l'or y est en une fonte violente,  
enforte que cette fumée n'est autre chose que le mercure  
de l'or & une partie de son souffre, qui s'évaporent par la  
violence du feu du Soleil.

Je crois avoir expliqué assez intelligiblement dans les  
Memoires du souffre principe, ce que c'est que le souffre  
metallique, & de quelle maniere il penetre les parties so-  
lides du mercure, pour les lier ensemble & pour se chan-  
ger tous deux en metal. (Voyez-les, & si vous y trouvez  
des difficultez mandez-les-moy, je tâcheray de les éclair-  
cir & de vous satisfaire, car il me semble que j'en vois l'ar-  
tifice tres-clairement.)

Pour expliquer en second lieu pourquoy l'or diminuë  
aux rayons du Soleil concentrez par le verre ardant, &  
qu'il ne diminuë pas au feu ordinaire, je diray que le feu  
ordinaire ou la flamme est un mélange de la matiere de la  
lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre  
corps qui brûle, & que les rayons du Soleil ne sont que la  
matiere de la lumiere seule poussée par le Soleil. (Voyez  
le premier Memoire du souffre principe.) Or comme une  
matiere simple est toujours plus petite que cette même  
matiere jointe à une autre qui est plus grosse qu'elle, la  
simple, c'est à dire la matiere de la lumiere, pourra s'in-  
troduire aisément dans les interstices, ou la composée,  
c'est à dire la flamme ne pourra pas entrer; nous avons sup-

posé dans l'article précédent, que l'or est un assemblage de vif-argent & de soufre métallique, les parties de ces deux matieres sont si petites que leur assemblage qui compose l'or, ne laisse pas des interstices assez grands pour que la flame s'y puisse introduire & les separer les unes des autres; mais la matiere de la lumiere étant infiniment plus petite que celle de la flame, elle peut s'introduire dans les interstices que le soufre métallique & le mercure laissent entr'eux dans la composition de la matiere de l'or, & les desunir, & comme ce metal ne consiste que dans l'assemblage étroit de ces deux matieres-là, que les rayons du Soleil sont capables de desunir, la composition de l'or doit cesser d'être, ou doit se détruire par les violentes secousses des rayons du Soleil; & par la raison du contraire, la flame étant trop grossiere pour s'introduire dans les interstices de l'assemblage des deux matieres qui composent l'or pour les desunir, ce metal doit toujours subsister dans la plus violente flame, sans en pouvoir jamais être détruit, ce qui est la raison pourquoy l'or diminué au foyer du verre ardent, & qu'il ne diminué pas au feu de nos laboratoires, quelque fort qu'il soit.

Pour sçavoir enfin ce que c'est que ce verre qui reste après l'évaporation de l'or au verre ardent, je diray que dans la composition de tous les mixtes, soit artificiels ou naturels, il se trouve toujours dans leurs analyses une certaine portion de matiere terreuse; j'en suppose donc aussi un peu dans les metaux parfaits qui sont l'or & l'argent.

La terre pure est une matiere absolument fixe, & comme dans la destruction du metal au verre ardent il ne peut s'évaporer par la chaleur que sa seule partie volatile, dont la principale est le mercure, sa partie terreuse doit rester comme la seule matiere fixe, laquelle se vitrifie toujours quand elle se peut joindre dans un grand feu à quelque chose qui puisse lui servir de fondant, ce qui arrive dans cette operation à la partie terreuse de l'or; car le mercure du metal ayant été évaporé le premier, une partie du soufre qui reste se joint pour quelque temps à cette terre,

lui sert de fondant, & ils composent ensemble cette matière vitrifiée, qui est toujours repoussée sur la surface comme une matière plus légère que l'or; si on expose ce verre pendant quelque temps au foyer de la grande lentille, il continue à fumer, le souffre qui lui avoit servi de fondant, s'en évapore peu à peu, & ce verre se réduit en une terre friable qui ne se fond plus, de sorte que la goutte de verre qui se forme sur une masse d'or fin qui est en fonte pendant long-temps au verre ardent, n'est autre chose que la partie terreuse de l'or qui reste, à mesure que l'or se détruit au verre ardent, & qui a été vitrifiée par le moyen du souffre de ce métal qui lui a servi de fondant; & comme la partie la plus pesante du métal est son mercure, qui dans cette occasion s'en va en fumée, le verre qui reste doit être plus léger que l'or qui l'a produit, ce qui est la cause pourquoy après l'évaporation de l'or qui est fort pesant, il reste un peu de verre qui est fort léger.

Il ne se fait pas une vitrification semblable de l'argent fin quand on le fait évaporer au verre ardent, la terre qui se sépare de la masse de l'argent à mesure que le mercure s'en évapore, est repoussée sur la superficie de l'argent en forme d'une poudre très-blanche & très-légère, mais qui ne se fond point au foyer de notre grande lentille, je crois que la raison en est que le peu de souffre métallique qui entre dans la composition de l'argent (Voyez le second Memoire du souffre principe) ne suffit pas pour mettre en fonte la terre de son métal après que le mercure en a été évaporé, & qui selon toutes les apparences s'évapore lui-même avec son mercure, car la fumée qui s'en élève est beaucoup plus abondante que dans l'évaporation de l'or; & comme cette terre y reste seule & sans fondant, elle ne change pas de figure comme fait celle de l'or, qui se joint à une partie du souffre de son métal qui lui sert de fondant, pour se liquéfier en une masse de verre.

Une preuve que le manque du souffre est la cause que la terre de l'argent qui reste après l'évaporation de son

mercure, ne se vitrifie pas, est que lorsqu'on introduit un soufre étranger dans l'argent, & qu'on l'expose ensuite au verre ardent, sa terre se vitrifie comme celle de l'or, ce que j'ay observé en trois differens cas, dont le premier est quand on mêle parties égales d'or fin & d'argent fin, il en provient plus de verre au miroir ardent, que si la même quantité d'or y avoit été exposée seule & sans le mélange de l'argent, apparemment par la raison que la grande quantité de soufre de l'or vitrifie dans ce mélange aussi-bien la terre de l'argent que celle de l'or, qui n'auroit vitrifié que celle de l'or si l'on n'y avoit pas mêlé l'argent.

Le second cas est, lorsqu'on introduit dans une masse d'argent un peu de l'huile ou du soufre superflu du fer, comme je l'ay montré dans mon Memoire du fer au verre ardent, inseré dans nos Memoires de l'année 1706, cet argent exposé au miroir ardent ne sépare pas sa terre en forme d'une poudre sèche comme fait l'argent fin, mais elle se liquifie en verre comme celle de l'or, le soufre du fer lui servant de fondant.

Le troisième cas est, lorsqu'on raffine l'argent par le regule d'antimoine, quoique cet argent soit plus souple sous le marteau, & plus beau en couleur que par aucun autre raffinage, néanmoins en l'exposant au verre ardent il fume beaucoup plus que celui des autres raffinages, & il s'amasse une matiere vitrifiée sur sa superficie, au lieu qu'il s'amasse une poudre terreuse sur l'argent fin ordinaire; apparemment qu'il reste dans cet argent quelque peu de soufre du regule, qui sert de fondant à sa matiere terreuse, pour paroître en verre de la même maniere que dans les cas précédens : Je suis, Monsieur, &c.

J'ay reçu depuis quinze jours encore une Lettre sur cette même matiere, où un autre Hollandois m'écrit qu'il n'est pas content de la réponse que j'ay fait à la premiere objection; sçavoir, que ce verre pourroit bien n'avoir été produit que par les cendres du charbon qui auroient volé sur l'or, & qui s'y seroient vitrifiées par l'ardeur du Soleil,



à quoy j'avois répondu : que si ce verre n'étoit autre chose que des cendres vitrifiées, il devoit s'y en trouver aussi-bien sur l'argent qui est en fonte par le Soleil comme sur l'or, puisque ces cendres ont la même facilité de voler sur l'un comme sur l'autre, & s'y fondre en verre par le même degré de feu; & comme cela n'arrive pas, j'avois jugé que les cendres du charbon qui soutient l'or pendant qu'il est exposé au Soleil, ne pouvoient pas être la matiere du verre qui se forme sur cet or.

Mon Hollandois m'a repliqué que cette réponse ne satisfait pas à l'objection, puisqu'il est aisé de prouver, dit-il, que les cendres se doivent vitrifier sur l'or, & ne se pas vitrifier sur l'argent au même degré du foyer du verre ardent, ce qu'il prétend faire de cette maniere : Il suppose en premier lieu que dans cette operation ce ne sont pas seulement les rayons qui partent du verre ardent qui agissent sur ces cendres, que ce sont ces mêmes rayons réfléchis de dessus le metal en fonte qui agissent ensemble & de concert sur ces cendres : Il suppose en second lieu que ces cendres ne sçauroient être mises en fonte par les seuls rayons qui partent du verre ardent, sans être aidez par les rayons réfléchis de dessus un corps capable d'en réfléchir en assez grande quantité pour suffire à cette fonte : Et troisièmement il suppose que l'or étant un corps plus compacte que l'argent, qu'il en réfléchit une assez grande quantité de rayons pour suffire à la fonte de ces cendres; mais l'argent se trouvant beaucoup plus poreux que l'or, que la plupart des rayons qui partent du verre ardent se noient dans les pores de l'argent, & par consequent qu'il ne s'en réfléchit pas assez pour mettre ces cendres en fusion, & que c'est-là la vraie raison pourquoy il s'amasse une matiere vitrifiée sur l'or, & une simple poudre sur l'argent qui ne se fond pas en verre, & qu'ainsi l'objection demeurait dans toute sa vigueur.

Pour répondre à ce raisonnement selon l'ordre des trois suppositions & de la consequence qu'on en a tirée, j'ay dit touchant la premiere supposition que les rayons réfléchis

de dessus les corps en fonte au verre ardent, sont de si peu de consequence qu'on les doit compter pour rien, parce-que tout corps fondu prend une superficie convexe, qui dans une petite quantité d'or ou d'argent est parfaitement spherique. Or les rayons de lumiere qui tombent sur une superficie convexe, bien loin d'agir de concert sur quelque autre corps, ils s'écartent plutôt & s'affoiblissent, & cela d'autant plus considerablement que la superficie qui reflechit est plus parfaitement spherique, & que la sphere est petite, comme dans le cas present, où elle n'a pas plus de trois ou de quatre lignes de diametre ; aussi quand on approche le doigt de cet or fondu à l'éloignement d'environ un pouce ou d'un pouce & demi à l'endroit où la reflexion se devoit faire sentir, on n'y sent qu'une chaleur tres-legere, qu'on supporteroit pendant une heure entiere sans s'incommoder, au lieu qu'en s'approchant tant soit peu du foyer du verre ardent, on se sent brûlé dans l'instant de la maniere du monde la plus vive, & par consequent on doit juger que ce n'est que le foyer des rayons qui partent du verre ardent qui font tout l'effet qu'on y remarque, & non pas les rayons reflechis.

La seconde supposition, qui dit que les cendres ne scauroient se fondre par les seuls rayons qui partent du verre ardent sans le secours des rayons reflechis, est absolument fausse, ce que je prouve de cette maniere : Quand on expose un charbon au verre ardent, il se couvre en peu de temps de cendres blanches, excepté à l'endroit où donne le vrai foyer, qui est toujours dégarni des cendres, parce-que ce foyer les met en fonte à mesure qu'elles s'y font, & quand on promene ce foyer sur le reste du charbon qui est couvert de cendres, elles disparoissent dans le même instant que le foyer les touche, & le charbon devient en moins d'un clin d'œil aussi net en cet endroit-là comme si on venoit de le laver avec de l'eau, parceque le vrai foyer fond ces cendres dans le moment qu'il les touche, & les réduit par-là en des petits grains de verre, qui sont si petits, que non-seulement on ne les scauroit voir avec les

yeux simples, mais en les cherchant avec une loupe. Je n'ay pas pû les découvrir, & on ne les trouve qu'en les cherchant attentivement avec un bon microscope, ce qui est la cause pourquoy ces cendres disparoissent tout d'un coup.

Tout ceci arrive immédiatement sur le charbon, qui est un corps fort léger & fort poreux, dans lequel les rayons qui partent du verre ardent se noient presque tous, & il s'en reflechit si peu, qu'en regardant le charbon au travers d'un verre coloré dans le temps que le foyer du verre ardent le touche, on ne s'apperçoit que d'une lumière tres-foible, au lieu qu'on s'apperçoit d'une lumière si éclatante au travers de ce même verre coloré, quand on regarde de l'argent fondu au Soleil, qu'on en est au moins autant ébloui que quand on y regarde l'or en fonte; ce qui détruit absolument la troisième supposition, qui veut qu'il ne se fasse presque pas de reflexion des rayons sur l'argent : mais comme il a été prouvé tout à l'heure que la reflexion des rayons ne sert de rien pour fondre ces petites flameches de cendres, surquoi étoit fondé tout le raisonnement de mon Antagoniste, il me paroît que la conséquence qu'il en tire tombe d'elle-même, & que la réponse que j'avois faite en premier lieu subsiste toujours, sçavoir, que le verre qui se trouve à la place de l'or fin, qui s'évapore au verre ardent, & que la poudre blanche & légère qui reste après l'évaporation de l'argent fin, ne proviennent pas des cendres du charbon, mais de l'or & de l'argent même.



DEMONSTRATIONS

# DEMONSTRATIONS

## SIMPLES ET FACILES

*De quelques propriétés qui regardent les Pendules ;  
avec quelques nouvelles propriétés de la Parabole.*

PAR M. CARRE'.

**A**Yant été averti par un de mes amis, à qui j'ai parlé 1707.  
16. Février.  
de cette petite découverte, qu'il y avoit quelque chose de semblable dans les Journaux des Sçavans de Leipfik (ce que j'ai peut-être lû dans le tems, mais dont je ne me souvenois plus, car on ne se souvient pas de tout) j'ai balancé quelque tems à donner ce Memoire. Mais comme je ne m'y suis pas pris de la même maniere que M. Lichtscheid (c'est le nom de l'Auteur) pour déterminer la Ligne courbe dont il est question, & que je démontre d'autres choses & fais d'autres remarques que ce Mathématicien, je m'y suis déterminé d'autant plus volontiers, que je lui en abandonne toute la gloire, ne me réservant que celle d'y avoir pensé après lui.

### LEMME.

Les tems des vibrations des Pendules sont entr'eux en raison des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

Soient deux Pendules inégaux  $AB$ ,  $AD$  mis dans une situation horizontale, & qu'on suppose être descendus l'un en  $M$  & l'autre en  $N$ , puis en  $m$  & en  $n$  d'une quantité infiniment petite ; & soient menées les perpendiculaires ou les sinus  $MP$ ,  $NQ$  des arcs parcourus. Comme le tems s'exprime par l'espace parcouru divisé par la vitesse employée à le parcourir, & que les vitesses des mouvemens accelerez sont en raison des racines quarrées des hauteurs d'où ces corps

ont commencé à descendre, l'on pourra exprimer les vitesses de chaque Pendule aux points  $M$  &  $N$  par  $\sqrt{PM}$  &  $\sqrt{QN}$ ; donc le tems par le petit arc  $Mm$  sera égal à  $\frac{Mm}{\sqrt{PM}}$ , & le tems par le petit arc  $Nn$  sera égal à  $\frac{Nn}{\sqrt{QN}}$ : Et nommant  $AB, a$ ;  $AD, b$ ;  $PM, x$ ; & le petit arc  $Mm, dx$ , l'on aura pour le premier tems  $\frac{dx}{\sqrt{x}}$ ; & pour avoir le second, l'on fera  $AB(a). AD(b):: PM(x). QN = \frac{bx}{a}$ ; &  $AM(a). AN(b):: Mm(dx). Nn = \frac{b dx}{a}$ ; donc le tems exprimé par  $\frac{Nn}{\sqrt{QN}} = \frac{b dx}{a x \sqrt{\frac{bx}{a}}} = \frac{dx \sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$ : ces tems seront donc entr'eux comme  $\frac{dx}{\sqrt{x}}$  est à  $\frac{dx \sqrt{b}}{\sqrt{ax}}$ ; mais  $\frac{dx}{\sqrt{x}}. \frac{dx \sqrt{b}}{\sqrt{ax}} :: 1. \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} :: \sqrt{a}. \sqrt{b}$ ; d'où l'on doit conclure que ces tems sont comme les racines quarrées des longueurs des Pendules. *Ce qu'il falloit démontrer.*

#### COROLLAIRES.

Il est évident, 1°. que les vitesses sont comme les tems, car elles sont comme  $\sqrt{x}$  à  $\sqrt{\frac{bx}{a}}$ . Ainsi un Pendule étant quadruple d'un autre, sa vitesse sera double.

2°. Que les quarrés des tems ou des vitesses sont comme les longueurs de ces Pendules, ou comme les rayons des arcs qu'ils décrivent; donc ils sont aussi comme ces arcs qui sont les espaces parcourus.

3°. Que les nombres des vibrations des Pendules sont en raison reciproque des racines quarrées des longueurs de ces Pendules.

4°. Il est encore évident que les vitesses acquises de deux Pendules qui décrivent des arcs semblables, sont en raison des racines quarrées des cordes de ces arcs, ou comme les racines quarrées des sinus droits ou versés de ces arcs; parceque toutes ces lignes sont en même raison que les rayons ou les longueurs de ces Pendules.

5°. Les vitesses d'un même Pendule décrivant differens

arcs, sont en même raison que les cordes de ces arcs. Car par la propriété du cercle ces cordes sont entr'elles comme les racines de leurs sinus versés, qui sont les hauteurs d'où le Pendule est descendu. Mais les vitesses de ce Pendule sont comme les racines de ces hauteurs, donc, &c.

6°. La première vitesse d'un Pendule dans un point quelconque de l'arc qu'il décrit en descendant, comme en *N* est à la première vitesse que ce même corps auroit dans un point correspondant de la verticale suivant laquelle il tomberoit, comme le sinus *NV* de cet arc est au rayon ou à la longueur du Pendule *AD*. Car si l'on mène au point *N* une tangente, il est clair que ce Pendule commençant à se mouvoir en *N*, il aura en ce point la même détermination de mouvement, & par conséquent la même vitesse que s'il se mouvoit réellement suivant cette tangente, que l'on regarde comme un plan incliné dont la hauteur est la sous-tangente : Or la première vitesse d'un corps le long d'un plan incliné est à celle qu'il auroit suivant la hauteur de ce plan, comme cette hauteur est au plan incliné, c'est à dire dans ce cas comme la sous-tangente est à la tangente : mais la sous-tangente d'un cercle est à la tangente comme le sinus de l'arc est au rayon ; donc, &c. Il est donc évident que les augmentations de vitesse d'un Pendule sont comme les sinus des différens arcs qu'il décrit, lesquels vont toujours en diminuant : en effet ces augmentations se font par des tangentes qui deviennent toujours de plus en plus inclinées, ou qui vont toujours en s'approchant de l'horizontale, ce qui cause à chaque instant un nouvelle détermination de mouvement.

Ces principes simples & faciles étant posés, il est aisé de résoudre un grand nombre de Problemes que l'on peut proposer sur cette matiere.

## PROBLEME.

*Trouver la Ligne courbe que décrit en montant un Pendule qui seroit raccourci successivement & uniformément dans le tems de son mouvement, soit qu'il fasse ses vibrations laterales, soit qu'on le détermine à faire ses révolutions en décrivant la surface d'un Cone.*

FIG. II.

L'expérience apprend que si un Pendule faisant ses vibrations laterales, est arrêté dans son mouvement par un point quelconque de sa longueur, il les fera autour de ce point, & remontera précisément à la même hauteur d'où il est descendu. (L'on fait ici abstraction de la résistance de l'air qui n'est pas sensible dans ces sortes d'expériences). Ainsi un Pendule  $AB$  étant arrêté en  $E$  après avoir décrit l'arc  $BB$ , il décrira l'arc  $BE$  qui a pour centre le point  $E$ , & remontera à la même hauteur  $CB$  d'où il est descendu : Car l'on sçait que les hauteurs où s'élèvent les Pendules en faisant leurs vibrations, sont égales aux sinus versés des arcs qu'ils décrivent. Que si le point où on l'arrête étoit au-dessous de  $C$ , c'est à dire moins haut que celui d'où on le laisse tomber, il est visible que pour employer tout son mouvement il fera quelques tours à l'entour du point où il est arrêté, & cela plus ou moins selon qu'il tombera de plus ou moins haut. Et il seroit facile de démontrer qu'afin que le corps suspendu décrive une circonference entiere, il faudroit que la force centrifuge fût à son poids comme 5 à 1, c'est à dire que le fil de suspension fût tendu par une force sextuple du poids de ce mobile. Que si on l'arrête précisément à une hauteur égale à celle d'où il est descendu comme en  $C$ , il est clair qu'il décrira un quart de cercle entier. C'est la même chose si au lieu de l'arrêter en differens points, on venoit tout d'un coup à le raccourcir de la même quantité.

FIG. III.

Maintenant si l'on suppose qu'un Pendule  $AB$  fasse ses révolutions autour du point de suspension  $A$ , en sorte qu'il décrive la surface d'un Cone qui seroit formé par le mouvement d'un triangle rectangle  $ADC$  autour de  $AD$ , qu'il

y ait un anneau au point  $A$  au travers duquel passe le fil de suspension, & puisse glisser dedans comme on voudra, & qu'enfin une puissance  $R$  tire ce fil pour raccourcir successivement le Pendule après qu'on l'aura mis en mouvement : Il est clair que le poids  $B$  ne décrira pas le côté du Cone en montant, c'est à dire à mesure qu'on le raccourcira, parceque conservant toujours la force de remonter à la même hauteur, il auroit plus de vitesse qu'il ne lui en faudroit pour décrire, par exemple, la circonférence de la seconde révolution, qui seroit plus petite que la première si elle étoit prise dans la surface du Cone, ainsi elle doit être plus grande au lieu d'être plus petite, ce qui continuera jusqu'à ce qu'enfin le Pendule décrive un cercle parallèle à l'horizon, que l'on peut considérer en ce cas comme une des bases du solide dont il décrit la surface par ses révolutions. Car soit  $D$  le centre de la circonférence de la base de la surface Conique que le Pendule tend à décrire, si l'on regarde l'arc  $BC$  comme la moitié de celui qu'il décrirait en faisant des oscillations laterales, alors la ligne  $BD$  qui est le sinus versé de cet arc  $BC$  doit être regardée comme la hauteur où ce Pendule s'est élevé, ainsi étant déterminé par sa première impression de mouvement à décrire la surface Conique, il se trouvera toujours au commencement ou à la fin de chaque révolution dans le point extrême du sinus droit de l'arc de sa hauteur, & il aura dans tous les points de ces arcs une égale vitesse, ce que je prouve ainsi par le calcul.

Je prends un autre point quelconque  $E$  où je suppose qu'on ait fait monter le Pendule en le raccourcissant, & prenant  $EP = BD = a$ , tirant la perpendiculaire  $PM$  qui rencontre l'arc  $EM$  décrit du centre  $A$ , & menant du point  $E$  les cordes  $EM$ ,  $EF$ , il est clair par la supposition que le Pendule se trouvera au point  $M$ . Je dis maintenant que la vitesse du Pendule qui décrit l'arc  $EM$  est égale à la vitesse de ce même Pendule lorsqu'il décrit l'arc  $BC$  : Car nommant  $AB$ ,  $r$ ;  $AE$ ,  $x$ , & la vitesse suivant  $BC$ ,  $v$ ; l'on aura par la propriété du cercle  $BC = \sqrt{2ar}$ . Et pour avoir



la corde de l'arc  $EF$ , l'on fera  $AB (r). BC (V_{2ar}) :: AE (x). EF = \frac{xV_{2ar}}{r}$ , à cause des triangles semblables  $AEF, ABC$ , & que dans les differens cercles les cordes d'arcs semblables sont entr'elles comme les rayons. De même la corde  $EM = V_{2ax}$ . Ces choses étant posées, dans les cercles differens les vitesses d'un Pendule qui parcourt des

\* Corol. 4. arcs semblables \* sont comme les racines quarrées de ces cordes: l'on dira donc  $BC (V_{2ar})$  est à  $EF (\frac{xV_{2ar}}{r})$  comme le quarré de la vitesse en  $BC (vv)$  est au quarré de la vitesse en  $EF = \frac{v vx}{r}$ , donc cette vitesse  $= v V_{\frac{x}{r}}$ . Mais dans les mêmes cercles les vitesses dans differens arcs sont com.

\* Corol. 5. me leurs cordes \*, donc la corde  $EF (\frac{xV_{2ar}}{r})$  est à la corde  $EM (V_{2ax})$  comme la vitesse en  $EF (v V_{\frac{x}{r}})$  est à la vitesse en  $EM$  que l'on trouve  $= v$ ; donc la vitesse en  $EM$  est égale à la vitesse en  $BC$ .

Ce Pendule comme l'on voit décrira en montant une Ligne courbe, dont on demande la nature.

Pour déterminer cette Courbe, soit le Pendule raccourci enforte qu'il n'ait plus de longueur que  $AE$ , il est clair que dans cette supposition le Pendule se trouvera au point  $M$  qui est un de ceux de la Courbe que l'on demande, & le raccourcissant encore d'une quantité infiniment petite  $Ee$ , & prenant  $ep = EP$ , & décrivant l'arc  $em$ , le point  $m$  sera encore un des points de cette Courbe; a insi l'arc infiniment petit  $Mm$  sera l'élément de cette Courbe, &  $PM, pm$  en seront les ordonnées.

Ces choses ainsi posées, l'on voit que cette Courbe doit être telle que tous les arcs  $BC, EM, em$  décrits du centre  $A$ , & de chacun de ses points jusqu'à son axe, doivent être parcourus avec des vitesses égales ou en tems égaux. L'on aura donc à cause des triangles rectangles  $EPM, epm; \overline{EM}^2. \overline{em}^2 :: \overline{PM}^2. \overline{pm}^2$  à cause que  $EP = ep$ ; &  $\overline{PM}^2. \overline{pm}^2 :: AE^2 + AP^2. Ae^2 + Ap^2$ , parce qu'à cause

du cercle  $PM$ ,  $pm$ , sont moyennes proportionnelles entre les parties du diamètre.

L'on pourroit donc énoncer ce Probleme en cette sorte, trouver la Courbe dont les quarrés des ordonnées soient toujours proportionnels à des lignes déterminées, c'est à dire que  $\overline{PM}$  soit à  $AE + AP$  en raison constante. Ainsi nommant  $AE, x$ ;  $EP = BD = a$ , donc  $AP = x - a$ ; &  $AE + AP = 2x - a$ ;  $PM, y$ ; & que la raison constante soit comme  $a$  est à 1; l'on aura cette analogie  $yy. 2x - a :: a. 1$ , donc  $yy = 2ax - aa$ , qui est un lieu à la Parabole que l'on construit ainsi.

Soit menée la ligne  $DK$ , & soit prise la partie  $DF =$  FIG. IV.  
 $EP = a$ , que l'on divisera en deux parties égales au point  $A$ , & prenant  $DE$  égale à la longueur indéterminée  $AE$  du Pendule  $= x$ , donc  $AE = x - \frac{1}{2}a$ ; prenant donc  $EQ$  ( $y$ ) moyenne proportionnelle entre  $x - \frac{1}{2}a$ , &  $2a$ , l'on aura  $yy = 2ax - aa$ , qui est l'équation qu'il falloit construire.

Il est évident que le point  $F$  qui est le foyer de la Courbe, est le point de suspension, & que le point  $A$  en est le sommet; car alors  $x = \frac{1}{2}a$ , donc  $2ax - aa = 0$ , &  $y = 0$ , donc un Pendule faisant ses oscillations dans un plan vertical, il montera jusqu'au point  $A$ , & delà il tombera perpendiculairement. Que si  $x = a$ , donc  $y = a$ , c'est à dire que l'ordonnée qui part du foyer sera égale à la hauteur à laquelle le Pendule monte dans son mouvement, ou au sinus versé de l'arc qu'il décrit qui est le rayon lui-même, & dans ce cas le Pendule décrira une demi-circonférence s'il fait ses oscillations latéralement, ou une circonférence parallèle à l'horizon si on lui a imprimé un mouvement pour le faire décrire la surface d'un Cone, car  $FN$  sera la longueur du Pendule. Enfin si  $x$  est moindre que  $\frac{1}{2}a$ , ce Pendule fera ses révolutions autour du point  $A$ , & cela plus ou moins selon que  $x$  sera plus petite que  $\frac{1}{2}a$ .

Voilà donc deux belles propriétés de la Parabole qui n'avoient peut-être point été remarquées, dont la première, est que si du foyer on décrit une infinité de portions

de circonferences qui se terminent à son axe & à sa courbure, elles seront parcouruës en tems égaux par un Pendule qui aura son point de suspension au foyer. Et la seconde, c'est que tous ces arcs ont des sinus versés égaux. Et il m'a paru que ç'auroit été un Probleme difficile à résoudre, s'il avoit été proposé de cette sorte: Une infinité de portions de circonferences concentriques étant données, trouver la Courbe qui les coupe de maniere qu'un mobile suspendu les parcoure toutes en tems égal. Ou bien une infinité d'arcs concentriques étant donnez, trouver la Courbe qui les coupe, enforte que tous leurs sinus versés soient égaux. Et ce qu'il y a de remarquable, c'est que tous ces sinus versés sont non-seulement toujours égaux entr'eux, mais ils sont aussi égaux à une grandeur constante qui est la moitié du parametre, ou à l'ordonnée menée du foyer, ce qui se peut démontrer ainsi.

Soient du foyer  $F$  décrits deux arcs quelconques  $BN$ ,  $KQ$ , il est clair que  $BF = FN$  rayon & sinus versé de l'arc  $AN$ , ce qu'on a appellé  $a$ , il faut donc prouver que  $EK = a$ : Soit  $EF = z$ , mais  $FK$  par la generation  $= ED = EF + FB = z + a$ , donc  $EK = FK - EF$  ou  $ED - EF = z + a - z = a$ ; donc, &c. Ce qui doit toujours arriver par la propriété de la Parabole & du cercle; car l'on sçait que pour mener une perpendiculaire à la Courbe, il faut toujours prendre la sou-perpendiculaire égale au demi-parametre, & alors la corde menée de  $K$  en  $Q$  sera perpendiculaire sur la Courbe, donc l'autre corde du demi-cercle décrit du centre  $F$  sera la tangente. Voilà donc une nouvelle maniere simple & facile de mener des tangentes à la Parabole. Car décrivant du foyer  $F$  comme centre un demi-cercle qui coupe la Parabole en un point, si de ce point l'on mene deux cordes qui se terminent aux extrémités du diametre, il est évident que l'une sera tangente, & l'autre perpendiculaire à la Courbe.

L'on pourroit encore découvrir la nature de cette Courbe en cette sorte. Les mêmes choses étant posées, on trouvera à cause du triangle rectangle  $APM$ , que

$$yy = xx$$

$yy = xx - xx + 2ax - aa = 2ax - aa$ , qui est la même équation que cy-dessus. C'est ainsi que M. Lichtscheid l'a déterminée. FIG. III.

L'on pourroit conclure de la solution de ce Problème le plus beau Theoreme de M. Hugens sur les forces centrifuges, qui est qu'un corps se mouvant circulairement dans la surface d'un Conoïde parabolique, décrit toutes les circonferences qui composent cette surface en tems égaux. L'on en peut voir la démonstration dans les élégantes solutions qu'ont données M. le Marquis de l'Hôpital, & M. Saurin des Theoremes de la force centrifuge.

L'on pourroit démontrer d'une manière simple & facile qu'un Pendule étant mis dans une situation horizontale, en sorte qu'on lui fasse décrire des cercles paralleles à l'horizon, & qu'on l'allonge insensiblement & successivement, ce Pendule étant porté en bas par sa pesanteur, tandis qu'il continuë de faire ses révolutions, il décrit une Parabole.

Car par sa force centrifuge il est porté par un mouvement horizontal & uniforme, puisqu'on suppose qu'il fait toutes ses révolutions en tems égaux, mais son poids le porte en bas par un mouvement acceleré. Donc, &c.

L'on pourroit encore conclure de ce qu'on vient de dire quelques proprieté de la Parabole. 1°. Que toutes ses perpendiculaires étant regardées comme des plans inclinez, seroient parcouruës par des corps égaux en des tems qui sont entr'eux en même raison que ces perpendiculaires, ou ce qui revient au même, en raison des racines quarrées des lignes menées du foyer aux points où ces perpendiculaires coupent la Parabole : car il est démontré que si un corps parcourt des plans inégaux de même hauteur, les tems qu'il emploie à les parcourir sont en même raison que les longueurs de ces plans. 2°. Que ces corps en parcourant ces perpendiculaires acquierent la même vitesse ; car l'on sçait que la vitesse qu'un corps acquiert en descendant le long d'un plan incli-

58 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
né, est égale à celle qu'il acquiert en parcourant la hauteur  
de ce plan.

---

*OBSERVATIONS*  
*SUR LA NAISSANCE*  
*ET SUR LA CULTURE DES CHAMPIGNONS.*

PAR M. TOURNEFORT.

1707.  
2. Mars.

**L**A maniere dont on élève les Champignons à Paris favorise la pensée de ceux qui croient que les Champignons naissent de graine de même que les autres plantes. Pour faire d'excellentes couches à Champignons, c'est à dire des couches qui produisent beaucoup de Champignons dans les saisons de l'année que l'on souhaite, il faut emploier du fumier de cheval qui soit mêlé avec un peu de litiere, & par consequent où il y ait beaucoup plus de crottes de cheval que de paille, tel qu'est le fumier que l'on trouve dans les écuries des loüteurs de carrosses, où l'on épargne plus la litiere que dans les autres écuries. Les Jardiniers ont observé que les Champignons les meilleurs & les plus blancs naissent du fumier des chevaux qui sont nourris de paille de Froment & d'Avoine en grain. Les Champignons noirâtres viennent, à ce qu'ils prétendent, sur le fumier des chevaux à qui on donne du son & de la paille de seigle.

Pour avoir des Champignons pendant toute l'année, on fait à Paris deux sortes de couches. Les unes dans les jardins, & les autres à la campagne. Celles des jardins donnent des Champignons depuis la Toussaints jusques à la fin d'Avril, & celles de la campagne en produisent depuis le mois de May jusqu'aux premieres gélées. Ces couches coûtent beaucoup de dépense & demandent de grands soins, mais aussi rendent-elles considérablement dans de

grandes villes comme Paris, où l'on met des Champignons en tous les ragouts.

Pour travailler aux couches des jardins, on entasse le fumier de cheval dans le mois de Juin pour le laisser en berge, comme parlent les Jardiniers, jusqu'au mois d'Aoult. Dans le mois d'Aoult on étale ce fumier à la hauteur d'un pied, sur le lieu où l'on veut faire les meules ou couches à Champignons afin de le motuiller plus facilement. Cette précaution est nécessaire pour disposer à germer les graines des Champignons qui sont naturellement dans le crotin. C'est pour cette raison qu'on l'humecte pendant cinq ou six jours suivant la secheresse de l'Esté, prenant soin de le tourner à la fourche, après l'avoir motuillé, afin qu'il s'imbibe également d'eau.

Après cette préparation du fumier, on peut commencer les couches à Champignons. On les fait à trois lits que l'on ne dresse que 15 jours ou 3 semaines l'un après l'autre. Le premier lit se dresse au cordeau sans tranchée, il doit avoir deux pieds & demi de largeur sur la longueur que l'on juge à propos. Ce lit est plat, élevé d'un pied & demi; mais il ne faut pas que le fumier qui déborde sur les côtés soit rendoublé avec la fourche, parceque les couches se dessecheroient trop dans ces endroits-là. Pour rendre les couches plus solides, on peut mêler avec le vieux fumier un peu de crotin frais sortant de l'écurie. Ce premier lit doit être motuillé tous les deux jours, si le temps est trop sec.

Vers la mi-Aoult, c'est à dire quinze jours après que le premier lit a été fait, on travaille au second lit avec le même crotin que l'on a employé pour le premier, & que l'on a préparé en l'arrosant suivant le besoin. On élève ce lit en dos d'âne de la hauteur d'un pied par dessus l'autre. On le motuille pour entretenir la moëlle de la couche, c'est à dire pour fournir une humidité raisonnable au milieu de la couche. On prend soin d'en regarnir proprement le haut en maniere de faire, & cette réparation s'appelle le troisième lit.

Les sentiers qui sont entre les couches doivent avoir quatre pieds & demi de largeur, & même jusqu'à six. Gobeter les meules parmi les Jardiniers, c'est les couvrir avec du terreau qui a servi aux couches des melons. Le plus sec & le plus vieux est le meilleur. Il faut au moins qu'il ait un an, & l'on n'en met sur la couche que de l'épaisseur d'environ un pouce. On couvre les couches huit ou dix jours après qu'on les a dressées, c'est à dire lorsque leur grande chaleur est passée.

Voici le secret pour faire venir les Champignons promptement & en abondance sur ces couches. Avant que de les couvrir de terreau, on y enfonce à la hauteur d'un pied & à la distance de trois pieds en trois pieds sur la même ligne, une rangée de lardons *A* couche 1. gros comme le poing. Ces lardons sont des morceaux de fumier préparé, comme l'on va dire, & c'est proprement semer les Champignons que de larder les couches. Après qu'on a disposé ces lardons dans la couche, on la couvre de terreau, & l'on met sur ce terreau du fumier de litière tiré de dessous les chevaux, car la vieille litière ne feroit que dessécher les couches. On ne touche plus à ces couches que tous les huit jours pour observer si elles sont assez chaudes. Pour cela on les découvre peu à peu d'un bout à l'autre. Si la couche est refroidie, il faut la couvrir de litière fraîche. S'il gèle dans le temps que les couches travaillent, pour amuser la gélée & l'empêcher de pénétrer, il faut les couvrir de fumier mouillé, & mettre sous ce fumier d'autre fumier bien sec qui couvre immédiatement le terreau. Avec cette précaution la chaleur se conserve dans la couche pendant les plus grands froids. Si les couches sont trop échauffées, elles poussent trop vite & durent moins. Si elles fument trop, il faut les découvrir & ne laisser qu'une demi couverture de fumier pour en modérer la chaleur. Enfin l'usage apprend aux Jardiniers à ménager les couches pour en retirer un profit qui réponde à leurs soins. On commence à cueillir des Champignons en Octobre. Ordinairement cette récolte se fait de trois en trois jours, ou tous les quatrièmes jours.

Pour préparer des lardons de fumier, il faut entasser du fumier de litiere dans le mois de Fevrier. Six voyes suffisent pour dresser au commencement d'Avril une bonne couche, que l'on peut appeller la pepiniere des Champignons. On y sème de la Poirée & du Persil pour profiter du terrain; mais cela ne contribuë en rien pour la naissance des Champignons. Au commencement du mois d'Aoust les crotes de cheval *BB*, dont cette couche a été faite, commencent à blanchir: car alors elles sont parsemées de petits cheveux ou filets blancs fort déliez, branchus, attachez & tortillez autour des pailles dont le crotin est formé *CD*. Ce crotin alors ne sent plus le fumier, mais il répand une odeur admirable de Champignon. Suivant les apparences ces filets blancs ne sont autre chose que les graines ou les germes dévelopez des Champignons, & tous ces germes étoient renfermez dans les crotes de cheval sous un si petit volume, qu'on ne sçauroit les appercevoir quelque soin que l'on prenne, qu'après qu'ils se sont éparpillés en petits cheveux. L'extremité de ces cheveux s'arrondit *EFG*, & devient un bouton lequel grossissant peu à peu se développe en Champignon *H*, dont la partie inferieure *I* est un pedicule barbu dans l'endroit où il est enfoncé dans la terre, & chargé par l'autre bout d'une espee de chapiteau arrondi en maniere de calote, laquelle s'étend comme un parapluie, & ne produit ni fleurs ni graines sensibles. Le dessous en est feüilleté en rayons, & ses lames qui viennent du centre à la circonference peuvent être appellées en quelque maniere les feüilles du Champignon.

Quoique cette espee de Champignon ne soit pas trop bien désignée dans les Auteurs, il semble pourtant que ce soit celle que Jean Bauhin a nommée *Fungus campestris, albus superne, inferne rubens Hist. 3. 824*. On pourroit la nommer *Fungus sativus, equinus*. Elle vient par grosses touffes qui représentent une petite forêt dont les pieds ne sont pas également avancez. On trouve une infinité de Champignons naissans aux pieds des autres, & qui ne sont



pas plus gros que la tête d'une épingle, tandis que les plus gros se passent. Chaque touffe de Champignons étoit peut-être enfermée dans la même graine; car les premiers germes du fumier sont branchus, éparpillés par les côtes, & se répandent en tout sens dans le terreau, comme on le voit dans la seconde couche, si bien que l'espace qui est entre les lardons s'en trouve tout garni. Ce n'est pas que les crotes qui sont dans les couches ne produisent quelques touffes de Champignons: mais cela est incertain. Avant que l'on s'avisât de se servir de lardons préparés, les couches ne rendoient pas assez pour fournir à la dépense & pour dédommager le Jardinier des frais qu'il avoit faits. Les Champignons y étoient fort clair-semés, au lieu qu'ils couvrent les couches d'un bout à l'autre si on les ménage bien. A la fin d'Avril ou au commencement de May, les meilleures couches sont épuisées, elles n'ont plus de germes; c'est pourquoi on les détruit pour en employer le terreau à fumer des arbres & produire des légumes.

Les germes des Champignons ou ces obeveux blancs qui sont dans le fumier préparé se conservent long-temps sans se pourrir, si on les met sur des planches dans un grenier. Ils se dessèchent seulement, & reviennent encore quand on les met sur les couches, c'est à dire qu'ils produisent des Champignons.

*Hist. Acad.  
lib. 2. sect. 5.  
cap. 1. Edit.  
1701.*

M. Marchant le Pere, ainsi que le remarque M. du Hamel, fit voir à l'Assemblée en 1678 la première formation des Champignons dans des crotes de cheval moissies. Cet habile Botaniste démontra ces petits filets blancs dont les extrémités se grossissent en Champignons.

Ceux qui ont écrit qu'il falloit arroser les couches avec la laveur des Champignons pour leur faire produire des Champignons, ont avancé un fait qui est faux, ou pour mieux dire, ils ont pris pour cause ce qui ne l'est pas; car ils se sont imaginés que la laveur des Champignons étoit chargée des graines de ces sortes de plantes: mais outre que les couches ne produisent pas des Champignons par

la vertu de cette laveure, il se pourroit faire que si elles en produisoient quelques-uns, ce seroit parceque l'eau auroit fait éclore les germes qui seroient restez dans le terreau, lequel n'est qu'un fumier de cheval converti en terre.

Les crotes de cheval ne renferment donc pas seulement les graines des Champignons, mais elles ont aussi un suc & une chaleur propres à les faire germer, de même que le suc qui se trouve dans la racine de l'*Eryngium* dans le temps qu'il se pourrit, fait éclore le germe du plus délicat de tous les Champignons qui naissent en Provence & en Languedoc. Ainsi la Mouffe fait germer la graine des Mouffes. C'est par la même raison que certaines especes de Champignons, de Morilles & d'Agaric ne viennent qu'aux racines ou au tronc de certains arbres. M. Mery a observé plusieurs fois à l'Hôtel-Dieu de petits Champignons plats & blanchâtres sur les bandes & les attelles appliquées aux fractures des malades, & principalement à ceux qui étoient couchez à côté du réservoir d'eau qui est dans la Salle des blesez, soit que les bandes & les attelles fussent trempées dans l'oxicrat ou dans le vin. M. Lemery a fait la même observation, & remarqué que les attelles étoient de bois de Pommier. Il est hors de doute qu'il faut un suc assaisonné pour faire éclore & pour rendre sensibles les graines de toutes les plantes. Nous apprenons de Dioscoride qu'il y avoit des gens qui assuroient que des morceaux de l'écorce du Peuplier tant blanc que noir enfoncés sur des couches de fumier, il en naissoit des Champignons bons à manger. Ruel rapporte que si l'on découvre le tronc d'un Peuplier blanc vers la racine, & qu'on l'arrose avec du levain délayé dans l'eau, on y voit naître pour ainsi dire des Champignons sur le champ. Il ajoute que les collines produisent plusieurs sortes de Champignons, si dans la saison des pluies on en brûle le chaume ou les landes. Je sçay bien que les landes brûlées en Provence, en Languedoc & dans les Isles de Grece poussent beaucoup de Pavots noirs aux premières pluies d'Autom-

*Fungus Eryngii B.M.*

ne, & cette plante se perd les années suivantes, si bien qu'on ne la trouve que sur les terres brûlées. Il me semble qu'une des principales raisons pourquoi les montagnes produisent des plantes différentes de celles des plaines ou du fond des vallées, est la différence du suc nourricier qui se trouve dans ces endroits. Comment expliquer sans ce secours la naissance du Gui & de l'Hypociste, que l'on ne voit jamais en pleine terre, au moins sans tenir à quelque autre plante? L'un est attaché sur les arbres, & l'autre à la racine du Ciste. Pourquoi le Lierre, la Vigne de Canada, la Parietaire, le Polypode, les espèces de Capillaires se plaisent-elles plutôt sur les troncs des arbres, sur les murailles & dans les fentes des rochers, si ce n'est que la terre de ces lieux leur convient mieux?

Pour revenir à nos Champignons, on les élève fort utilement en pleine campagne, & leur culture sert aussi à démontrer que leur graine est naturellement renfermée dans les crottes de cheval. On dresse les couches de campagne dans les mois de Novembre & de Decembre, mais ce doit être en terre neuve, c'est à dire dans des champs où l'on n'ait pas élevé des Champignons depuis longtemps. Il faut ouvrir une tranchée au cordeau de la longueur que l'on veut, large de trois pieds, profonde d'environ quatre pouces. On la remplit de fumier de cheval de litière que l'on a pris dans les écuries dès le mois de Juillet, & que l'on a mis en meule dans le champ où l'on veut faire les couches. Pour le premier lit de la couche on emploie le plus gros fumier, & l'on réserve pour le second ou pour le haut de la couche celui où il y a le plus de crottes de cheval. Ces crottes doivent être seches & moissies, car ce qu'on appelle moisissure est pour ainsi dire le premier développement des germes des Champignons. Toute la couche se dresse le même jour. Le premier lit n'a qu'environ huit pouces de hauteur, & le second un pied. Le haut en est arrondi de telle sorte, que le fumier qui se trouve sur les côtez ne doit pas être rendoublé avec la fourche. On couvre cette couche arrondie avec la terre  
que

que l'on a tirée de la tranchée, mais on n'y en met que de l'épaisseur de deux pouces, après quoi on l'applatit en dos-d'âne avec la bêche.

On fait plusieurs couches paralleles dans le même champ, ne laissant qu'un sentier entre deux d'environ deux pieds de largeur & pour couvrir les nouvelles couches on emploie toujours la terre que l'on a vidée de la tranchée. On ne touche point à ces couches jusques à la fin d'Avril ou au commencement de May. Dans ce temps-là, pour ne les pas ébranler, on rase les herbes dont elles se trouvent couvertes, sans en arracher les racines. Il faut aussi sonder les couches avec le doigt en plusieurs endroits, afin d'observer ceux qui commencent à blanchir; car alors on doit les couvrir à la hauteur de trois doigts avec du fumier de litiere pour les tenir fraîches. On laisse couverts de terre ceux qui sont encore noirs. Il faut trepigner sur la couche si la terre en est sabloneuse, & marcher dessus (une rangée de pas) afin de l'affermir & de la rendre plus propre à conserver l'eau qu'on lui donne. On n'a que faire de cette précaution quand les couches sont couvertes de terre franche.

Ces couches donnent ordinairement des Champignons depuis le mois de May jusques aux premières gélées. Après avoir trepigné sur les couches, on mouille les endroits qui sont blanchis jusques à ce que le fumier dont on les a couverts soit bien pénétré d'eau: mais il faut bien se garder d'arroser les endroits qui sont encore noirs, cela ne serviroit qu'à les faire pourrir.

On découvre tous les jours les couches dans les endroits blanchis pour en cueillir les Champignons: mais on n'en découvre qu'une entre deux, & on la recouvre lorsque les champignons sont cueillis. Il ne faut les arroser que fort légèrement & par dessus la litiere. Ces couches durent environ deux ans, parceque les endroits noirs se blanchissent insensiblement en Automne & dans le Printemps. Après que ces couches sont épuisées on les détruit, & l'on élève sur cette terre des Chicorées & d'au-

66 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tres herbes potageres, lesquelles y profitent merveil-  
leusement.

## S U P P L E' M E N T

### A U M E M O I R E

#### S U R L A V O I X E T L E S T O N S.

PAR M. DODART.

1707.  
16. Mars.

#### SECONDE PARTIE.

I.  
Il y a dans  
l'homme une  
glotte visible  
qui prouve ou  
confirme sensi-  
blement tout ce  
qui a été dit de  
la figure de la  
glotte vocale en  
action pour le  
chant.

ON peut voir dans les pages 257 & 258 des Memoi-  
res de l'Academie de 1700 six instances qui prou-  
vent que la glotte produit tous les tons de bas en haut par  
les seuls degrez de l'approche mutuelle de ses deux levres.  
Quoique chacune de ces preuves en particulier, & plus  
encore toutes prises ensemble me paroissent suffisantes, il  
faut pourtant avouer que si l'on pouvoit faire voir ces de-  
grez d'approche dans la glotte même en action, on en  
feroit encore plus assuré qu'on ne l'est par des raisonne-  
mens & des inductions fondées sur des comparaisons,  
quoique ces comparaisons soient tirées de choses assez  
semblables. Il est impossible de rendre visible une glotte  
en action; mais s'il est impossible de faire voir en action la  
glotte de la voix que j'appelleray désormais *Vocale* pour  
abreger, il est tres-facile de voir en action une autre sor-  
te de glotte aussi musicale & presque aussi naturelle que  
celle-là. Il est vrai que cette glotte n'est presque d'aucun  
usage. Elle est donc moins importante & moins utile que  
la glotte vocale, qui est absolument necessaire à la société  
civile. Celle-ci est donc par consequent moins estimable.  
Il n'y a donc pas lieu de s'étonner qu'elle soit moins esti-  
mée que la glotte vocale; mais on va voir que toute mé-  
prisée qu'elle est, elle ne laisse pas d'être, philosophique-  
ment parlant, tres-digné de consideration. C'est la glotte

*Mem de l'Acad 1707. Pl. 2. p. 66.*



qui fait le sifflet humain, & que je nommeray pour abréger *Labiale*. Le commun du monde n'est guere accoutumé à regarder sérieusement cet instrument de Musique naturel ; peut-être parcequ'il défigure un peu le visage, & qu'il est rare de trouver des personnes sérieuses qui sçachent s'en bien servir. Cependant en ce sujet comme en plusieurs autres qui semblent de peu de consequence au vulgaire, il faut toujours se souvenir d'une regle philosophique tres-importante que je tiens d'Aristote, & que je cite de lui parcequ'elle fait honneur à son Auteur. La voici : *C'est une chose puerile de regarder avec mépris & avec une espece de dégoût les petites choses dont on peut tirer de grandes consequences.* La raison de la regle est que ces choses ne paroissent petites & méprisables qu'à ceux qui n'ont pas l'art de penetrer dans ces petites choses, jusqu'à s'appercevoir des grandeurs qui y sont renfermées.

L'entr'ouverture des levres pour siffler est précisément de la figure de la glotte dans la plupart de ceux qui sçavent s'aider de leurs levres pour cet usage.

*Figure, structure, & usage de la glotte labiale.*

Le changement qui arrive dans les levres pour former le sifflet, est de se froncer pour accourcir leur ouverture naturelle, & pour l'entr'ouvrir en devant. Cette ouverture est presque toujours, comme j'ay dit, de la même figure que celle que j'ay attribuée à la glotte vocale quand elle est en action pour la voix, & cette ressemblance de figure confirme la conjecture qui m'a porté à avancer que la figure de la glotte vocale étoit différente dans cette action de la figure qu'on y remarque dans les morts. Les levres se fronçant pour former cette ouverture deviennent plus fermes, & par consequent plus capables de ressort & de fremissement. Voilà presque tout l'instrument, & en effet cela seul sans canal & sans autre étendue que celle de l'ouverture des levres, suffit pour le son & pour tous les tons du sifflet, excepté dans les tremblemens, & peut-être même dans les passages où les notes se suivent de fort près. Car je croy avoir observé que dans ces occasions, l'épaisseur des levres plissées ne leur laissant pas assez



de souplesse pour proportionner l'ouverture aux notes précipitées que le Musicien veut executer par cet instrument, la langue présente sa pointe à l'ouverture en dedans, & supplée avec beaucoup de facilité, de vitesse, & de justesse à ce que les levres ne peuvent faire que dans un mouvement plus lent. Ces mouvemens de la langue sont sensibles dans les tremblemens; car le demi-ton d'en-haut s'exécute par l'élévation de la partie de la langue à la hauteur de l'ouverture dont elle diminue le petit diamètre autant qu'il faut pour ce demi-ton, & le demi-ton d'enbas s'exécute par le rabaissement de la langue qui dégage l'entr'ouverture des levres. Et en effet, on sent dans les longs tremblemens qui précèdent les cadences finales, cette espèce de flottement de la pointe de la langue. La fuite fournira une seconde preuve tres-sensible & comme démonstrative de cette vérité.

Voilà pour ce qui regarde la structure & l'usage de cet instrument de Musique naturel.

II.  
La glotte labiale fait visiblement tous les mouvemens attribués à la vocale pour la production des sons.

J'ay dit dans le Memoire de la voix de l'homme, que le petit diamètre de la glotte diminue à chacune de ses deux extremités à chaque changement de ton & de parcelle de ton, passant du bas en haut de l'étendue musicale. Or après tout ce qui a été dit de la figure de la glotte labiale par comparaison à la glotte vocale, il est bien-aisé de voir si celle-là a les mêmes usages que celle-ci, & si elle les remplit par les mêmes mouvemens. On ne peut douter des usages, puisque la seule ouverture des levres fait tous les tons, demi-tons, feintes, &c. entonne aussi juste à l'unisson que la voix, & suit sur le pied de la premiere note entonnée, celles qui suivent haut & bas avec la même justesse par les mouvemens d'éloignement ou d'approche des levres. Cela prouve visiblement tout ce que j'avois dit de la glotte vocale; car dans la glotte labiale on n'a pas besoin de prouver par le raisonnement les degrez d'approche des levres, comme on est obligé de faire à l'égard des levres de la glotte vocale. Il n'y a point à deviner ni à raisonner. On les voit. On remarque donc que le petit

diametre de cette glotte diminué quand le ton hausse, & qu'il augmente quand le ton baisse. Ce changement est insensible de quelque ton que ce soit au ton prochain, mais il est tres-manifeste quand le ton monte ou baisse par de grands intervalles, par exemple, d'un ton à son octave haut ou bas. Ce changement de dimension est moins sensible à proportion dans les autres accords. Mais ces grands changemens suffisent pour conclure tous les autres changemens insensibles, & pour confirmer tout ce qui a été dit de la glotte à cet égard, touchant les degrez d'approche nécessaires pour entonner les parcelles de ton. Car les intervalles qui donnent les differences sensibles à la vûe dans le petit diametre de cette glotte visible, comprennent & supposent les differences insensibles que ces intervalles contiennent virtuellement ; & qui nieroit la consequence que je tire des sensibles aux insensibles, se rendroit semblable à quelqu'un qui ne pouvant nier le progrès sensible de l'aiguille d'un Cadran en l'espace d'une heure, nieroit le mouvement insensible de minute en minute qui produit à la 60<sup>e</sup> minute la difference sensible de l'heure presente à celle qui vient de passer.

*Et des mouvemens visibles de cette glotte on conclut avec certitude les mouvemens invisibles de la glotte vocale.*

A l'occasion de la glotte labiale je dois dire icy que j'ay observé trois exemples vivans d'une troisième glotte aussi musicale que la vocale & la labiale. C'en est une qui résulte de l'application des deux bords de la pointe de la langue au palais pour la production d'un autre sifflet. J'appelleray celle-cy *Linguale*. Elle n'est ni moins juste ni moins prompte que la glotte labiale. Je n'y trouve qu'une seule difference, c'est qu'avec celle-cy on ne peut executer qu'imparfaitement les tremblemens qui précédent presqu'inévitablement toutes les cadences de la plupart des grands airs de nôtre Musique. Et la raison de cette difference est que cette glotte suppose la langue appliquée plus ou moins au palais, mais toujours fixement appliquée. Or cette glotte linguale n'ayant pas non plus que la labiale la liberté nécessaire pour augmenter & diminuer alternativement son petit diametre aussi promptement

*Observation d'une troisième glotte aussi musicale & aussi naturelle, mais moins commune que la seconde, quoiqu'elle soit de la même espèce.*

ment qu'il faudroit pour executer agreablement les tremblemens, tous les airs qu'on execute avec cette glotte sont necessairement privez de cet agrément, parceque derriere cette troisiéme glotte il n'y a point de seconde langue dont la pointe puisse hausser & baisser alternativement pour diminuer & dégager le diametre de la glotte, & par consequent rien qui puisse executer avec vitesse & facilité les deux demi-tons qui composent les tremblemens. Cette difference est, sinon une démonstration, au moins une confirmation de la part que j'ay donnée à la langue dans les tremblemens executés pour le sifflet de la glotte labiale. J'ay pourtant un exemple qui prouve que si la langue appliquée au palais pour fermer cette troisiéme glotte, ne peut executer les tremblemens avec vitesse & facilité, elle ne laisse pas de les executer par elle-même, mais fort pesamment. Et cette difference paroît d'autant plus dans cet exemple, que la même personne execute les tremblemens dans l'usage du sifflet ordinaire avec beaucoup d'agrément, & cela sans doute parceque dans le sifflet ordinaire la pointe de la langue est libre, au lieu qu'elle est appliquée dans l'autre, & qu'il n'y a rien derriere cette troisiéme glotte qui puisse suppléer avec la même liberté.

Cette défectuosité en cette espece de sifflet humain fait que ceux qui n'ont que celui-là, n'entreprennent d'executer que de petits airs d'une mesure fort coupée, comme menuets, branles gais, & autres petites pieces dont les cadences n'exigent aucuns tremblemens, ou au plus de tres-courts; de sorte qu'on s'y apperçoit beaucoup moins de cette défectuosité dans ces petites pieces que dans les grands airs.

Ceux qui sifflent ainsi, sifflent les levres entr'ouvertes; de maniere que la premiere fois que j'observay cette maniere de siffler des airs, entendant siffler tout près de moy fort proprement & fort prestement un menuet, je ne reconnus le siffleur qui avoit les levres legerement entr'ouvertes, que quand ayant regardé autour de moy, je n'y vis personne qu'un jeune garçon qui venoit à moy, & qui

ne put répondre à ce que je lui demandois qu'en interrompant l'air qu'il sifflait. J'ay connu par l'examen que j'en ay fait, qu'il pratiquoit cette maniere de siffler guidé par le seul exemple de son pere, qui siffle tres-juste en cette maniere, quoique ce ne soit qu'un portefaix tres-pauvre, & qui ne peut rien avoir appris en cela que ce que la nature & l'instinct lui ont enseigné.

Je reviens à la glotte labiale, pour dire en passant que j'ay observé dans le sifflet labial que quelques-uns l'exécutent de sorte qu'il semble qu'ils ne reprennent point leur haleine, comme tous ceux qui jouent des instrumens à vent sont obligés de faire. Cette nécessité de reprendre vent interrompt inévitablement la continuité du son, ce qu'on peut considérer comme un défaut dans cette espece d'instrumens embouchés, & qui pis est, comme une incommodité considerable pour ceux de cette profession, surtout quand il leur survient de ces indispositions de pōumon, qui sont augmentées par une respiration aussi précipitée que le doit être celle de cette espece de Musiciens toutes les fois qu'ils doivent respirer en jouant de ces instrumens. Car il y a même de ces indispositions qui par cette seule raison les rendent absolument incapables de tout exercice de leur art.

*Observation incidente, qu'il y a des gens qui sifflent sans aucune interruption, quoiqu'ils reprennent haleine comme tous les autres joueurs d'instrumens à vent.*

Il y a plusieurs Emailleurs qui paroissent avoir le même talent, & qui ont en effet celui de lancer continuellement la flamme de leur lampe sur leur ouvrage par un cours d'air continu qu'ils tirent de leur bouche; mais la continuité du son dans le sifflet sans aucune vraie interruption, se fait par une manœuvre tres-differente de celle qui fait la continuité du souffle de ces Emailleurs. Car ceux-ci ne rendent leur souffle continu, que parcequ'ils separent la profondeur de leur bouche comme en deux chambres de plein-pied, par le moyen de l'approximation des deux muscles peristaphylins, qui pour cela joignent leur tranche avec la luette, de sorte que ces trois pieces par leur contiguité font comme une petite cloison continuë: car les choses étant en cet état, la bouche emplie d'air jus-

*A peu près comme il y a des Emailleurs qui soufflent continuellement dans leur chalumeau, quoiqu'ils reprennent haleine comme les autres Emailleurs.*

qu'au point d'emplir les joües, les joües s'abbattant par leur mouvement propre tiennent lieu de panneaux pour pousser dehors l'air contenu dans la chambre de devant de la bouche, & donner le temps à d'autres panneaux qui sont les deux côtez & le diaphragme, de se dilater pour respirer l'air par le nez derriere la cloison, & pour le transmettre à l'instant du poumon par la chambre de derriere dans la chambre de devant au travers de la cloison qui s'entr'ouvre en ce moment pour cet effet; de sorte que le souffle ne peut manquer d'être continu, quoique la respiration soit toujours alternativement composée d'inspiration & d'expiration. Mais dans le sifflet continu c'est tout le contraire; car la bouche demeurant dans son état ordinaire, c'est à dire, ne faisant qu'une chambre, & la respiration se faisant à l'ordinaire, mais la glotte changeant seulement un peu d'attitude, l'air respiré passant par cette glotte devient aussi sonnant en dedans que l'air expiré l'est en dehors, & cela ou dans le même ton comme dans les ports de voix, ou changeant de ton selon l'intention de celui qui siffle, de sorte que l'inspiration n'interrompt nullement la continuité du chant. J'ay trois exemples vivans de cette maniere de siffler sans interruption, & tout ensemble sans aucun préjudice de la liberté de la respiration.

111.

*L'effet des glottes pour la production des sons est absolument independant de tout corps d'instrument, & de toute dimension du corps à la difference des instrumens à vent artificiels qui en sont dependans.*

*D'où il s'ensuit, 1. L'établissement de l'essence du son qui est l'impression de l'air lancé dans l'air dormant.*

Il y a donc dans l'homme outre la glotte vocale deux instrumens de musique naturels. Ces trois instrumens de Musique ont entr'eux cela de commun, qu'ils sont également independans de toutes les dimensions d'où dépend l'effet des instrumens de Musique artificiels. De cette propriété generale des instrumens de Musique naturels qui les distingue des instrumens artificiels, il s'ensuit deux propositions importantes en Physique, pour l'essence du son, & pour la cause des tons. La premiere de ces propositions est celle-ci.

Le passage de l'air lancé d'une certaine vitesse dans l'air dormant écarté par l'air lancé suffit pour le son, étant joint avec le fremissement que ce passage cause dans l'ouverture

verture par où l'air est lancé, & peut-être encore avec le froissement mutuel de ces deux airs l'un par l'autre & l'un contre l'autre.

La seconde proposition est celle-ci. La seule différence de vitesse de l'air sonnant dans l'air dormant, jointe aux differens intervalles de vibrations qui résultent des differens degrez de fermeté dans le ressort de l'instrument, c'est à dire dans la seule ouverture fremissante sans aucun autre corps d'instrument, suffit pour produire tous les tons.

2. La cause des tons dans les degrez de vitesse de l'air sonnant dans l'air dormant.

La premiere proposition n'est nouvelle que dans la précision & dans la preuve. Hors cela elle est fort ancienne. Car on la trouve dans ce qui nous reste d'Anaxagore, plus ancien que Platon d'environ 18 Olympiades, c'est à dire d'environ 72 ans, car il fut maître de Socrates dont Platon fut disciple\*.

Ce n'est pas non-plus d'aujourd'hui qu'on connoît le

\* L'expression de ce Philosophe me paroît remarquable, surtout dans un Auteur d'une si grande antiquité. *La voix se fait*, dit-il, *le souffle étant poussé avec force dans l'air solide, & retournant à l'oreille comme par contre-coup*. Cette expression d'*air solide* est remarquable, comme tres-propre à expliquer comment un liquide mu peut faire un si grand effet dans un liquide dormant de la même espece. On croit comprendre comment l'air poussé contre un corps solide produit un son, & encore mieux comment un corps solide heurtant contre un corps solide produit le même effet. Mais on a de la peine à s'imaginer comment un air mu dans un air dormant peut faire un si grand effet. Cependant cela est aussi aisé à comprendre que le même effet produit par un liquide contre un solide, puisqu'il est aussi aisé à comprendre que le même effet produit par le choc d'un solide contre un solide. Car il est plus que probable que ce choc ne produit le son, que parceque l'air dormant contenu entre ces deux corps, est lancé par leur choc mutuel dans l'air

dormant des environs, & qu'il le fend avec violence. Les corps solides ne font jamais de bruit par leur rencontre qu'en ce cas & par cette raison. Mais l'air lancé dans un autre air fait un son, & même souvent un tres-grand son sans intervention d'aucun corps solide; pour-quoi cela? C'est parce qu'alors l'air dormant tient lieu de solide par rapport à l'air lancé, & que cette espece de solide est capable d'une ondulation propre à transmettre le son. Or que l'air dormant puisse être considéré comme solide, on en voit une preuve surprenante dans l'élevation des fusées volantes à chapiteau, qui pesant en tout jusqu'à plus de quatre livres, ne laissent pas de s'élever plus de 90 toises au-dessus de l'horison, sur l'unique fondement de l'air dormant considéré comme immobile à l'égard du torrent de flamme, dont la colonne s'appuyant sur cet unique fondement, souleve jusques aux nuës un corps si pesant. Les poissons qui remontent les eaux rapides, font voir qu'un liquide peut être considéré comme solide même sans être dormant.

sifflet humain. Ainsi le fonds de tout ceci est fort ancien. Mais je ne sçay si quelqu'un s'est avisé jusques ici de dire que le son n'est autre chose que le coup de l'air mû de vitesse dans l'air dormant, & de tirer de l'instrument du sifflet naturel ordinaire la preuve de ces deux propositions.

*Preuve de  
l'essence du son  
par les trois  
glottes, & sur  
tout par la glotte  
labiale.*

Cette preuve résulte si manifestement des trois glottes, & sur tout de la glotte labiale, qu'il ne faut que se souvenir de ce qui a été dit de sa structure & de sa manœuvre pour voir clairement cette preuve. Car l'effet de cette glotte pour le son & pour les tons est manifestement indépendant de toute profondeur de canal. Puisque le son n'est produit que par l'air sortant de cette ouverture dans le vague de l'air dormant, & que les tons de ce son dépendent manifestement de la vitesse & de la quantité de l'air lancé dans l'air dormant.

Dans tous les autres instrumens à vent l'air est coupé par un biseau, ou battu par le fremissement d'une anche; il heurte l'un & l'autre, & de plus il frappe le canal qui sert de corps à l'instrument. Si les sifflets artificiels ont peu de profondeur, ils en ont un peu: ce sont des corps capables d'une résistance manifeste au coup de l'air: cette résistance le brise, & le biseau le divise; mais dans le sifflet humain, & sur tout dans le labial, on n'aperçoit pour cause de son que l'air lancé dans l'air dormant.

*Preuve de la  
cause des tons  
par la glotte  
labiale.*

Quant à la cause des tons qui consistent dans les degrez de vitesse de l'air lancé dans l'air dormant, la preuve n'en est pas moins claire que celle de la nature du son. Elle est rendue sensible par la même glotte. On a dit dans le Memoire que les tons haussent à proportion que la vitesse de l'air lancé augmente, & baissent à proportion qu'elle diminue, & que la force du son dans chaque ton augmente à proportion de la quantité de l'air lancé augmentée, & diminue à proportion de la quantité du même air diminuée. Tout cela est rendu sensible par la glotte labiale, on voit la quantité, & on touche la vitesse.

On mesure la quantité de l'air lancé par la difference visible du petit diametre de cette espece de glotte, & on

mesure la vîtesse par l'impression de cet air lancé reçu dans le creux de la main, ou par le mouvement qu'il imprime dans quelque corps tres-mobile opposé au cours de cet air, comme la flamme. Car cette impression & ce mouvement varient sensiblement & visiblement à chaque changement de ton, & tres-sensiblement dans les grands intervalles, comme de quinte ou d'octave, à proportion que la glotte labiale s'ouvre pour baisser le ton en soufflant plus fortement. Car la main présentée à ce cours d'air sonnant, sent plus de fraîcheur à proportion que le ton hausse, & moins à proportion qu'il baisse, c'est à dire à proportion que la vîtesse augmente ou diminue. Et l'on connoît la même différence de vîtesse par l'agitation plus grande, ou moindre d'un corps leger opposé au même cours d'air dans les tons plus hauts ou plus bas.

A l'occasion de ceci je ne dois pas obmettre que l'air peut être lancé par la glotte labiale, & même par la glotte linguale d'une maniere qui ne produit aucun sifflement, & qu'il ne laisse pas d'être capable en cet état de tons tres-distincts & tres-justes. Car l'effet de cet air ne laisse pas d'être sensible à l'oreille, & sur tout à l'oreille de celui qui jette ce souffle musical. Je me suis appercû de ce souffle & de son ton, toutes les fois que ceux qui sçavent siffler des airs veulent forcer au-delà de leur étendue haut, ou bas. Car alors au lieu de jeter un son, ils ne jettent qu'un souffle; mais ce souffle ne laisse pas d'être au ton qu'ils produiroient, s'ils pouvoient rendre ce souffle sonnant. Si cette observation est hors de la Musique pratique, elle n'est pas hors de la Musique theorique, & sur tout de la Physique. Et elle n'est pas inutile à cet égard, puisqu'elle donne occasion à plusieurs reflexions qui confirment ce qui a été dit sur le son & sur les tons. Car, 1°. Les tons forcés tant hauts que bas de ce souffle qui ne produit nul son que celui du souffle, sont accompagnez de toute la manœuvre des levres qui conviendrait à jeter un son. Non-seulement l'ouverture est telle qu'il convient au ton puisqu'elle l'exécute, mais le froncement & la contention des levres



s'y trouvent de sorte qu'on ne voit pas pourquoi le son ne s'ensuit pas, si ce n'est que l'ouverture nécessaire pour le ton au-dessous de l'étendue musicale est trop large pour le son, l'air lancé ne souffrant pas assez de violence pour causer aucun fremissement aux levres, & que l'ouverture nécessaire pour le ton au-dessus de cette étendue est trop étroite & trop bandée pour pouvoir être ébranlée par une aussi petite quantité d'air que celle qu'elle laisse échapper. 2°. Cela fait soupçonner que le seul coup de l'air sonnant dans l'air dormant ne fait pas le son, si le fremissement de l'ouverture n'y concourt. Et cela se confirme par ce qu'on observe dans tous les tons de l'étendue musicale de cet instrument : car si dans cette étendue les levres étant bandées par le froncement proportionné à la suite des tons, on vouloit ménager l'air de sorte qu'il n'en résultât qu'un souffle du ton convenable à l'ouverture, on n'en viendra jamais à bout, on affoiblira le son, mais il y en aura toujours. Que faut-il donc faire pour soutenir le ton, & parcourir de suite tous ceux de l'étendue musicale, sans produire le son naturel dans cet instrument ? Il ne faut que lâcher les levres ; alors on aura le ton sans le son, parcequ'une partie relâchée n'est plus capable de ressort, & par conséquent plus de fremissement, & en conséquence plus de son. Mais il ne faut pas dissimuler, 3°. Qu'il arrive dans ce relâchement que la glotte des levres s'entr'ouvre davantage pour le ton du souffle que pour celui du son, c'est à dire qu'elle devient plus longue & plus large au moins au dehors, au contraire de ce qui devroit arriver suivant la theorie du fort & du foible dans les tons, & suivant la pratique des Joüeurs de haut-bois, qui serrent l'anche pour affoiblir le son. Cependant on remarquera, 1°. Que les proportions résultantes de la theorie des tons pour les differences d'ouverture qui conviennent à leurs differences, s'accordent avec les ouvertures qui donnent les tons à ce souffle dans l'étendue musicale de cet instrument, si on compare entr'eux les tons & les degrez d'entr'ouverture dans cette étendue du souffle

musical. 2°. Que s'il paroît quelque difference d'ouverture entre celle qui produit le ton du son, & celle qui donne le même ton au souffle, & si celle-ci est plus grande que celle-là, au lieu que celle-là devoit être plus grande que celle-ci, ce ne peut être qu'une augmentation apparente de l'ouverture du dehors résultante du relâchement des levres; car cette augmentation pourroit être supplée par l'approche de la langue, qui retréciroit par le dedans la glotte dilatée & relâchée, de sorte qu'elle soutiendrait le même ton sans que la langue lui communiquât aucun nouveau son, étant alors molle & flottante comme elle l'est, & comme je crois l'avoir observé, quoique je ne puisse l'assurer, n'ayant fait que l'entrevoir au travers de la glotte labiale; car tout cela se passe au dedans, conduit par un instinct aveugle, & exécuté par des mouvemens imperceptibles à toute attention; mais on peut entrevoir par cette ouverture ce qui se passe au dedans. 3°. Quand il seroit vrai que l'ouverture intérieure seroit conforme à l'extérieure dans le souffle musical, peut-être suffiroit-il pour résoudre cette contrariété apparente du souffle au son, de dire que ce sont deux choses d'un genre si différent, qu'il suffit pour conserver la règle dans toute sa force à l'égard des tons en l'un & en l'autre, qu'elle subsistât dans le souffle musical dans les proportions en l'un & en l'autre, sans être semblable dans les quantitez en l'un & en l'autre.

J'avois dit que la preuve est nouvelle, mais à parler proprement, le fonds de la preuve est presque aussi ancien que le monde. Il n'y a que l'application qui soit nouvelle, & peut-être ne l'est-elle qu'à mon égard; car tout ce que je puis dire est que je ne me souviens pas de l'avoir remarquée en aucun Auteur. Quoiqu'il en soit, on peut tirer de ces deux propositions la solution de la plus grande des difficultez qu'on puisse proposer sur la comparaison des instrumens de Musique artificiels, & les instrumens de Musique naturels. Cette question consiste à demander comment on peut expliquer les instrumens de Musique

IV.  
La difference  
des instrumens  
à vents artificiels  
d'avec les  
naturels, n'est  
qu'apparente :  
delà s'ensuit la  
solution d'une  
tres-grande difficulté,  
& contre cette comparaison  
l'on doit cette solution à  
la glotte labiale.

naturels par les instrumens de Musique artificiels, comme Casserius , Fabricius & le Pere Merfenne ont tâché de faire , & tous d'une maniere assez confuse , & la difficulté consiste en ce que les instrumens de Musique naturels n'ont ni les dimensions du corps des instrumens de Musique artificiels , ni même toutes les dimensions des anches , & que cependant sans aucune semblable dimension de corps , & sans aucune profondeur d'anches ils ne laissent pas de produire à l'unisson le même ton que le plus grand tuyau du positif de l'Orgue , c'est à dire le 8<sup>e</sup> pied. Voilà la question , voici la réponse. Quelque différence qu'il y ait dans les dimensions entre les instrumens de Musique naturels & les artificiels , tout bien considéré , il semble qu'on peut dire que dans les artificiels comme dans les naturels , la seule quantité du mouvement de l'air fait les tons. Quoique les dimensions soient indispensablement nécessaires dans les instrumens artificiels , ces dimensions n'y sont absolument nécessaires qu'entant que sans cela ils ne peuvent produire cette quantité de mouvement , qui par elle-même produit immédiatement le son & les tons , & le fort & le foible dans chaque ton. Je dis la seule quantité de mouvement ; mais il faut entendre par cette quantité de mouvement deux choses , la vitesse de l'air & sa quantité. La vitesse plus grande & moins grande fait seule tous les tons , la quantité fait le fort & le foible dans chaque ton , comme il a été dit dans le Memoire sur la voix. Il faut donc prouver que dans les instrumens artificiels , comme dans les naturels , la seule quantité de mouvement fait les tons par elle-même. En voici la preuve.

*L'induction  
tirée des instru-  
mens à cordes  
& des instru-  
mens de percus-  
sion prouve cer-  
te solution.*

Dans le Claveffin , la Harpe , & tous les instrumens de ce genre , les cordes les plus longues , les plus grosses , & les moins bandées ont le plus grand son & le plus bas , parceque toutes ces dimensions de longueur , diametre , & intervalles de vibrations sont nécessaires à ces instrumens pour mouvoir la quantité suffisante d'air avec les intervalles requis entre les vibrations de la corde pour produire dans l'air un tel son de basse. Par la même raison

dans les Violons, les Violes, les Luths, le Theorbe, & les autres instrumens de ce genre, &c. dont les chordes sont d'une égale longueur, mais différemment accourcies par les touches du manche qui reglent celles de la main gauche du jôieur de Luth, de Theorbe ou de Viole, les chordes les plus grosses, les plus libres, & les moins bandées font le ton le plus bas, qui est en chaque chorde, le son qu'elle jette touchée à vuide de la seule main droite; & réciproquement les plus accourcies, les plus menuës & les plus bandées font le ton le plus haut par la raison opposée, c'est à dire moins d'air mû plus vîte & par des ondulations plus frequentes. Par cette même raison d'un mouvement plus ou moins vîte dans une moindre ou plus grande quantité d'air, par des vibrations plus ou moins pressées selon que le son est le plus haut ou le plus bas dans les instrumens à vent, le tuyau le plus long & le plus large à proportion fait le ton le plus bas. Le tuyau le plus court & le plus étroit sonne le plus haut. Ainsi dans les instrumens de percussion comme les Cloches, les Tambours, &c. du plus grand & du moindre diametre. Or dans tout cela on voit clairement que tous les instrumens de Musique de tous les genres remuent plus d'air plus lentement & par des ondulations moins frequentes dans les tons bas, moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes dans les tons hauts. Car une longue & grosse chorde, une chorde moins bandée, une longue flute, une cloche plus large & plus profonde remuent plus d'air & moins vîte & par des ondulations plus lentes & moins frequentes, qu'une chorde plus courte d'un moindre diametre & plus bandée; & de même on voit qu'une flute moins longue & d'un moindre diametre, & qu'une cloche de moindres dimensions remuent moins d'air plus vîte & par des ondulations plus frequentes.

Delà il s'en suit qu'encore que les différentes dimensions de tous les instrumens artificiels soient absolument nécessaires pour être occasion des differens tons, ces dimensions n'en sont que l'occasion, & que la cause formelle des

*Et cette solution montre la vraie cause des sons.*

tons de la part de l'air est la quantité de volume & de vitesse, & les deux instrumens naturels de Musique de l'homme tant pour la voix que pour le sifflet en sont une double preuve, puisque ces deux instrumens naturels executent tous les tons sans avoir les dimensions indispensablement necessaires dans les instrumens artificiels pour parvenir au même effet. Car la raison de cette difference est que le son étant produit immédiatement par l'air mû, & les differens tons par les differences de sa quantité & de son mouvement, cette quantité & ces degrez de mouvement de l'air ne peuvent être reglez que par les dimensions dans les instrumens inanimez, au lieu que la quantité précise de l'air & les degrez de son mouvement, sont reglez dans les instrumens naturels par l'œconomie de la dilatation & du resserrement des trois glottes, la vocale, la labiale & la linguale, & du plus ou moins de force dont l'air interieur est poussé par les differentes ouvertures au travers de l'air dormant exterieur. Or ces deux genres d'instrumens naturels & artificiels étant si differens dans leur mécanique & si semblables dans leur effet, c'est à dire dans la production des tons, il me paroît évident que la cause précise & principale de cet effet doit être commune entre les deux genres, comme l'effet est commun entr'eux, & je n'y vois rien de commun que l'air avec ses differentes quantitez de volume & de mouvemens.

*Est la cause  
formelle du son.*

*D'où s'ensuit  
qu'on doit la  
prendre de l'un  
ou de l'autre à  
la glotte labiale.*

On doit donc la certitude de cette connoissance de la cause formelle du son & des tons à la connoissance des trois glottes, & sur tout à la glotte labiale, parce qu'au delà de cette glotte l'air sonnant ne rencontre nul corps d'instrumens, mais le seul air dormant; au lieu que l'air sonnant sortant de la glotte gutturale rencontre les cavittez de la bouche & du nez, qui peuvent passer pour une espece de corps d'instrument, quoiqu'incapable de former le ton par ses dimensions, ni le son par lui-même, encore qu'il soit capable de répondre au son par le resonnement, & aux tons par les changemens de profondeur qui ont été expliquez dans le premier Memoire.

Il reste à faire l'application de tout ce que j'ay dit sur la multiplication des glottes, à la Theologie naturelle. Ce sera la matiere d'un dernier Memoire.

## METHODE GENERALE

*Pour déterminer la nature des Courbes formées par le roulement de toutes sortes de Courbes sur une autre Courbe quelconque.*

PAR M. NICOLE.

**D**E toutes les Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens d'une Courbe quelconque donnée, tant sur une ligne droite, que sur une autre Courbe aussi connue; on n'a examiné jusqu'à présent que celles qui sont formées par le roulement d'un cercle sur une ligne droite, ou sur un autre cercle qui eût un raport quelconque avec le premier, soit qu'on supposât le point décrivant dans chacun de ces cas, ou sur la circonference du cercle qui roule, ou qu'il se rencontrât dedans ou dehors cette circonference. Comme j'ai entrepris depuis quelque tems de faire un Traité sur toutes les Cycloïdes & Epicycloïdes, j'ai été porté naturellement à examiner si en faisant rouler une Courbe quelconque sur une autre, je ne pourrois pas trouver l'équation qui exprimeroit la nature de la Courbe décrite, par un point pris sur la Courbe qui roule, ou bien dedans ou dehors cette Courbe. Le succès a beaucoup surpassé mon attente; car j'ai trouvé non-seulement une methode generale pour déterminer les équations des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite, mais encore de celles qui peuvent être décrites par les roulemens de toutes les Courbes imaginables sur toutes les Courbes possibles; & ces équations sont toujours telles,

1707.  
29. Mars.

qu'elles ne contiennent que les seules indéterminées qui expriment les coordonnées de ces Courbes lorsqu'elles sont geometriques, & ces seules indéterminées, mêlées avec leurs differences infiniment petites, lorsqu'elles sont mechaniques. Mais dans tout ce que j'ai trouvé sur cette matiere, ce qui m'a parû le plus digne d'attention est que toutes les Courbes geometriques qui roulent sur elles-mêmes, forment d'autres Courbes aussi geometriques, & qu'ainsi cette propriété n'est pas particuliere au cercle, mais ne lui est propre que parcequ'il est du nombre des Courbes geometriques. Voilà donc une infinité de Courbes geometriques qui étoient encore inconnuës, puisque chacune de celles qui nous sont connuës sont propres à en engendrer d'autres à l'infini. Cette methode est si generale, qu'elle sert aussi à trouver quelle Courbe il seroit necessaire de faire rouler, ou sur une ligne droite, ou sur une autre Courbe donnée, pour qu'elle formât par ce roulement une autre Courbe aussi donnée quelconque, & de même sur quelle Courbe il faudroit faire rouler une Courbe donnée pour qu'elle décrivît une autre Courbe donnée quelconque. De maniere que deux de ces trois Courbes étant données, sçavoir la Courbe qui roule, celle sur laquelle cette premiere roule, & la troisième engendrée par ce roulement, on déterminera toujours par cette methode la troisième.

## PROBLEME GENERAL.

*Trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être engendrées par les roulemens de toutes les Courbes possibles sur une autre Courbe quelconque, soit qu'on suppose le point qui décrit la Courbe dans la circonference de la Courbe qui roule, ou qu'il soit dedans ou dehors cette circonference.*

FIGURE I.  
& II.

Soit une Courbe quelconque  $AB$  qui roule sur une autre Courbe quelconque  $AGZ$ , en commençant au point  $A$  sommet de ces deux Courbes : si l'on prend un point

fixe  $C$  dedans ou dehors la circonference de la Courbe  $AB$ , il est clair que ce point  $C$  décrira la Courbe  $CLM$ , dont on demande l'équation qui en exprime la nature.

Pour trouver cette équation, on supposera que la Courbe  $AB$  est parvenue dans la situation  $IGK$  dans laquelle elle touche en  $G$  la Courbe  $AGZ$ , où le point décrivant  $C$  tombe au point  $M$ , & dans laquelle l'axe  $AP$  se trouve dans la position  $RMN$ : Il est clair, 1<sup>o</sup>. Que l'arc  $AG$  de la Courbe  $AGZ$  est égal à l'arc  $IG$  de la Courbe  $IGK$ , puisqu'il est nécessaire que tous les points de l'arc  $AG$  se soient rencontrés successivement sur tous ceux de l'arc  $IG$  pour que la Courbe  $AB$  soit parvenue dans la situation  $IGK$ . Il est encore évident que si du point touchant  $G$  on tire au point décrivant  $M$  la droite  $GM$ , cette ligne  $GM$  sera perpendiculaire à la Courbe  $CM$ ; car considérant la Courbe  $AB$  ou son égale  $IGK$  comme l'assemblage d'une infinité de petites droites  $Gg$ , & de même la Courbe  $AGZ$  comme la somme d'une infinité de petites droites  $Gg$  égales chacune à sa correspondante dans la Courbe  $IGK$ . Il est manifeste que la Courbe  $CM$  sera l'assemblage d'une infinité de petits arcs de cercle  $Mm$ , qui auront pour centre successivement tous les points touchants  $G$ , & qui seront décrits chacun par le point décrivant  $M$  ou  $C$ ; d'où il suit que la ligne  $GM$  menée du centre  $G$  de l'arc  $Mm$  à cet arc lui est perpendiculaire.

Maintenant soit menée du point touchant  $G$  la tangente  $GN$  commune aux deux Courbes  $AGZ$ ,  $IGK$ , qui rencontre leurs axes  $FA$ ,  $EM$  prolongées aux points  $T$  &  $N$ , & du point  $G$  soit élevée la perpendiculaire  $FE$  à cette tangente qui est aussi perpendiculaire aux deux Courbes  $AGZ$ ,  $IGK$ , & qui rencontre leurs axes aux points  $E$  &  $F$ . Soient encore menées les ordonnées  $GQ$ ,  $GR$ ,  $MP$  aux Courbes  $AGZ$ ,  $IGK$ ,  $CLM$ , & les ordonnées  $gq$ ,  $gr$ ,  $mp$  infiniment proche des premières, & les petites lignes  $GS$ ,  $nm$  parallèles à  $FP$ , &  $Go$  parallèle à  $ME$ ; l'on nommera ensuite  $AP$ ,  $x$ ;  $PM$ ,  $y$ ;  $AQ$ ,  $z$ ;  $QG$ ,  $t$ ;  $IR$ ,  $u$ ;  $RG$ ,  $r$ ; & la connue  $AC$  ou  $MI$ ,  $c$ ; l'on aura  $Pp$  ou  $nm = dx$ ;



$Mn = dy$ ;  $qQ$  ou  $Gs = dz$ ;  $sg = dt$ ;  $rR$  ou  $Go = du$ ; &  $go = dr$ .

Or puisque la ligne  $GM$  est perpendiculaire sur  $Mm$ , les triangles  $Mnm$  &  $MDG$  sont semblables; car, ôtant des angles  $Gmm$  &  $DMn$  qui sont chacun égaux à un droit, le même angle  $DMm$  les restes  $GMD$  &  $mMn$  sont égaux, & de plus les angles  $Mnm$  &  $MDG$  sont droits, on aura donc cette proportion  $GD (t-y) \cdot DM (x+z) :: mn (dx) \cdot nM (dy)$ , qui donne l'égalité (A)  $dy = \frac{x dx + z dx}{t-y}$ .

Et à cause des angles droits  $MDG$  &  $MRG$ , l'on a  $MD^2 + DG^2 = MR^2 + RG^2$ , ce qui est en termes analytiques l'égalité (B)  $xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc + 2cu + uu + rr$ . Cela posé, les triangles semblables  $Gsg$ ,  $GQT$  &  $Gog$ ,  $GRN$ ,  $GRE$  donneront ces analogies  $gs (dt) \cdot sG (dz) :: GQ (t) \cdot QT = \frac{t dz}{dt}$ ,  $go (dr) \cdot oG (du) :: GR (r) \cdot RN = \frac{r du}{dr}$  &  $Go (du) \cdot og (dr) :: GR (r) \cdot RE = \frac{r dr}{du}$ . D'où il suit  $GE (\sqrt{GR^2 + RE^2}) = \frac{r}{du} \sqrt{du^2 + dr^2}$ .

Maintenant à cause des triangles semblables  $TQG$ ,  $TPV$ , on a cette proportion  $TQ (\frac{t dz}{dt}) \cdot QG (t) :: TP$  ou  $TQ - QP (\frac{t dz}{dt} - x - z) \cdot PV = \frac{t dz - x dt - z dt}{dz}$ . Et menant  $MH$  perpendiculaire sur  $GN$ , les triangles  $NEG$ ,  $NMH$  seront encore semblables, ce qui donnera cette analogie  $NE$  ou  $NR + RE (\frac{r du}{dr} + \frac{r dr}{du}) \cdot EG (\frac{r}{du} \sqrt{du^2 + dr^2}) ::$

$NM$  ou  $NR - RM (\frac{r du}{dr} - u + c) \cdot MH = \frac{r du - ndr + cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ .

Mais parceque les angles  $MVH$  &  $TGQ$  sont égaux, & que les angles  $MHV$  &  $TQG$  sont droits, les triangles  $TQG$  &  $MHV$  sont semblables, ce qui donnera encore cette proportion.

$TQ (\frac{t dz}{dt}) \cdot TG$  ou  $\sqrt{TQ^2 + QG^2} (\frac{t}{dt} \sqrt{dz^2 + dt^2}) :: MH (\frac{r du - ndr + cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}})$ .

$MV = \frac{rdv - ndr + cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ . Ainsi  $PV + VM = PM$   
 fera l'égalité (C)  $\frac{rdx - xdr - zdt}{dz} + \frac{rdv - ndr + cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}} = y$ .

On aura donc les trois égalités *A, B, C*.

$$A. dy = \frac{x dx + z dz}{t - y}.$$

$$B. xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = cc + 2cu + uu + rr.$$

$$C. y = \frac{rdx - xdr - zdt}{dz} + \frac{rdv - ndr + cdr}{dz} \times \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}.$$

Par le moyen desquelles on trouvera l'équation qui exprime la nature d'une quelconque des trois Courbes *AGZ, IGK & CLM*, les deux autres étant données. Car il est visible que lorsque deux quelconques de ces trois Courbes seront déterminées, les trois égalités ne seront plus composées que de quatre inconnues, & pourront par conséquent être réduites à une, qui ne contiendra plus que deux de ces inconnues, lesquelles exprimeront les coordonnées de la Courbe cherchée. *Ce qu'il falloit trouver.*

#### COROLLAIRE I.

Si l'on suppose  $c = 0$ , c'est à dire que le point décrivant soit sur la circonférence de la Courbe qui roule, les trois égalités *A, B, C*, se changeront en celles marquées en *D, E, F*.

$$D. \frac{x dx + z dz}{t - y} = dy. E. xx + 2zx + zz + yy - 2ty + tt = uu + rr. \text{ Fig. III.}$$

$F. y = \frac{rdx - ndr - zdt}{dz} + \frac{rdv - ndr}{dz} \times \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ , qui serviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des trois Courbes *AGZ, MGK & ALM*, les deux autres étant données.

#### COROLLAIRE II.

Si l'on suppose  $z = u$  &  $t = r$ , c'est à dire que les Courbes *AGZ, IGK* soient les mêmes, les égalités *B & C* se changeront en celles marquées *G & H*.

$$G. xx + 2zx + yy - 2ty = cc + 2cx, \text{ \& H. } y =$$

$y = \frac{ztdz - xdt - z\dot{z}dt + cdt}{d\dot{z}}$ , qui serviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ* ou *CLM*, l'autre étant connue.

### COROLLAIRE III.

Si l'on suppose dans ce dernier cas  $c=0$ , les égalités *G* & *H* se changeront en celles marquées *I* & *L* (1),  $xx + z\dot{z}x + yy - z\dot{z}y = 0$ , &  $(L) y = \frac{ztdz - xdt - z\dot{z}dt}{dx}$ , qui serviront à trouver l'équation de celle qu'on voudra des deux Courbes *AGZ*, *ALM*, lorsque le point décrivant est sur la circonférence de la Courbe qui roule.

### COROLLAIRE IV.

Il suit de ce que les égalités *G* & *I* ne contiennent point de différentielles, & de ce que les égalités *H* & *L* ne renferment que les différences  $dt$  &  $d\dot{z}$ ; que toutes les fois que la Courbe *AGZ* sera geometrique, la Courbe *CLM* ou *ARM* sera aussi geometrique. Car quand la Courbe *AGZ* est geometrique, l'on a une valeur de  $t$ , qui ne contient point de différence  $d\dot{z}$ , laquelle étant mise en sa place dans les égalités *G* & *H* pour le cas du Corollaire II, & dans les égalités *I* & *L* pour le Coroll. III, & aussi pour  $dt$  sa valeur en  $d\dot{z}$  changera ces égalités de maniere, que la premiere de chacun de ces deux Corollaires ne sera plus composée que des indéterminées  $x$ ,  $y$  &  $z$ , sans mélange d'aucune différence  $dt$ ,  $d\dot{z}$ ,  $dy$  ni  $dx$ , & de même la seconde ne contiendra plus que les indéterminées  $x$  &  $z$ , d'où il suit que la valeur de  $z$  tirée de cette dernière égalité, étant substituée en sa place dans l'égalité *G* pour le second Corollaire, & dans l'égalité *I* pour le troisième, la changera de telle sorte qu'elle ne sera plus composée que des indéterminées  $x$  &  $y$ , sans aucun mélange des différences  $dx$  &  $dy$ , & par conséquent exprimera la nature d'une Courbe geometrique. Voici donc une belle propriété des Courbes geometriques qui n'avoit encore été remarquée par

personne, sçavoir, que toutes les Courbes geometriques roulant sur elles-mêmes en forment d'autres aussi geometriques, soit que le point décrivant soit pris sur la circonférence de la Courbe qui roule, ou qu'il se rencontre dedans ou hors cette circonférence.

## COROLLAIRE V.

Si l'on suppose la Courbe *AGZ* devenir une ligne droite perpendiculaire sur *FP*, il est évident que la tangente *GN* fera aussi perpendiculaire sur *FP*, puisqu'alors elle se confond avec *AGZ*; d'où il suit que la ligne *MH* FIG. IV.  
& V.

( $\frac{rdu - ndr + cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ ) sera alors parallele & égale à *AP* (*x*), ainsi l'on aura pour premiere égalité  $x = \frac{rdu - ndr + cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ . Il est encore évident que la ligne *AQ* ou *z* est alors = 0, & par conséquent que l'égalité *A* se change en celle-ci  $dy = \frac{xdx}{1}$ , ou en mettant pour *t-y* (*DG*) la valeur  $\sqrt{MG^2 - MD^2}$  qui est  $\sqrt{cc + 2cn + nn + rr - xx}$ , elle devient  $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2cn + nn + rr - xx}}$ . On aura donc les deux égalités (*M*)  $x = \frac{rdu - ndr + cdr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ , & (*N*)  $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2cn + nn + rr - xx}}$ , pour

servir à trouver quelle est la Courbe *CLM* engendrée par le roulement d'une Courbe quelconque *IGK* sur une ligne droite, ou bien quelle doit être la Courbe *IGK* pour qu'elle forme par son roulement sur une ligne droite une autre Courbe donnée quelconque *CLM*, le point décrivant étant pris dedans ou dehors la Courbe qui roule.

Si dans ce dernier cas on suppose *c* = 0, les égalités *M* & *N* deviendront  $x = \frac{rdu - ndr}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$  &  $dy = \frac{xdx}{\sqrt{nn + rr - xx}}$ , qui serviront à trouver l'une des deux Courbes *MGK* ou *ARM*, l'autre étant donnée, & le point décrivant étant supposé sur la circonférence de la Courbe qui roule. FIG. VI.

## EXEMPLE I.

*Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une ligne droite.*

Soit la Courbe  $IGK$  un cercle dont le diametre est  $2a$ , & dont l'équation par conséquent est  $r = \sqrt{2au - uu}$ , qui a pour différentielle  $dr = \frac{adu - uu}{\sqrt{2au - uu}}$  : Si donc on substitue

Corol. V. dans les égalités  $M$  &  $N$  pour  $r$  &  $dr$  ces valeurs, elles se

changeront en celle-ci  $x = \frac{du\sqrt{2au - uu} - u + c \times \frac{adu - uu}{\sqrt{2au - uu}}}{adu}$

$\sqrt{2au - uu}$ , &  $(O) dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2cx + 2au - xx}}$ , dont la première se réduit à  $x = \frac{au + ac + cu}{a}$ , qui donne  $u = \frac{ax + ac}{a + c}$  : Si donc on met cette valeur de  $u$  dans l'égalité  $O$ , on aura  $dy = \frac{xdx}{\sqrt{cc + 2ax + 2ac - xx}}$  pour l'équation de la Courbe  $CLM$  qui est alors une Cycloïde allongée ou accourcie.

Si l'on suppose  $c = 0$ , elle deviendra  $dy = \frac{xdx}{\sqrt{2ax - xx}}$  qui est celle de la Cycloïde ordinaire.

## EXEMPLE II.

*Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur elle-même.*

Soit la Courbe  $AGZ$  ou  $IGK$  un cercle dont l'équation soit  $t = \sqrt{2ax - xx}$ , qui a pour différentielle  $dt = \frac{adx - xdx}{\sqrt{2ax - xx}}$ .

Si on substitue pour  $t$  &  $dt$  ces valeurs dans les égalités  $G$  &  $H$ , elles se changeront en celles-ci  $xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2ax - xx} = cc + 2cx$ , &  $y = 2\sqrt{2ax - xx} - x - 2x - cx$   
 $\frac{ax - x}{\sqrt{2ax - xx}} (P) = \frac{2ax - ax + xx - ac + x}{\sqrt{2ax - xx}}$ . De la première on tire  $2y\sqrt{2ax - xx} = xx + 2zx + yy - cc - 2cx$ , & de la seconde aussi  $y\sqrt{2ax - xx} = 2ax - ax + zx - ac + cx$ , par conséquent on a  $xx + 2zx + yy - cc - 2cx = 4ax - 2ax + 2zx -$   
 —24

$-2ac + 2cx$ , qui se réduit à  $xx + yy - cc - 4cx = 4ax$   
 $-2ax - 2ac$ , d'où l'on tire (Q)  $yy = 4ax - 2ax - 2ac -$   
 $xx + cc + 4cx$ , & en quarrant l'égalité P on a encore  
 $yy = \frac{4aaxx - 4aaxx + aaxx + 4aaxx - 2axxx + xxx - 4aacx + 2aacx -$   
 $2acxx + aacc + 4acx^2 - 2acxx + 2cx^2 - 2acx^2 + cx^2}{2ax - x^2}$ . Si donc on com-  
pare ces deux valeurs de  $yy$ , on aura l'égalité  $4aaxx -$   
 $4aaxx + aaxx + 4aaxx - 2axxx + xxx - 4aacx + 2aacx$   
 $- 2acxx + 4acxx - 2acxx + 2cxxx + aacc - 2acxx + ccxx =$   
 $4ax - 2ax - 2ac - xx + cc + 4cx \times 2ax - xx = 8aaxx - 4ax^2 -$   
 $4aaxx + 2axxx - 4aacx + 2acxx - 2axxx + xxx + 2acxx$   
 $- ccxx + 8acxx - 4cx^2$ , qui se réduit en effaçant les termes  
qui se détruisent à l'égalité  $4aaxx - 4ax^2 + 6acxx - 2axxx$   
 $+ 4acxx - 2ccxx - 4cx^2 = aaxx + 2aacx - 4acxx + 2cxxx$   
 $+ aacc$ , ou en divisant par  $aa$  & transposant, il vient l'é-  
galité  $xx + 2cx - \frac{4cx}{a} + \frac{2cxxx}{aa} + \frac{2xxx}{a} = 4xx - \frac{4x^2}{a} +$   
 $\frac{6cxx}{a} + \frac{4cx}{a} - \frac{2cxxx}{aa} - \frac{4cx^2}{aa} - cc$ , & en résolvant cette éga-  
lité, il vient  $x + c - \frac{2cx}{a} + \frac{cx}{aa} + \frac{xx}{a} = \sqrt{4xx - \frac{4x^2}{a} + \frac{6cxx}{a}}$   
 $+ \frac{4cx}{a} - \frac{2cxxx}{aa} - \frac{4cx^2}{aa} - cc + cc - \frac{4cx}{a} + \frac{4cxxx}{aa} + \frac{2cxxx}{aa} -$   
 $\frac{4cxxx}{a^3} + \frac{cx^4}{a^4} + \frac{2cxx}{a} - \frac{4cx^2}{aa} + \frac{2cx^4}{a^3} + \frac{x^4}{aa}$ , qui se réduit à  
 $x + c - \frac{2cx}{a} + \frac{cx}{aa} + \frac{xx}{a} = \sqrt{4xx - \frac{4x^2}{a} + \frac{8cxx}{a} + \frac{4cxxx}{aa}}$   
 $- \frac{8cx^2}{aa} - \frac{4cx^2}{a^3} + \frac{cx^4}{a^4} + \frac{2cx^4}{a^3} + \frac{x^4}{aa}$ , ou  $x + c - \frac{2cx}{a} + \frac{cx}{aa}$   
 $+ \frac{xx}{a} = \frac{2}{aa} \sqrt{4a^4 - 4a^3x + 8a^2c + 4aacc - 8aacx - 4acxx}$   
 $+ ccxx + 2acx^2 + a^2x = \frac{2}{aa} \times a - c \times 2a - x = 0$ . On aura  
donc en mettant à même dénomination  $aax + aac - 2acx$   
 $+ cxx + axx = 2aax + 2acx - aax - cxx$ , ou  $aax + aac -$   
 $4acx + cxx + aax - 2aax = 0$ , qui donne  $xx - \frac{4acx - 2aax}{2a + 2c}$   
 $+ \frac{aax + aac}{2a + 2c} = 0$ , dont la résolution donne  $x = \frac{2ac + aa}{2a + 2c}$   
 $+ \sqrt{\frac{aax - aac}{2a + 2c} + \frac{4aacc + 4a^3c + a^4}{2a + 2c}}$ , qui se réduit à

$x = \frac{2ac + ac \pm a\sqrt{-2ax + 2ac - 2xx + 2c + 2a}}{2a + 2c}$ . Si donc on met cette valeur de  $x$  dans l'égalité  $Q$ , il viendra  $yy = cc - xx - 2ac - 2ax + 4ac + 2aa + 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}$ , ou bien (R)  $y = \pm \sqrt{2aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx + 2a\sqrt{aa + 2ac + 2cc - 2ax - 2cx}}$ , qui est l'équation des Cycloïdes geometriques allongées & accourcies.

## COROLLAIRE.

Si l'on suppose  $c = 0$ , c'est à dire que le point décrivant soit sur la circonférence du cercle qui roule, l'équation R deviendra  $y = \pm \sqrt{2aa - 2ax - 2xx + 2a\sqrt{aa - 2ax}}$ , qui est celle de la Cycloïde geometrique simple.

## EXEMPLE III.

*Pour les Courbes formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur une autre aussi quelconque, le point décrivant étant sur la circonférence de celle qui roule.*

Soit la Courbe AGZ un cercle dont le rayon soit  $b$ , & la Courbe AB ou MGK un autre cercle dont le rayon soit  $a$ , l'on aura  $GQ (t) = \sqrt{2bx - 2x^2}$  &  $GR (r) = \sqrt{2au - 2u^2}$ , dont les différences sont  $dr = \frac{bdx - xdx}{\sqrt{2bx - 2x^2}}$  &  $dr = \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - 2u^2}}$ .

Corol. I.

Mettant donc ces valeurs dans les égalités E & F en la place des  $dt, r,$  &  $dr$ , elles deviendront (R)  $xx + 2zx + yy - 2y\sqrt{2bx - 2x^2} = 2au - 2bz$ , &  $y = \sqrt{2bx - 2x^2} - \frac{u - z}{\sqrt{2bx - 2x^2}}$ .

$x\sqrt{b - z} + \frac{du\sqrt{2au - 2u^2} - u \times \frac{adu - udu}{\sqrt{2au - 2u^2}} \times \frac{bdx \times \sqrt{2au - 2u^2}}{\sqrt{2bx - 2x^2} \times adu}$ , dont la dernière se réduit à  $y = \frac{bz - bx + zx + bu}{\sqrt{2bx - 2x^2}}$ , ou en mettant à

même dénomination, à (Q)  $y\sqrt{2bx - 2x^2} = bz - bx + zx + bu$ , dont le carré est  $2bx yy - 2x yy = bbz^2 - 2bbzx + 2bbxx + 2bxzx - 2bxzx + 2zxzx + 2bbzx - 2bbzx + 2baxx + 2baxx + 2bbuu$ , d'où l'on tire en transposant

$$xz = \frac{2bxy - 2b^2x - 2bx^2 + 2b^2x + 2b^2x}{bb + 2bx + xx + yy} = \frac{2b^2x - 2b^2x - 2b^2x}{bb + 2bx + xx + yy}$$

& en résolvant l'égalité du second degré, il vient

$$z = \frac{by + bx + bx - bb - bx}{bb + 2bx + xx + yy} \pm \sqrt{\frac{2b^2x - 2b^2x - 2b^2x}{bb + 2bx + xx + yy}}$$

$$\frac{+bb^2 + 2b^2xy + 2b^2x^2 + 2b^2x^2 + 2b^2x^2 + 2b^2x^2 - 2b^2xy - 2b^2x^2 - 2b^2x^2}{bb + 2bx + xx + yy}, \text{ qui}$$

se réduit en mettant à même dénomination à l'égalité (S)

$$z = \frac{by + bx + bx - bb - bx + byyy + 2bx + xx - 2bx}{bb + 2bx + xx + yy}. \text{ Mainte-}$$

nant pour faire que cette valeur de  $z$  ne soit composée que des seules indéterminées  $x$  &  $y$ , on tirera de chacune des égalités  $R$  &  $Q$  une valeur de  $\sqrt{2bx - xz}$ , afin qu'étant comparées on tire de cette comparaison une valeur de  $x$ , qui étant substituée dans l'égalité  $S$  la rende telle qu'elle ne contienne plus que les indéterminées  $x$  &  $y$ . De l'éga-

lité  $R$  on tire  $\sqrt{2bx - xz} = \frac{xx + 2xx + yy - 2ax + 2bx}{2y}$ , & de l'é-

galité  $Q$  aussi  $\sqrt{2bx - xz} = \frac{bx - bx + xx + bx}{y}$ . On aura donc

$$xx + 2xx + yy + 2bx - 2ax = 2bx - 2bx + 2xx + 2bx,$$

$$\text{qui se réduit à } xx + yy + 2bx = 2ax + 2bx, \text{ d'où l'on tire}$$

$$x = \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}. \text{ Si donc on substitue cette valeur dans l'é-}$$

galité  $S$ , on aura  $z = bx \frac{yy + bx + xx - b - x \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}{bb + 2bx + xx + yy}$

$$+ y \sqrt{yy + 2bx + xx - 2b - \frac{x^2 - y^2 - 2bx}{2a + 2b} \times \frac{xx + yy + 2bx}{2a + 2b}}, \text{ ou en}$$

réduisant & mettant à même dénomination, il vient (T)

$$z = \frac{b}{2a + 2b} \times \frac{2ayy + 2abx + 2axx + byy - bxx - x^2 - xyy + y^2}{bb + 2bx + xx + yy}$$

$$\sqrt{yy + 2bx + xx} \sqrt{4a^2 + 4ab - x^2 - y^2 - 2bx}.$$

A présent soit mis dans l'égalité (O)  $dy = \frac{adx + bdx}{y}$  pour la valeur  $\sqrt{2bx - xz}$ , Corol. I.

on aura  $dy = \frac{adx + bdx}{\sqrt{2bx - xz}}$ , & ensuite pour  $z$  &  $\sqrt{2bx - xz}$

aussi leurs valeurs prises dans les égalités  $Q$  &  $T$ , il viendra



$$x dx + \frac{bdx}{2a+2b} \times \frac{2ay^2+2abx+2axx+byy-bxx-x^2-xyy+y}{\sqrt{yy+2bx+xx} \times \sqrt{4a^2+4ab-x^2-y^2-2bx}}$$

$$dy = \frac{bb+2bx+xx+yy}{bx-bx+xx+bx-y}$$

Et en mettant à même dénomination, & dans le dénominateur pour  $u$  &  $z$  leurs valeurs, on aura  $dy = \frac{dx}{2a+2b} \times$   
 $2ab^2x^2+4abx^2+2ax^2+2axy^2+2b^2x^2+4b^2x^2+2bx^2+2bxyy+2aby^2+2ab^2x+2abx^2+bbxyy-bbxx-bx^2-bxyy$   
 $+by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx} \times \sqrt{yy+2bx+xx}$ , divisé  
 par  $bb-bb+2bx+xx+yy \times \frac{bx-yy}{2a+2b} + \frac{2axx+byy+2abx}{2ay+2by} +$   
 $\frac{bb+bx}{2ay+2by} \frac{2ay^2+2abx+2axx+byy-bxx-x^2-xyy+y}{\sqrt{yy+2bx+xx} \times \sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}$ , qui se ré-  
 duit: (en effaçant les termes qui se détruisent, & en met-  
 tant le dénominateur à même dénomination à l'égalité

$$dy = \frac{ydx \times 4ab^2x^2+6abx^2+2ax^2+2axy^2+2b^2x^2+3bbx^2+4bx^2+2bxy^2+2abx^2+b^2y^2-bby\sqrt{4aa+4ab-x^2-y^2-2bx} \times \sqrt{yy+2bx+xx}}{-2abx-2ay^2-by^2+bx^2 \times b^2+2bx+xx+y^2+bb+bx \times 2ay^2+2abx+2ax^2+by^2-bx^2-x^2-xy^2+y\sqrt{4a^2+4ab-x^2-y^2-2bx} \times \sqrt{yy+2bx+xx}}$$

$$ou \text{ à } dy = \frac{ydx \times 2a+ab \times 2bbx+3p \times x+2x^2+xyy+byy+by}{\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx} \times \sqrt{xx+yy+2bx}}$$

$$-bx^2y^2-by^2-2b^2xy^2-4abxy^2-2ax^2y^2-2ay^2+b+xx$$

$$x \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx} \times \sqrt{xx+yy+2bx}$$

qui se réduit encore en divisant le numérateur & le dé-  
 nominateur par  $y\sqrt{xx+yy+2bx}$  à l'égalité . . .

$$dy = \frac{dx \times 2a+bx \times b \pm \sqrt{xx+yy+2bx} \pm by\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}{2a+bx-y\sqrt{xx+yy+2bx} \pm b \times \sqrt{xx+yy+2bx} \pm b\sqrt{4aa+4ab-xx-yy-2bx}}$$

qui est celle qui exprime la nature de la Courbe  $AM$  qui  
 est alors une Epicycloïde.

## COROLLAIRE.

Si l'on suppose le rayon du cercle  $AGZ$  infini, l'équa-  
 tion se changera en cette autre  $dy = \frac{bbdx\sqrt{2bx}}{bb\sqrt{4ab-2bx}}$ , puisque  
 tous les autres termes sont nuls par rapport à  $bb\sqrt{2bx}$  &

$bbV4ab-2bx$ , laquelle devient  $dy = \frac{x dx}{\sqrt{4ax-x^2}}$  qui est l'é-

quation de la Cycloïde ordinaire. Et c'est aussi ce qui doit arriver; car lorsque le rayon  $FA$  est infini, la circonférence du cercle  $AGZ$  est infiniment grande, & par conséquent sa partie  $AG$  est une ligne droite; d'où il suit que la Courbe  $AM$  est alors engendrée par le roulement du cercle  $MGK$  sur la ligne droite  $GB$ , ce qui est la génération de la Cycloïde simple.

**AUTRE METHODE GENERALE**  
*pour trouver les Equations qui expriment la nature des Courbes qui peuvent être formées par le roulement d'une Courbe quelconque sur la même Courbe posée dans une situation renversée par rapport à la première.*

Si l'on fait rouler la Courbe quelconque  $ABF$  sur une autre  $AGK$  qui lui soit égale & semblable, le sommet  $A$  décrira la Courbe  $AME$  dont on trouvera la nature en cette sorte.

Soit supposée la Courbe  $ABF$  parvenue dans la situation  $MGH$ , dans laquelle elle touche en  $G$  la Courbe  $AGK$ , où le point décrivant  $A$  tombe en  $M$ , & où l'axe  $AT$  se trouve dans la situation  $RM$ . Il est évident que l'arc  $AG$  est égal à l'arc  $MG$ , puisqu'il faut que tous les points de l'arc  $MG$  se soient rencontrés successivement sur tous ceux de l'arc  $AG$ , pour que la Courbe  $ABF$  soit parvenue dans la situation  $MGH$ . Si à présent du point touchant  $G$  on mène la tangente  $GT$  & la perpendiculaire  $CGL$  à cette tangente, il est clair que cette tangente  $GT$  coupera les axes  $CA$  &  $LM$  dans un même point, puisque les Courbes  $AFK$ ,  $MGH$  sont les mêmes. Or elle ne peut couper ces deux axes dans un même point, qu'au point  $T$  où ces deux axes se coupent, & ce point  $T$  doit être tel que  $AT = MT$ . Cela fait, soit encore mené les appliquées  $GQ$ ,  $GR$  &  $PM$  aux Courbes  $AGK$ ,  $MGH$ ,  $AME$ , & les cordes  $AG$ ,  $MG$ , il est évident que  $AQ = MR$ ,  $AG = MG$ ,  $GQ = GR$  &  $RL = QC$ . Or

puisque l'angle  $AGM$  est coupé en deux également par la tangente  $GT$ , & que menant  $AM$  l'angle  $GAM = GMA$ , il est clair que les triangles  $GAD$  &  $GMD$  sont égaux & semblables, & partant que l'angle  $ADG$  est droit & que  $AD = MD$ ; d'où il suit que la ligne  $AM$  est parallèle à  $CL$ , & que menant  $MO$  parallèle à  $GT$ ,  $MD$  sera égale à  $GO$ . Cela posé, on nommera  $AP$ ,  $x$ ;  $PM$ ,  $y$ ;  $AQ$  ou  $MR$ ,  $z$ ;  $QG$  ou  $RG$ ,  $t$ ; & menant les appliquées  $mp$ ,  $gq$  infiniment proche de  $MP$  &  $GQ$ , & les petites lignes  $Mt$  &  $GS$  parallèles à  $CA$ , on aura  $Pp$  ou  $Mt = dx$ ,  $tm = dy$ ,  $Qq$  ou  $GS = dz$  &  $Sg = dt$ . Maintenant à cause que  $GC$  est perpendiculaire à la Courbe  $AGK$ , les triangles  $GSg$  &  $GQC$  sont semblables, puisqu'ôtant des angles  $CGS + SGg$  &  $GgS + SGg$  qui sont égaux à un droit, le même angle  $SGg$ , les restes  $CGS$ , ou son égal  $GCQ$  &  $GgS$  sont égaux, & que de plus les angles  $CQG$  &  $GSg$  sont droits. Les triangles  $GSg$  &  $GCQ$  sont donc semblables, ce qui donne ces analogies  $GS(dx) : Sg(dt) :: GQ$   
 (1).  $QC = \frac{tdt}{dx} = RL$ , &  $GS(dz) : Gg(\sqrt{dx^2 + dz^2}) :: GQ$   
 (2).  $GC = \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{dz} = GL$ . Mais parce que les angles  $GRL$  &  $MOL$  sont droits, & que l'angle  $GRL$  est commun aux deux triangles  $MOL$  &  $GRL$ , il est visible que ces deux triangles sont semblables, & qu'ainsi l'on aura cette proportion  $GL\left(\frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{dz}\right) : RL\left(\frac{tdt}{dx}\right) :: ML$  ou  $AQ + QC$   
 $\left(x + \frac{tdt}{dx}\right) : OL = \frac{x dx dt + t dz^2}{dz \sqrt{dx^2 + dz^2}}$ , & partant  $OG = GL - OL$   
 $= \frac{\sqrt{dx^2 + dz^2}}{dz} - \frac{x dx dt + t dz^2}{dz \sqrt{dx^2 + dz^2}} = \frac{dx - x dt}{\sqrt{dx^2 + dz^2}} = MD$ . Or puisqu'on a  $AM$  ou  $2MD$   $(VPM^2 + AP^2) = Vxx + yy$ , l'on aura l'égalité  $Vxx + yy = \frac{2dx - 2x dt}{\sqrt{dx^2 + dz^2}}$ , dont le quarré est  
 $xx + yy = \frac{4x dx^2 - 8x dx dt + 4x^2 dt^2}{dx^2 + dz^2}$ , d'où l'on tire  $y = \pm$   
 $\frac{\sqrt{4x dx^2 - 8x dx dt + 4x^2 dt^2 - xx dx^2 - yy dz^2}}{\sqrt{dx^2 + dz^2}}$ ; & à cause des triangles semblables  $CQG$ ,  $APM$ , on aura cette analogie  $CG$

$$\left(\frac{\sqrt{dx^2+dz^2}}{dz}\right) \cdot CQ \left(\frac{t}{dz}\right) :: AM \text{ ou } \sqrt{xx+yy} \left(\frac{zdx-xdz}{\sqrt{dx^2+dz^2}}\right).$$

$AP(x)$  qui donne cette égalité  $x = \frac{zdx-xdz}{dz^2+dz^2}$ . Ainsi l'on aura les deux égalités  $A$  &  $B$ .

$$A. y = \pm \frac{\sqrt{4zdx^2-8xzdx+4x^2dz^2-xxdz^2-xxdz^2}}{dz^2+dz^2}.$$

$$B. x = \frac{zdx-xdz}{dz^2+dz^2}.$$

pour exprimer la nature de la Courbe  $AM$ . Car il est évident que lorsque la Courbe  $AGK$  ou  $MGH$  sera déterminée, c'est-à-dire que l'on aura la valeur de  $t$  en  $x$ , l'égalité  $B$  se changera par la substitution de cette valeur en la place de  $t$ , en une autre qui ne sera plus composée que des inconnues  $x$  &  $z$ , d'où l'on tirera une valeur de  $z$  en  $x$ , qui étant mise en la place dans l'égalité  $A$  après y avoir substitué pour  $t$  &  $dz$  leurs valeurs en  $z$ , la rendra telle qu'elle ne contiendra que les seules inconnues  $x$  &  $y$ , & par conséquent exprimera alors la nature de la Courbe  $AM$ .

## COROLLAIRE.

Il suit de ce que les égalités  $A$  &  $B$  ne contiennent point les différences  $dx$  &  $dy$ , que toutes les fois que la Courbe  $AGK$  ou  $MGH$  sera géométrique, la Courbe  $AM$  sera aussi géométrique.

## EXEMPLE I.

Soit la Courbe  $AGK$  ou  $MGH$  un cercle dont le diamètre soit  $za$ , on aura  $GQ$  ou  $GR(t) = \sqrt{2az - zz}$ , &  $dt = \frac{adz - zdz}{\sqrt{2az - zz}}$ , lesquelles valeurs de  $t$  &  $dz$  étant substituées dans les égalités  $A$  &  $B$ , elles se changeront en celles-ci,

$$y = \pm dz \frac{\sqrt{8az - 4zz - 8az + 8zz + \frac{4a^2z^2 - 8az^2 + 4z^3}{2az - zz} - xx \frac{adz + 2axz - zxx}{2az - zz}}{\sqrt{dz^2 + \frac{adz^2 - 2axdz^2 + xdz^2}{2az - zz}}}$$

$$\text{ou } x = \frac{zadz - xdz}{dz^2 + \frac{adz^2 - 2axdz^2 + xdz^2}{2az - zz}}, \text{ qui se ré-}$$

duisent à  $y = \pm \frac{\sqrt{4axz - 4ax^2}}{a} = \pm \sqrt{4xz - xx}$ , & (O)  $x = \frac{2ax - 2az}{4a}$ . De cette dernière on tire  $zx - ax = -\frac{1}{2}ax$ , dont la résolution est  $z = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}ax}$ . Si donc on met cette valeur de  $z$  dans l'égalité C, on aura  $y = \pm \frac{\sqrt{2aa - 2ax - xx + 2a\sqrt{aa - 2ax}}}{a}$  qui est l'équation de la Cycloïde geometrique.

### EXEMPLE II.

Soit la Courbe AGK ou MGH une parabole dont le parametre soit  $a$ , on aura  $t = \sqrt{ax}$ , dont la difference est  $dt = \frac{adx}{2\sqrt{ax}}$ . Mettant ces valeurs de  $t$  &  $dt$  en leurs places dans les égalités A & B, elles se changeront en ces

$$\text{autres } y = \pm dx \frac{\sqrt{4ax - 4ax + \frac{adx}{2\sqrt{ax}} - xx - \frac{adx}{4ax}}}{\sqrt{dx^2 + \frac{adx^2}{4ax}}}, \text{ \& }$$

$$x = \frac{adx^2 - \frac{2adx dx^2}{4ax}}{dx^2 + \frac{adx^2}{4ax}}, \text{ qui se réduisent à (C) } y = \pm$$

$$\frac{\sqrt{4axz - 4axxx - 4axx}}{\sqrt{4ax + aa}}, \text{ \& (D) } x = \frac{2ax}{4x + a}. \text{ De l'égalité D on}$$

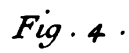
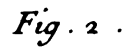
tire  $4xz + ax = 2ax$  ou  $z = \frac{ax}{2a - 4x}$ , & substituant cette valeur de  $z$  dans l'égalité C, on aura  $y = \pm$

$$\frac{\sqrt{\frac{4a^3xx}{4aa - 16ax + 16xx} - \frac{4aax^3}{2a - 4x} - aaxx}}{\sqrt{\frac{4aax}{2a - 4x} + aa}}, \text{ ou en mettant à même}$$

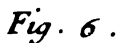
$$\text{dénomination } y = \pm \frac{\sqrt{4a^3xx - 8a^3x^3 + 16aax^4 - 4a^4xx + 16a^3x^3 - 16aax^4}}{\sqrt{1a - 4xx} \sqrt{4aax + 2a^3 - 4aax}}$$

qui se réduit à  $y = \pm \frac{\sqrt{8a^3x^3}}{\sqrt{1a - 4xx} \sqrt{2a^3}} = \pm \frac{2x\sqrt{x}}{\sqrt{1a - 4xx}}$  qui est l'équation de la Courbe décrite par le sommet de la parabole ABE roulant sur son égal AGK, laquelle est geometrique.

### EXEMPLE III.











## EXEMPLE III.

Soit la Courbe *AGK* une parabole cubique dont l'équation soit  $aa\dot{x} = t^3$ , qui donne  $t = \sqrt[3]{aa\dot{x}}$ , &  $dt = \frac{a\dot{x}}{3\sqrt[3]{aa\dot{x}}}$ . Substituant ces valeurs dans les égalités *A* & *B*, elles de-

$$\text{viendront } y = \pm \dot{x} \frac{\sqrt[3]{4a^3\dot{x}} - \frac{8a^2\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{\dot{x}}} + \frac{4a\dot{x}}{9\sqrt[3]{a\dot{x}}} - xx - \frac{aa\dot{x}}{9\sqrt[3]{a\dot{x}}}}{\sqrt[3]{d\dot{x}^2} + \frac{a\dot{x}}{9\sqrt[3]{a\dot{x}}}}$$

$$\text{\& } x = \frac{\frac{1}{3}a\dot{x}^2\sqrt[3]{a} - \frac{2}{9}a\dot{x}d\dot{x}^2}{d\dot{x}^2 + \frac{a\dot{x}}{9\sqrt[3]{a\dot{x}}}}, \text{ qui se réduisent à (C) } y =$$

$$\pm \frac{\sqrt[3]{16aa\dot{x} - 9\dot{x}x\sqrt[3]{aa\dot{x} - aa\dot{x}}}}{\sqrt[3]{9x\sqrt[3]{aa\dot{x} - aa\dot{x}}}}, \text{ \& (D) } x = \frac{4a\dot{x}}{9x\sqrt[3]{aa\dot{x} - aa\dot{x}}}. \text{ De l'éga-}$$

lité *D* on tire  $aa\dot{x} + 9\dot{x}x\sqrt[3]{aa\dot{x}} = 4aa\dot{x}$ , ou  $9\dot{x}x\sqrt[3]{aa\dot{x}} = 4aa\dot{x} - aa\dot{x}$ , dont le cube est  $81 \times 9\dot{x}^3x^3 \times aa\dot{x} = 64a^6\dot{x}^3 - 48a^6\dot{x}^2x - 12a^6\dot{x}xx - a^6x^3$ , ou  $81 \times 9\dot{x}^3x^3 - 64a^4\dot{x}^3 + 48a^4\dot{x}^2x - 12a^4\dot{x}xx + a^4x^3 = 0$ , dont la résolution donne une valeur de  $x$ , qui étant mise en sa place dans l'égalité *C*, cette égalité *C* exprimera la nature de la Courbe formée par une parabole cubique roulant sur elle-même.

## EXAMEN DES EAUX

## DE VICHY ET DE BOURBON.

PAR M. BURLET.

**P**endant le séjour que j'ai fait à Vichi & à Bourbon l'année dernière, je me suis appliqué autant que mes occupations me l'ont pu permettre, à vérifier plusieurs  
1707. 23. Mars.

N

experiences déjà faites sur les Eaux minerales de ces lieux, & à en faire quelques nouvelles, pour découvrir avec plus de certitude & de précision la nature de leur mineral.

Comme ces Eaux sont fort renommées dans le Royaume, surtout depuis environ soixante ans, les Medecins des lieux, & plusieurs autres qui s'y sont transportés, ont travaillé à nous en donner des analyses, & à expliquer leurs vertus medecinales.

Outre les Livres imprimés sur les Eaux de Vichi & de Bourbon, qui sont entre les mains de tout le monde; j'ai vu des Memoires manuscrits de M<sup>rs</sup> Spon & Garnier Medecins de Lyon, qui firent il y a plus de 20 ans un voyage exprés en Auvergne & dans le Bourbonnois, pour examiner dans leurs sources les Eaux minerales de ces Provinces. L'on m'a aussi communiqué les analyses & les experiences de M. Saignette Medecin de la Rochelle faites en l'année 1696 au mois d'Octobre: celles de M<sup>rs</sup> Chomel & Geoffroy de cette Academie, faites en 1699 & 1704. Je rapporterai plusieurs choses de ces analyses & experiences dans ce Memoire que j'ai l'honneur de lire à la Compagnie.

*Des Eaux de Vichi.*

Des sept Fontaines minerales qui sont à Vichi, je n'en ai examiné que six, sçavoir les deux Puits des Capucins, celui de la Grille, du gros Bouler, les deux Fontaines Gargniés. L'eau de la septième qui est celle des Celestins étoit sale & bourbeuse, parcequ'on remuoit alors des terres près de cette Fontaine, & il n'y avoit pas lieu de l'examiner.

Les deux Puits des Capucins paroissent n'avoir qu'une même source, & l'eau en est tout à fait la même. Elle a un degré de chaleur fort considerable: elle paroît d'abord dans le bassin louche & comme blanchâtre, dans le verre néanmoins elle est plus claire & plus limpide. Son odeur est forte, & semble participer quelque chose du soufre

commun allumé : elle est au goût d'un sel vif & piquant , & désagréable à boire. Elle conserve sa chaleur fort longtemps. On ne trouve qu'un demi degré de chaleur de différence entre le petit Puits carré & le grand Puits des Capucins. Le Thermometre dont je me suis servi avoit neuf pouces & demi de long, non compris la boule ; exposé à l'air, sa liqueur étoit à 24 lignes : elle a monté, plongé dans le grand Puits carré, à 51 lignes, & dans le petit Puits carré à 51 lignes  $\frac{1}{2}$ .

L'Eau des Puits des Capucins mêlée avec la dissolution d'Alun & l'esprit de Vitriol, a fermenté considérablement ; mêlée avec l'eau de chaux, elle est devenue seulement trouble. Elle n'a point rougi le papier bleu, & n'a pris qu'une très-foible teinture avec la Noix de galles : elle n'a point changé la couleur de la solution du Tourne-sol, elle a verdi celle du Sirop violat. Tous ceux qui ont fait ces essais, ont trouvé la même chose à très-peu de différence près.

Ayant fait évaporer 4 livres de cette Eau dans une terrine, il m'est resté deux dragmes & soixante grains de résidence ; c'est à quelques grains près ce qu'a trouvé M. Chomel, qui sur huit livres marque avoir tiré cinq dragmes & demi de résidence.

Pour connoître avec plus de justesse & de précision le poids de la résidence sur une certaine quantité d'eau, je me suis servi, à l'exemple de M. Geoffroy, d'un petit vaisseau de verre large & plat, pesant demie once & huit grains ; j'y ai mis évaporer lentement sur les cendres chaudes six gros & trente-deux grains d'eau ; après l'évaporation j'ai trouvé au fonds & aux parois du verre une résidence blanche, sèche, adhérente : ayant repesé le verre, son poids étoit augmenté de près de trois grains  $\frac{1}{2}$ , par où j'ai conclu que chaque pinte de cette Eau contenoit environ cent vingt-six grains de résidence.

L'Eau de la Grille est un peu moins chaude que celle des Puits des Capucins. Y ayant plongé le Thermometre, sa liqueur a monté à cinquante lignes, elle contient

aussi presque le même poids de résidence. Cette Eau est celle dont boivent la plupart des malades: elle est d'une faveur qui tire sur le salé lixiviel, fort claire & limpide, fortant à gros bouillons de sa source, & envoyant une odeur de salpêtre fondu. Elle conserve sa chaleur aussi long-tems que celle des Capucins, & par tous les essais on n'y trouve gueres de difference.

L'Eau du gros Boulet est tiede, assez limpide, d'un goût plus piquant que l'Eau de la Grille, d'une odeur qui semble participer quelque chose du fer. La bouë qui se trouve dans une espece de petit ruisseau, qui sert comme de déchargeoir à cette Fontaine, est noire. L'ayant fait secher, il m'a paru qu'avec la pierre d'Aimant j'avois enlevé quelques particules. Cette Eau est assez d'usage, elle est plus forte & plus purgative que celle de la Grille. Dans les maladies d'obstruction on la boit seule, ou mêlée avec l'eau de la Grille. Mêlée avec l'infusion de Noix de galles, elle devient d'une couleur bien plus ambrée & plus foncée que l'Eau de la Grille. Par l'évaporation elle a donné sur pinte près de 18 grains de résidence plus que l'Eau de la Grille. Par les essais j'ai trouvé la même chose qu'à l'Eau de la Grille & des Puits des Capucins: elle fermente avec tous les acides, & le papier bleu rougi par un acide y reprend sa couleur. Cette Eau, comme la plus forte, est celle qu'on transporte ordinairement à Paris pour la faire boire aux malades qui ne peuvent aller sur les lieux.

L'Eau des Fontaines Gargniés ou du petit Boulet est froide, d'une faveur qui tire sur l'acide. On la fait boire sur les lieux avec succès pour les jaunisses, les nephretiques, &c. Elle est moins chargée de sel que celle du gros Boulet. Elle fermente aussi avec les acides, mais moins sensiblement que l'eau du gros Boulet. La couleur qu'elle donne à l'infusion de Noix de galles, tire sur celle de vin paillet.

Les Fontaines dont nous venons de parler sont les seules cultivées & entretenues à Vichi. Elles ne sont que peu éloignées les unes des autres. Il y a beaucoup d'autres

sources dans le voisinage de Vichi d'Eaux minerales qui ne paroissent pas differentes de celles-là , surtout des froides. Me promenant à Haute-rive à trois quarts de lieuës de Vichi , je trouvai une source bouillonnante d'une Eau aigrette , & qui ne differoit en rien de l'Eau du petit Boulet. A trente pas delà , dans le lit même de la riviere d'Allier , qui étoit pour lors à sec , je trouvai deux autres sources d'une Eau piquante , qui me parut tiede. Je suis persuadé que qui feroit la recherche de ces sources dans le territoire de Vichi , en trouveroit un grand nombre.

Le sel dont les Eaux de Vichi sont impregnées paroît être le même dans toutes les sources. Par tous les essais de Chimie ce sel est reconnu un sel mineral alkali , qui dans les Fontaines chaudes a vrai-semblablement quelques portions plus volatiles combinées avec des souffres. Quelque soin néanmoins qu'on prenne & quelque experience qu'on ait tenté de faire pour recueillir ces souffres , l'on n'a pas tout à fait réussi. M. Foët , qui a la direction des Eaux de Vichi depuis long-tems , soutient qu'il n'y a rien de bitumineux dans ces Eaux ; qu'ayant examiné toutes les résidences avec un soin extrême , il n'a pû y découvrir que de la terre & du sel : que ce sel est un vrai nitre fort different de nôtre salpêtre , mais le même que le Natrum des Anciens.

Pour moi j'ai crû avoir trouvé dans la résidence des Eaux de Vichi quelque portion sulphureuse ; car ayant mis de cette résidence sur des charbons ardens dans une chambre où il n'y avoit pas de jour , après quelque petillement des parties salines , il s'est élevé de petites flammes bleuâtres , dont l'odeur approchoit de celle de la poudre à canon qui prend feu. J'ai de plus tenu pendant quelques jours cette résidence en dissolution dans l'esprit de vin , & j'ai observé qu'il y avoit quelques particules grasses qui furnageoient. Cela m'a paru plus sensible après avoir séparé du sel la terre , & l'avoir mise dans l'esprit de vin ; car quelques jours après il s'est formé à la superficie une pellicule qui paroissoit toute onctueuse.

Outre quelque petite portion de souffre, j'ai crû avoir encore découvert dans la résidence des Eaux, surtout dans celles de la Grille, du gros Boulet & des Fontaines Gargniés quelques particules de fer; car m'étant servi de la pierre d'Aimant, j'ai sûrement enlevé quelques particules. Personne, que je sçache jusqu'à présent, n'avoit fait cette experience.

Il paroît donc vrai-semblable de conclure qu'il y a un sel mineral alkali dominant dans les Eaux de Vichi, avec quelque legere portion de souffre, de fer, & peut-être de vitriol. Plusieurs personnes ont soupçonné que ce dernier mineral entroit pour quelque chose dans les Eaux de Vichi, parcequ'elles ont une saveur où l'on démêle quelque pointe, & qu'elles prennent une teinture avec la poudre de Noix de galles: mais ils ont prétendu que c'étoit un vitriol volatil, qu'on ne pouvoit rectifier ni reconnoître par les essais ordinaires. Sur ce doute je renouvelai une experience qui avoit été faite par des Medecins de Lyon. Je couvris la grille de la Fontaine qui retient ce nom, & le petit Puits quarré des Capucins avec le papier bleu teint avec le Tournefol que je laissai toute la nuit, & le lendemain je n'observai aucun changement à la couleur du papier. Ayant rougi le même papier bleu avec l'esprit de vitriol, & en ayant recouvert les Fontaines, je trouvai le lendemain qu'il avoit repris sa couleur bleuë naturelle.

Cette experience semble confirmer qu'il n'y a aucun acide volatil dans les Eaux de Vichi, & que le sel qui s'en élève l'hyver, & qui s'attache aux voutes & aux murailles, surtout dans l'endroit où l'on douche, n'est point différent de celui qu'on tire par l'évaporation, & qu'il est alkali.

Je dirai ici en passant qu'il s'élève une si grande portion de ce sel l'hyver, & que dans le voisinage des Fontaines chaudes l'air en est si fort rempli, que les personnes qui y demeurent en sont fort incommodées.

Une jeune Doucheuse de Bourbon voulut s'établir à Vichi, & elle se logea dans le logis du Roy près le Bain des

pauvres : l'air chargé de sel & la fumée même des Eaux fit une impression si vive sur la poitrine, que malgré sa jeunesse & sa forte constitution, elle y mourut en fort peu de tems d'une espece de consommation.

Tout le monde sçait que les vertus principales des Eaux de Vichi, sont de purger & de pousser par la voie des urines & de la transpiration. Les Eaux froides comme celles des Fontaines Gargniés & l'eau tiède du gros Boulet, sont plus purgatives que les Eaux chaudes de la Grille & des deux Puits des Capucins, & ces dernières aussi agissent plus sensiblement par la transpiration.

On peut conjecturer que le mineral dont ces Eaux sont plus ou moins chargées, est le principe par lequel elles agissent différemment. Je ne ferai point ici une dissertation pour expliquer la chaleur & les autres effets de ces Eaux. On trouve dans tous les Ouvrages imprimés sur cette matiere des systemes & des hypotheses de Physique qui expliquent ces phenomenes naturels, & chacun pourroit avoir droit de hasarder le sien. Je dirai seulement que les malades que j'ai vus sur les lieux, m'ont donné occasion de faire quelques observations déjà faites par les Medecins qui ont écrit de ces Eaux, mais qu'on ne doit pas craindre de repeter, parcequ'elles sont utiles dans la pratique de la Medecine. Elles seront courtes ces observations, soutenues de faits & d'exemples sensibles.

Comme les Eaux de Vichi sont vives, & qu'elles portent près d'un gros & demi de sel sur pinte, on doit être circonspect à en prescrire l'usage. Elles sont des fontes subites, & donnent tres-aisément la fièvre. Souvent les premiers jours elles ne purgent que peu ou point du tout, & dans la suite elles purgent trop. Elles conviennent & réussissent assez dans les maladies causées par la crudité & l'empatement de la lymple, dans celles qui résultent des obstructions des premières voies, dans les abreuvemens pituiteux des nerfs & du cerveau ; encore doit-on prendre garde que les malades ne soient point épuisés, qu'ils soient d'une constitution forte & robuste. Elles sont pernicieuses dans les ma-



ladies de poitrine, dans les temperamens secs & atrabillaires.

Un jeune Chanoine du Puits en Auvergne, malade d'un asthme habituel, & qui avoit craché du sang quelques années auparavant, mourut le 7<sup>e</sup> jour qu'il bût avec étouffement, fièvre continuë & le crachement de sang renouvelé.

Une Religieuse de Lyon, d'une petite complexion, malade d'une affection melancolique, ne bût que deux jours, & la fièvre survint avec des accidens pressans. On ne la soulagea qu'en lui prescrivant les remedes qui conviennent à la superpurgation.

Un Curé de Dauphiné malade d'une jaunisse avec enflure de jambes, le 3<sup>e</sup> jour de boisson eût un saignement de nez, & un flux hemorroïdal dont il pensa mourir.

Non-seulement on doit avoir une entiere attention à bien connoître les maladies auxquelles ces Eaux conviennent, mais on ne les doit pas même ordonner sans obliger les malades de faire les remedes de préparation nécessaires.

M. Tessé Avocat au Parlement d'une réputation distinguée, au premier voyage que fit M. le premier President de Harlay à Vichi, y bût des Eaux sans précaution, & je crois même sans besoin. Elles lui donnerent une si cruelle dyssenterie, que tous les remedes qu'on lui fit devinrent inutiles, & qu'il en mourut fort peu de tems après.

On pourroit toutes les années dans le grand nombre des malades de toutes especes qui vont à ces Eaux, avoir occasion de faire des observations de cette nature; & on peut dire même qu'on en feroit toujours de nouvelles. Cette partie historique des effets des Eaux deviendrait d'une grande utilité pour les Medecins, dont la plupart n'ont qu'une connoissance imparfaite & de tradition, pour ainsi dire, de la maniere d'agir des Eaux.

Je passe presentement à celles Bourbon; & parcequ'il ne reste pas assez de tems pour finir mon Memoire, la Compagnie me permettra d'en remettre la lecture à l'Assemblée prochaine.

DES

## DES RESISTANCES

## DES TUYAUX CYLINDRIQUES

Pour des charges d'eau & des diamètres donnés.

PAR M. PARENT.

Soit un tuyau  $ACBGFE$  situé verticalement, lequel soit rempli d'une liqueur dont on connoisse la pesanteur spécifique, comme par exemple d'eau, dont le pied cubique pèse 70 livres. Il s'agit icy de trouver l'effort que toute cette eau fait pour déchirer la petite bande ou zone  $ACBDacbd$  du bas du tuyau, comme en  $Cc$ . 1707.  
26. Mars.

Et pour y parvenir je tire le diamètre de la base  $COD$ , (Fig. 1. & 2.) & je considère que toute la liqueur qui appuyée sur la surface du demi-cercle  $BCD$  fait effort pour séparer la demi-circonférence  $CBD$  de l'autre demi-circonférence  $CAD$  en  $Dd$  & en  $Cc$ , & que toute celle qui est contenue dans le demi-cercle  $CAD$  fait de même effort pour séparer cette partie de la première dans les mêmes parties  $Cc$ ,  $Dc$ ,  $L$ , & ces efforts en  $Cc$  &  $Dd$  se font en sens contraire selon les tangentes  $HCI$ ,  $IDM$ . De plus menant encore le diamètre  $AB$  perpendiculaire à  $CD$ , on peut regarder toute la force appliquée au quart de cercle  $DNB$  comme employée à faire la séparation en  $Dd$ , & toute la force appliquée au quart  $BKC$  comme employée contre la résistance  $cC$ . FIG. 1.  
FIG. 2.

Supposant donc le quart de cercle  $BND$  divisé en un nombre innombrable de parties  $BN$ ,  $Nn$ , &c. & prenant les petits secteurs  $BON$ ,  $NOn$ , &c. pour exprimer les efforts de la liqueur perpendiculaires à ces mêmes parties, lesquels efforts sont entr'eux comme les parties mêmes  $BN$ ,  $Nn$ , suivant le principe connu des Hydrauliques, &c. ou comme les rayons mêmes du cercle  $ON$ ,  $on$ , &c. &

divisant ces efforts  $ON, on, \&c.$  dans les perpendiculaires  $PN, pn, \&c.$  à  $CD$ , & dans les paralleles  $OP, op, \&c.$  pris sur  $CD$  même, les perpendiculaires  $PN, pn, \&c.$  multipliées par les moitiés des arcs  $BN, Nn, \&c.$  correspondants marqueront encore les efforts selon ces mêmes sinus  $PN, pn$ . Donc la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart  $BND$ , est à la somme de tous les efforts perpendiculaires à  $CD$ , comme la somme des produits des rayons  $ON, on$  par les moitiés des arcs  $BN, Nn, \&c.$  à la somme des produits des sinus  $PN, pn, \&c.$  par les mêmes demi-arcs  $BN, Nn, \&c.$  ou comme le quart du cercle  $OBD$  est à la moitié du quarré du rayon, ce qui est maintenant connu, ou (si l'on aime mieux) comme le demi-cercle  $CBD$  est au quarré du rayon, c'est à dire, comme le quart du circuit  $BND$  est au rayon, ou enfin comme le circuit entier est au double du diametre.

Fig. II.

Si de plus on mene la corde  $Bn$  (Fig. 2.) & que l'on considere que de l'effort selon  $ON$  contre l'arc  $BNn$  il en résulte deux autres selon  $BN, nN$ , qui sont les dilaniateurs de la bande en  $B \& n$ ; ou (si l'on veut) que des résistances contraires selon  $NB, Nn$ , il s'en compose une troisième selon  $NO$  dans l'état de l'équilibre, & que les arcs  $BN, Nn$  soient supposés égaux, la droite  $Bn$  marquant l'effort de la liqueur contre la partie  $BNn$ , les rayons  $OB, On$  exprimeront les efforts selon  $BN, nN$ , à cause que les côtés du triangle  $OBn$  sont perpendiculaires aux directions  $BN, Nn, ON$ , ce qui est aussi connu. Donc aussi comme la somme de toutes les cordes  $Bn$  du quart  $BnD$  (c'est à dire comme le quart même  $BnD$ ) est au rayon  $OB$ ; ainsi la somme de tous les efforts perpendiculaires au quart  $BnD$  est à l'effort dilaniateur selon  $NB$  ou  $nN$ , ainsi le circuit entier au double du diametre comme cy-dessus. On aura donc aussi, comme le circuit entier est au rayon, ainsi l'effort de la liqueur contre tout le circuit a son effort dilaniateur en  $B \& n$ .

Il suit évidemment delà un paradoxe surprenant; sçavoir, que le tuyau  $AG$  & la bande  $Ab$  (Fig. 1.) demeu-

rant toujours de même hauteur, plus le diamètre  $AB$  de de la base sera grand, & plus la liqueur aura de force pour déchirer la bande  $Ab$ ; parceque, selon l'analogie cy-dessus, la somme des efforts contre le circuit  $ACBD$  augmentant à proportion du diamètre  $AB$ , l'effort selon la tangente  $NB$  ou  $nB$  augmentera aussi dans la même proportion, contre ce qui paroît naturellement. Car on est porté naturellement à croire que comme chaque partie égale de la bande  $Ab$  est également chargée, tandis que la hauteur  $AC$  demeure la même, de quelque grandeur que soit le diamètre  $AB$ ; aussi il suffit qu'elle soit également forte afin de faire une résistance égale: ce qui est cependant entièrement opposé à tout ce qu'on vient de démontrer cy-dessus.

Nommant donc  $r$  le rayon  $OD$  de la base du tuyau; le circuit  $ACBD$ ,  $c$ ; la hauteur du tuyau  $H$ ; celle de la bande  $Ab$ ,  $h$ ; son épaisseur  $E$ ; on aura pour toute la colonne qui pèse contre cette bande ( $Hhc$ ): Et supposant la hauteur  $H$  mesurée en pieds, il ne restera que de multiplier cette valeur par le poids d'un pied cubique de cette liqueur, sçavoir par exemple par 70 liv. pour avoir le poids de l'eau qui agit contre la bande ( $Ab = 70Hhc$ ). ce qui donnera l'analogie ( $c | r || 70Hhc | 70Hhr$ ). On aura donc ( $70Hhr$ ) pour l'effort dilaniateur de l'eau de riviere, & pour les autres liqueurs à proportion.

FIG. I. &  
II.

Enfin si l'on sépare une bande  $QTVR$  (Fig. 3.) de même métal que le tuyau  $AG$ , sçavoir de cuivre, de plomb, &c. laquelle soit suspendue verticalement en  $Q$ , & qui soit déchirée par le poids  $S$  attaché au bas; nommant  $l$  la largeur  $TV$  de la bande à l'endroit de la rupture,  $e$  son épaisseur,  $p$  le poids dilaniateur  $S$ , on aura encore cette autre analogie. Comme la surface de rupture  $el$  de la bande  $QR$  est à la surface de rupture de la bande  $Ab = hE$ , ainsi le poids ( $S = p$ ) à l'effort dilaniateur de la bande  $Ab$  en  $Cc = 70Hhr$ , ce qui donnera l'égalité ( $pE = 70Hrel$ ), d'où l'on tirera les égalités ( $E = \frac{70Hrel}{p}$ ) & ( $H = \frac{pE}{70rel}$ ),

FIG. III.

où il faut se souvenir de mesurer toujours  $E$  &  $e$  avec une même mesure, de réduire toujours le produit  $Hr$  en pieds quarrés & parties, ou de mesurer toujours  $H$  &  $r$  en pieds & parties, de même que  $l$  qui est de même espece que  $H$ .

FIG. I. &  
II.

Soit par exemple dans l'experience que M. Mariotte rapporte dans son Mouvement des Eaux (pag. 380. 1<sup>e</sup> Edition) d'une bande & d'un tuyau tous deux de fer blanc, ( $l = 3$  lig.  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{18}{776}$  de pied), ( $r$  de  $\frac{1}{2}$  pied), ( $p$  de 120 liv.)  $E = e$ , on aura  $H = \frac{120 \times 576}{70 \times 13} = \frac{24 \times 576}{7 \times 13}$  ou 152 pieds, au lieu de 102 que cet Auteur a estimés, sur une soudure crevée qu'il a pris au lieu de la matiere propre du tuyau, & cela sans avoir égard aux mechaniques cy-dessus; mais considerant seulement tout le poids de l'eau soutenu par le contour du bas tuyau, comme un poids suspendu à une bande de fer blanc, contre ce que nous venons de démontrer. Il avance au même endroit, *qu'on ne doit pas faire état de ce que le poids de l'eau est distribué par toute l'étendue de la bande quoique ce soit en déchirant*, ce qui va détruire la seconde mechanique que nous avons apportée, & qui par conséquent ne sçauroit se soutenir. Enfin voici le raisonnement que cet Auteur fait à la page suivante. *Si le diametre du tuyau est double, il faudra deux fois plus d'épaisseur; car les mêmes parties du tuyau ne seront pas plus chargées, & elles sont seulement doubles.* Or il est évident que ce raisonnement se détruit; car puisque les mêmes parties sont également chargées, il devoit conclure au contraire qu'elles ne doivent avoir que la même épaisseur, sans s'embarrasser si la charge totale est double; puisque cette charge étant double & le nombre des parties doubles, c'est toujours la même charge pour chacune, & que ce qui fait crever une partie, c'est l'effort qu'elle souffre indépendamment des autres.

On trouve dans le Livre intitulé, *divers Ouvrages de Mathematique & de Physique de cette Academie*, imprimé en 1693, une regle pareille du même M. Mariotte,

qu'il prétend démontrer par ce raisonnement. D'un côté, dit-il, le poids de l'eau (sur la base) est en raison doublée des diamètres (la hauteur demeurant toujours la même) ; mais les circonférences des tuyaux sont entr'elles dans la raison (simple) des mêmes diamètres : si donc le diamètre (de la base) est double, le poids de l'eau (sur cette base) sera quadruple, & la circonférence (du tuyau) sera double, ce qui rendra sa résistance double (supposant toujours la même épaisseur). Donc il ne restera que la simple raison des diamètres, en supposant que l'eau sépare la circonférence du tuyau, comme un bâton qu'on tireroit directement. Où il paroît que nôtre Auteur prend ici l'effort que l'eau fait sur la base (au lieu de prendre celui qu'elle fait contre le circuit) pour le comparer avec la résistance du même circuit, ce qui repugne. D'ailleurs il prend toujours toute la résistance du circuit du tuyau, au lieu de la résistance de chaque partie, ce qui est contraire à ce que l'on a remarqué cy-dessus.

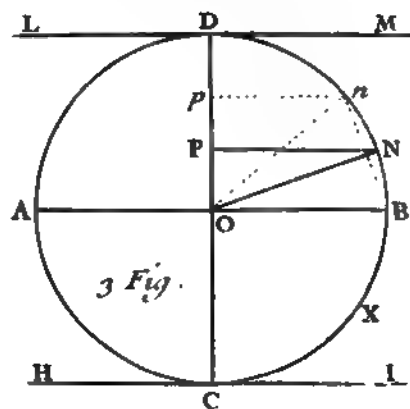
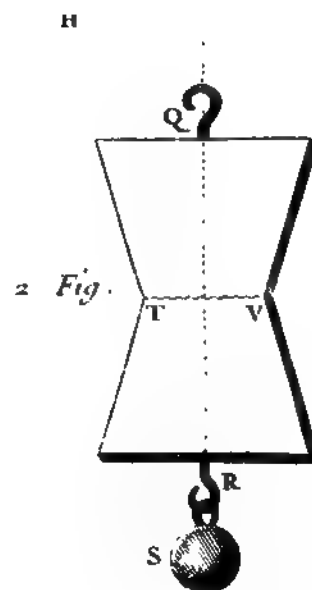
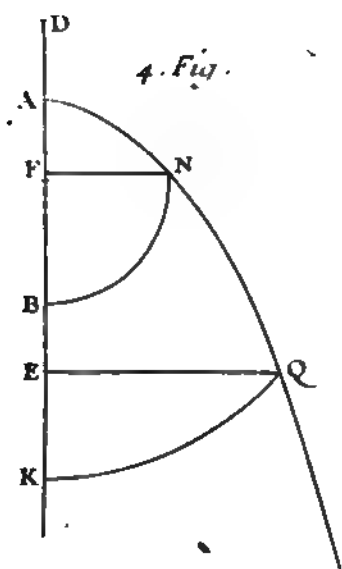
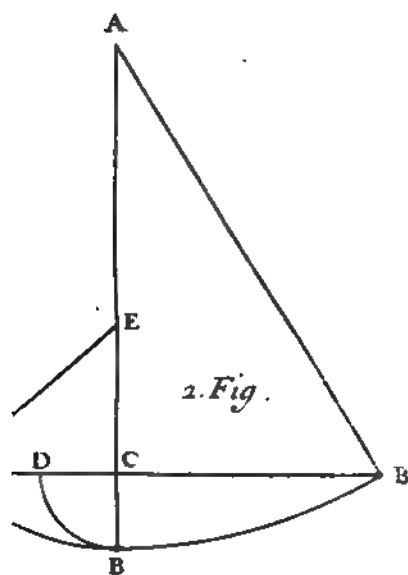
Au reste ce Sçavant nous donne en cet endroit pour principe : *Qu'un tuyau de cuivre de 30 pieds de haut & de 6 poudes de diamètre doit avoir  $\frac{1}{2}$  ligne d'épaisseur.* Après quoy il est aisé de trouver les épaisseurs convenables pour toutes fortes de hauteurs & de diamètres, en augmentant ou diminuant ces épaisseurs à mesure que les hauteurs ou diamètres augmentent ou diminuent.

Dans le même Volume pag. 516, on trouve un écrit de M. Romer en 1680, où il dit : *Que personne n'avoit encore expliqué suffisamment la proportion des tuyaux de conduite, pour des hauteurs & des diamètres donnés.* Il donne ensuite des propositions qu'il croit devoir y servir. Sa seconde est : *Que l'eau force les tuyaux sous des hauteurs égales dans le rapport de leurs diamètres.* La raison qu'il en apporte est la même que celle de M. Mariotte cy-dessus, ainsi je ne m'arrêteray pas à la refuter. Il établit ensuite dans sa quatrième : *Que les forces des tuyaux sont en raison doublée de leurs épaisseurs (tout le reste demeurant égal.)* Au lieu qu'il est constant qu'elles sont en ce cas en même proportion que ces mêmes épaisseurs, qui marquent le nombre de leurs fibres

Pour la prouver il compare les différentes bandes dont ces tuyaux sont composés, à des anneaux de différens diametres & grosseurs dont un cone droit seroit revêtu en dehors de sa surface; mais il est évident que des bandes qui sont des plans, ne sçauroient être comparées à des anneaux qui sont des prismes; ainsi cette preuve est nulle.

Enfin ce même Auteur nous rapporte une experience faite à Versailles, dans laquelle *Un tuyau de plomb de 16 pouces de diametre, épais de 6 lignes  $\frac{1}{2}$ , a soutenu 50 pieds de charge.* D'où il est aisé de trouver les forces de pareils tuyaux pour des diametres & des hauteurs données.

C'est de ces deux experiences que nous avons tiré la Table suivante.







**TABLE CONTENANT LES EPAISSEURS**  
des Tuyaux de conduite pour différents diamètres jusqu'à 20  
pouces, & pour des hauteurs différentes jusqu'à 100 pieds.

## DIAMETRES DES TUYAUX EN POUCES.

HAUTEURS DES TUYAUX EN PIEDS.		DIAMETRES DES TUYAUX EN POUCES.									
		2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		EPAISSEURS DES TUYAUX EN LIGNES ET EN POINTS.									
10	Plomb.	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	1-0	1-1	1-3	1-2	1-4
	Cuivre.	0-1	0-1	0-1	0-1	0-2	0-2	0-2	0-3	0-3	0-3
20	Plomb.	0-2	0-4	1-1	1-2	1-4	1-5	2-1	2-3	2-5	3-1
	Cuivre.	0-1	0-1	0-2	0-3	0-3	0-4	0-5	0-5	1-0	1-1
30	Plomb.	0-3	1-0	1-2	1-5	2-2	2-5	3-3	3-5	4-2	4-5
	Cuivre.	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	1-0	1-1	1-2	1-3	1-4
40	Plomb.	0-4	1-2	1-5	2-3	3-1	3-5	4-2	5-0	5-4	6-2
	Cuivre.	0-1	0-3	0-4	0-5	1-1	1-2	1-3	1-5	2-0	2-1
50	Plomb.	0-5	1-3	2-2	3-1	4-0	4-4	5-5	6-2	7-1	8-0
	Cuivre.	0-2	0-3	0-5	1-1	1-2	1-4	2-0	2-1	2-3	2-5
60	Plomb.	1-0	1-5	2-5	3-5	4-5	5-4	6-4	7-4	8-4	9-3
	Cuivre.	0-2	0-4	1-0	1-2	1-4	2-0	2-2	2-4	3-0	3-2
70	Plomb.	1-1	2-1	3-2	4-3	5-4	6-4	7-4	8-5	10-0	11-0
	Cuivre.	0-2	0-5	1-1	1-3	2-0	2-2	2-4	3-1	3-5	3-5
80	Plomb.	1-2	2-3	3-4	5-0	6-2	7-4	8-5	10-1	11-2	12-4
	Cuivre.	0-3	0-5	1-2	1-5	2-1	2-4	3-1	3-3	4-0	4-3
90	Plomb.	1-3	2-5	4-1	5-4	7-1	8-3	9-5	11-2	12-4	14-1
	Cuivre.	0-3	1-0	1-3	2-0	2-3	3-0	3-3	4-0	4-3	5-0
100	Plomb.	1-3	3-1	4-4	6-2	8-0	9-3	11-0	12-4	14-1	15-5
	Cuivre.	0-3	1-2	1-4	2-1	2-5	3-2	3-5	4-3	5-0	5-3

## EXAMEN DES EAUX

## DE BOURBON.

PAR M. BURLET.

1707.  
4. Avril.

**L**Es Eaux chaudes de Bourbon n'étoient autrefois en usage que pour baigner : peu de personnes osoient en boire. C'est pour cela qu'on appelle encore aujourd'hui Bourbon l'Archambault, Bourbon les bains.

Ces Eaux avant M<sup>rs</sup> Delorme & Aubri, Medecins celebres de Moulins, n'étoient point dans cette réputation où elles sont aujourd'hui. Ce sont eux qui en ont étendu & appliqué l'usage à un grand nombre de maladies interieures, & qui ont appris à n'en pas redouter l'abondante boisson.

Il y a trois Puits à Bourbon contigus & placés sur la même ligne, qui communiquent les uns aux autres par des ouvertures, & une même source fournit également l'Eau à ces trois Puits. Elle est presque toujours à la même hauteur de 7 pieds ou environ, & elle ne décroît pas même dans les chaleurs & les secheresses les plus grandes. L'Eau de ces Puits bout d'une maniere sensible, & elle exhale une fumée assez abondante.

On remarque que la surface de cette Eau, quand elle n'est point agitée, paroît un peu terne, & qu'il s'y forme comme une pellicule grasse & onctueuse, si mince néanmoins & si superficielle, que quelques efforts qu'on fasse, & quelque soin qu'on prenne, on ne peut la recueillir.

L'Eau de Bourbon est tres-claire & tres-limpide dans le verre, sans presque aucune odeur, d'une chaleur vive, mais qui n'a rien d'acre ni de brûlant : d'une saveur qui tire sur le salin lixiviel, bien plus foible & bien moins sensible que dans l'Eau de Vichi.

Ayant plongé le même Thermometre dont je me suis servi à Vichi dans le Puits du milieu, la liqueur a monté à  
prés

près de 54 lignes, de maniere que l'Eau de Bourbon a deux degrés de chaleur sur l'Eau la plus chaude de Vichi.

Cette chaleur des Eaux de Bourbon se conserve tres-long-tems, & une eau commune chauffée au même degré, & la plus bouillante même est refroidie, quand celle cy est encore plus que tiede.

Tout le monde sçait que ces Eaux tirées de leur source, & remises incessamment sur le feu, ne bouillent pas plus promptement que l'eau commune la plus froide. On sçait encore que dans ces Eaux, quoique tres-chaudes, les plantes ne s'y flettrissent point.

Pour découvrir le principe mineral des Eaux de Bourbon, je me suis servi des mêmes essais, & ai presque fait les mêmes experiences que celles que j'ai faites sur les Eaux de Vichi. Voici la difference que j'y ai trouvée.

Ayant mêlé de l'Eau des Bains avec la dissolution de sel de Nitre filtrée, il ne s'y fait ni lait virginal, ni caillé, ni précipitation, l'eau est demeurée claire.

Ayant ajoûté à ce mélange quelques gouttes d'esprit de Vitriol, il s'y est fait d'abord un lait virginal, qui s'est précipité ensuite en une espece de caillé blanc. La même chose est arrivée en faisant cette experience sur les Eaux de Vichi.

La dissolution de Couperose qui avoit la couleur d'un verd naissant, mêlée avec l'Eau des Bains, l'a jaunie d'abord, puis y a fait un caillé par flocons, lesquels se précipitant peu à peu ont pris une couleur rougeâtre. Le même changement est arrivé, mais bien plus promptement & plus sensiblement dans les Eaux de Vichi.

L'Eau de Bourbon, non-plus que celle de Vichi, n'a point changé la couleur de la solution du Tournesol.

L'Eau de Bourbon mêlée avec le vinaigre distillé, l'aigre de soufre & les autres acides; bouillonne & ferment, mais plus obscurément que l'Eau de Vichi.

Le papier bleu rougi par l'esprit de Vitriol, a repris aussi sa couleur dans l'Eau de Bourbon.

La poudre de Noix de galles qui donne une couleur de

vin paillet à l'eau de Vichi, n'a point ou peu changé l'Eau de Bourbon.

L'Eau de Vichi verdit le sirop Violat, celle de Bourbon ne lui donne qu'une couleur de grisdelin.

Cette même Eau mêlée avec l'infusion de Roses rouges sans acide, ne l'a point changée; mais l'ayant mêlée avec la teinture de Roses rougie par l'esprit de Vitriol, elle l'a renduë d'un beau violet amarante.

Par tous ces premiers essais la raison fait d'abord concevoir, que le mineral qui domine dans les Eaux de Bourbon, est aussi un sel alkali, qui ne paroît gueres different du sel alkali des Eaux de Vichi. Pour s'en assurer davantage, & démêler les autres principes de ces Eaux, j'en ai fait faire l'analyse de la maniere suivante.

J'ai fait mettre 12 livres d'eau des Bains dans une terrine pour la faire évaporer lentement sur le feu. Dès qu'elle a commencé à chauffer, elle a donné une odeur de mou de vin cuit; & à mesure qu'elle s'est évaporée, l'eau s'est renduë de plus en plus salée au goût. Il est resté aux bords de la terrine une résidence blanchâtre, insipide, & qui craquoit sous la dent.

L'Eau consumée & réduite à huit ou neuf onces, je l'ai fait filtrer, il s'en est séparé & attaché au papier gris une matiere épaisse, grasse & comme mucilagineuse, qui après la filtration finie pesoit une dragme & quinze grains pour le moins.

La liqueur filtrée remise sur le feu s'est encore évaporée, & quand elle a commencé à faire une pellicule, je l'ai fait porter à la cave: il s'est formé quelques cristaux fort brillants, tres-minces, & qui paroissoient taillés à facettes. Ce que j'en ai pû ramasser quand ils ont été desséchés, ne pesoit que cinq ou six grains: leur saveur étoit fort douceâtre, & d'un vrai goût lixiviel.

Enfin l'évaporation faite jusqu'à siccité, il est resté au fond de la terrine trois gros & plus de deux scrupules de résidence saline.

J'ai examiné ensuite toutes ces portions, dont la somme

monte à cinq dragmes ou environ : sçavoir, une dragme & quinze grains de matiere mucilagineuse adherente au papier gris, cinq ou six grains de cristaux, trois dragmes & deux scrupules de résidence, & dix ou douze grains de substance blanchâtre ratissée sur les parois de la terrine à mesure que l'eau décroissoit.

M. Duclos par son examen a trouvé que ces Eaux transportées avoient 59 grains de résidence par pinte. M. Geoffroy qui les a examinées sur les lieux en a trouvé soixante & trois. Et par nôtre calcul nous trouvons la même chose, à fort peu de différence près.

Par l'examen de ces portions séparées, il m'a paru que cette substance blanchâtre adherente & qui craque sous la dent, n'est qu'une pure terre alkaline, car elle fermente un peu avec les acides.

Que la matiere mucilagineuse attachée au papier gris, est encore cette même terre, mais mêlée de matiere sulphureuse & de quelque legere portion de fer.

La substance sulphureuse dans cette portion se manifeste d'une maniere sensible en engraisant le papier, & y laissant une impression d'huile. D'ailleurs jettée sur les charbons ardents, elle y rougit d'abord, noircit ensuite en jettant quelques petites étincelles.

Avec le couteau aimanté j'ai enlevé quelques particules de fer de la terre noire qui est restée après l'avoir calcinée.

Les trois gros & deux scrupules de résidence saline contenoient un sel lixiviel, mêlé de quelque portion de terre, & ce sel par tous les essais n'a pas paru different du sel des eaux de Vichi tiré aussi par évaporation. Il a fermenté violemment avec les acides de toutes especes.

Par cette analyse on trouveroit presque les mêmes principes dans les Eaux de Bourbon que dans celles de Vichi, mais dans des proportions differentes.

M. Saignette prétend qu'après avoir examiné avec une grande attention la résidence saline des Eaux de Bourbon, & après avoir démêlé les differens sels qui la composent,

il a trouvé, sans pouvoir en douter, presque portion égale de sel marin & de sel alkali; que ces deux sels lui ont paru fort distincts & par leur figure & par les épreuves qu'il en a faites.

Qu'ayant mis 14 livres des Eaux de Bourbon évaporer, il avoit eu après une suffisante évaporation par la cristallisation à froid, des cristaux pentagones & hexagones longs, de la figure & du goût du sel sucrain, ou sel calcaire décrit dans M. Lister, faisant le maroquin entre les dents, d'une légère stipticité, douceâtre, & qui se boursoffloit au feu comme l'alun, sans avoir d'acidité apparente, non-plus que de saveur alkaline. Qu'ayant ensuite fait évaporer la liqueur davantage, il avoit eu des cristaux de sel alkali distinct, & du sel salin ou marin grumelé, qui se trouvoient tels sans équivoque.

Je n'ai pu vérifier cette expérience dans toutes ces circonstances marquées; & dans les trois dragmes & deux scrupules de résidende saline qui m'est restée, je n'y ai pu démêler par les essais & reconnoître qu'un sel alkali, comme je viens de le dire, dont le mélange avec toute sorte d'acides excite de violentes fermentations.

M. Geoffroy dans le Memoire qu'il m'a communiqué, assure qu'après beaucoup de recherche, & après l'examen le plus exact du sel contenu dans la résidende de ces Eaux, il avoit reconnu un peu de sel marin mêlé avec le sel alkali mineral de ces Eaux.

Il me reste encore quatre ou cinq onces de résidende que j'ai eu la précaution d'apporter; je l'examinerai avec M. Geoffroy, quand il lui plaira, afin de déterminer, s'il est possible, sous quelle quantité & sous quelle proportion ce sel se trouve mêlé dans les Eaux de Bourbon. Car qu'il y soit presque en partie égale avec l'alkali mineral, il y a beaucoup lieu d'en douter, quoiqu'en dise M. Saignette, & les Medecins des lieux qui ont souvent fait l'analyse de leurs Eaux, le nient fort positivement.

Un Auteur moderne qui depuis quelques années sous le nom de Pascal, a donné un Traité des Eaux de Bourbon,

rejette la plupart des analyses de ces Eaux faites par le secours du feu. Il prétend que si l'on fait évaporer ces Eaux au Soleil, le sel tiré par cette évaporation lente & douce, est fort différent de celui tiré par le moïen du feu ; qu'il touche les acides, sans les exciter à aucune fermentation sensible ; qu'il ne précipite aucune dissolution faite par un menstruë acide, & en un mot qu'il n'est point alkali. Il avance que le sel des Eaux de Bourbon a le caractère d'un sel Androgin, & qu'il est composé d'un acide volatil & d'un alkali fixe, dont l'alliage qui n'est pas à l'épreuve du feu, à cause qu'il est trop âcre & trop penetrant, résiste à la chaleur du Soleil qui évapore ces Eaux d'une manière lente & douce, & fait ou que ce sel demeure dans son entier, ou qu'une partie de son volatil s'y conserve, & que ce qu'il y a de fixe en demeurant empreint, il n'est capable d'aucuns de ces effets qui conviennent aux sels lixivieux que le feu a rendus ouverts, vuides & permeables aux acides. Il ajoute qu'il y a dans les Eaux de Bourbon un autre principe actif intimément répandu, un soufre vif, mobile, animé, qui n'est sensible que par sa chaleur, qui par sa subtilité & sa dissipation prompte échape à toutes les recherches analytiques de la Chimie, qui pour la plupart sont tres-infideles, & qui par conséquent ne peuvent nous donner que de fausses ou tres-imparfaites connoissances des principes des mixtes. C'est donc, selon lui, un sel nitreux purifié, rempli de parties volatiles, qui est le sel naturel des Eaux de Bourbon, & non ce sel alkali fixe qui nous reste après l'évaporation, & qui n'est tel que par l'action du feu. Cet Auteur soutient son hypothese par beaucoup de preuves & d'experiences bien raisonnées.

Il est trop vrai, & je l'avouë avec lui, qu'il y a dans les Eaux de Bourbon & vrai-semblablement dans celles de Vichi, dont j'ai déjà parlé, & dans toutes les Eaux minerales chaudes beaucoup de parties volatiles & sulphureuses, qui ne restent point dans les résidences : mais je ne puis croire que le sel tiré par l'évaporation du Soleil, soit



si différent de celui tiré par celle du feu ; que l'action des rayons du Soleil soit si lente & si douce, qu'elle ne change presque point la tiffure du sel des Eaux ; & qu'on le retrouve sous sa forme naturelle.

La saison trop avancée & le peu de séjour que j'ai fait à Bourbon ne m'ont pas permis de verifier cette experience de l'évaporation des Eaux par le Soleil ; & l'Auteur même avouë qu'elle lui a été communiquée, & qu'il n'a pû la faire lui-même. Il est certain que l'évaporation faite au Bain de sable laisse un sel vraiment alkali ; cette évaporation néanmoins est lente & douce. Et s'il faut raisonner des Eaux de Bourbon par rapport à celles de Vichi, le sel qui naturellement & sans le secours d'aucun agent étranger s'éleve de ces dernières, & se cristallise aux vouîtes pendant l'hyver, n'est point différent de celui qu'on retire par le feu, il est alkali & prouvé tel par tous les essais.

Il seroit inutile de s'étendre davantage sur la discussion & la recherche des principes minéraux des Eaux de Bourbon. Dans ces matieres il est des bornes qu'on ne peut gueres outrepasser.

Il me reste à dire quelque chose des vertus medecinales de ces Eaux : mais elles sont si universellement reconnues, & on en a déjà tant écrit, que je me contenterai de rapporter quelques observations que j'ai eu lieu de faire, qui peuvent être de quelque utilité dans la pratique de ces Eaux.

Comme elles sont fort peu purgatives, & qu'il est d'usage de les aider, ou par le mélange des Eaux de Vichi qui le sont beaucoup plus, ou par l'addition de quelques sels, comme le sel Vegetal, la crème de Tartre, le sel Polychreste de la Rochelle, &c. j'ai trouvé que l'*Arcanum duplicatum* de Mynsich, qu'il nomme autrement *Sal è duobus*, *sal sapientiæ* leur donnoit une efficacité bien supérieure à celle de tous ces autres sels, & que les personnes qui n'étoient point purgées avec le secours de ces sels ordinaires, l'étoient beaucoup par l'addition de celui-ci. On ne le connoissoit point du tout à Vichi & à Bourbon,

& aucun des Medecins n'en avoit fait usage. On sçait que ce sel est tiré de la tête morte de la distillation de l'eau forte, & que c'est par consequent un sel lixiviel bien alkalisé, qui résulte de la partie fixe du nitre & du vitriol. Il a une legere stipticité mêlée de quelque amertume, qui le rend fort subtil & fort penetrant. Il se fond tres-aisément, il s'allie avec le sel naturel de ces Eaux, dont il augmente de beaucoup la vertu purgative, sans qu'elles en agissent moins pour cela par les voies des urines & celles de la transpiration. J'en ai vû de merveilleux effets, & je ne doute point que dans la suite ce sel ne devienne & à Vichi & à Bourbon d'un usage tres-familier. La dose est d'ordinaire d'un gros & demi à deux gros dans les deux premiers verres de boisson, de deux jours l'un, ou même tous les jours, quand les Eaux sont lentes & qu'elles ne purgent point, comme il arrive tres-souvent.

J'ai remarqué qu'on vomit aisément ces Eaux quand on en boit trop, surtout les premiers jours, & qu'on en presse la boisson.

L'Eau de Bourbon prise en layement adoucit beaucoup, elle resserre même, & on s'en sert dans les dysenteries, aussi-bien que dans les coliques. On la donne chaude comme elle sort des Puits, sans que les malades se plaignent de sa trop grande chaleur. On ne pourroit recevoir ni retenir une Eau commune chauffée au même degré.

Quand il faut fondre, redonner aux liqueurs leur premiere fluidité, ranimer dans le sang & dans les visceres les levains qui s'y trouvent déprimés & languissans, c'est pour lors qu'elles agissent presque à coup sûr : mais si elles trouvent des humeurs trop mobiles & des ferments agités, elles causent le plus souvent du desordre, & on est obligé d'en faire cesser l'usage. Elles sont cependant bien moins vives, & ont quelque chose de plus doux & de plus balsamique que celles de Vichi. Le merite de ces Eaux, comme de tous les autres remedes, dépend beaucoup de la justesse de leur application.

Il est bien important que les malades qui ont bû & pris

les Bains de Bourbon évitent pendant quelque tems avec toutes sortes de précautions les injures de l'air, & surtout les vents du Nord, les pluies, les broüillards, parceque leurs corps par l'action de ces Eaux animées se trouvant tout ouverts & comme percés à jour, s'il m'est permis de me servir de cette expression, la moindre impression du froid les resserre, il se fait des reflux de la matiere transpirable, d'où naissent de grandes & subites maladies. C'est pour cette raison que la saison Printanniere qui devance l'Esté est préférable à celle de l'Automne que l'Hyver suit de si près, & les malades n'ont pas les mêmes accidens à craindre au retour des Eaux. Tous les Praticiens qui ont manié les Eaux n'ont pas manqué de faire cette observation, & elle m'a bien été confirmée par ce qui arriva & que je ne pûs empêcher à l'illustre Malade que j'avois l'honneur d'accompagner. En revenant de Bourbon il ne ressentit que tres-legerement l'impression d'un broüillard pour avoir eu fort peu de tems une des glaces de son carrosse baissée, & dans le moment il eut une fluxion considerable sur le visage & la langue, qui ne cessa qu'à mesure qu'on le rechauffa, & que la transpiration interceptée fut rétablie.

## O B S E R V A T I O N S

*De Saturne, de Mars & d'Aldebaram vers le tems  
de la conjonction de Saturne avec Mars, au mois  
de Septembre 1706 à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

1707.  
13. Avril.

**L**Es deux Planetes Saturne & Mars étant fort proche l'une de l'autre & peu éloignées de l'œil du Taureau *Aldebaram* dans le tems de leur conjonction, je crus qu'il falloit les observer avec soin comme étant des points qui peuvent servir à rectifier leurs mouvemens.

Je

Je commençay donc dès le 6<sup>e</sup> Septembre au matin à observer leur passage au meridiem & leur hauteur meridiemne, & je trouvay que le centre de Mars passa au meridiem à  $5^h 0' 56''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 4' 38''$ . Le centre de Saturne passa ensuite au meridiem à  $5^h 10' 43''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 3' 43''$ , enforte que leur difference de declinaison n'étoit pas d'une minute.

Aldebaram passa aussi au meridiem un peu après à  $5^h 21' 33''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $57^{\circ} 3' 22''$ .

Le 7<sup>e</sup> au matin le centre de Mars passa au meridiem à  $4^h 59' 9''$ , sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 11' 28''$ .

Saturne passa ensuite au meridiem à  $5^h 7' 13''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 3' 48''$ .

Aldebaram passa au meridiem à  $5^h 17' 59''$ , & je trouvay sa vraie hauteur meridiemne de  $57^{\circ} 3' 12''$ .

Le 8<sup>e</sup> au matin le centre de Mars passa au meridiem à  $4^h 57' 19''$ , sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 16' 48''$ .

Le centre de Saturne passa au meridiem à  $5^h 3' 41''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 3' 58''$ .

Aldebaram vint après au meridiem à  $5^h 14' 16''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $57^{\circ} 3' 12''$  comme le jour précédent, & moindre que le 6<sup>e</sup> de  $10''$ ; c'est-pourquoy dans la suite nous prendrons pour cette hauteur  $57^{\circ} 3' 15''$ .

Le 10<sup>e</sup> le centre de Mars passa au meridiem à  $4^h 53' 33''$ .

Le centre de Saturne y passa ensuite à  $4^h 56' 33''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 4' 18''$ .

Le 11<sup>e</sup> au matin qui étoit le jour de la conjonction, le centre de Mars passa au meridiem à  $4^h 51' 40''$ , sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 34' 49''$ .

Le centre de Saturne y passa ensuite à  $4^h 53' 1''$ , & sa vraie hauteur meridiemne étoit de  $60^{\circ} 3' 49''$ .

J'observay un peu après à  $5^h 11'$  avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de  $36' 16''$ .

Aldebaram avoit dû passer à  $5^h 3' 34''$ , comme je l'ay conclu des observations précédentes & de la suivante.

Le 13<sup>e</sup> au matin Saturne précédait Mars, & son centre passa au meridiem à 4<sup>h</sup> 45' 53", sa vraie hauteur meridiennne étoit de 60° 3' 38".

Le centre de Mars passa ensuite au meridiem à 4<sup>h</sup> 47' 45", & sa vraie hauteur meridiennne étoit de 60° 45' 49".

Aldebaram vint après au meridiem à 4<sup>h</sup> 56' 23".

Je pris aussi à 5<sup>h</sup> 15' avec le micrometre la distance entre Mars & Saturne, & je la trouvay de 50'.

On peut connoître par la suite de ces observations le mouvement de ces Planètes, tant entr'elles que par rapport à Aldebaram, tant en ascension droite qu'en déclinaison, & j'ay conclu que ces deux Planètes ont été en conjonction ascensionnelle le 11<sup>e</sup> Septembre à 9<sup>h</sup> 9' du soir, & que leur difference de déclinaison étoit alors de 34' 54" dont Mars étoit plus Septentrional. Car au tems de la conjonction la vraie hauteur du centre de Mars auroit été de 60° 38' 33", & celle de Saturne de 60° 3' 39" dans le parallèle de l'Observatoire. Et posant la hauteur de l'Equateur de 41° 10' 0", on a la déclinaison Septentrionale de Saturne de 18° 53' 39", & celle de Mars de 19° 28' 33".

Mais aussi la vraie hauteur meridiennne d'Aldebaram étant de 57° 3' 15", il s'ensuit que la difference de déclinaison entre Aldebaram & Saturne étoit de 3° 0' 24" dont Saturne étoit plus Septentrional.

Maintenant pour ce qui est de l'ascension droite, on sçait qu'Aldebaram passa au meridiem le 11<sup>e</sup> à 5<sup>h</sup> 3' 34" du matin; & comme on voit aussi que Saturne ne se rapproche d'Aldebaram que de 1"<sup>1</sup>/<sub>2</sub> par jour, on aura au tems de la conjonction la distance de Saturne à Aldebaram de 10' 32" d'heure: mais ayant converti cette distance en degrés de l'Equateur, on auroit 2° 38'. Mais à cause du mouvement propre du Soleil pendant ces 10' 32" qui fera alors de 25" de degré, on aura pour la difference ascensionnelle de Saturne à Aldebaram au tems de la conjonction 2° 37' 35".

Enfin si je pose l'ascension droite d'Aldebaram dans ce même tems comme elle se trouve par mes Tables de 64°

46' 26", celle de Saturne sera au tems de sa conjonction en ascension droite avec Mars de 62° 8' 51".

Le Pere Gouye m'ayant communiqué les observations de la même conjonction de ces Planetes, lesquelles ont été faites à Marseille par le P. Laval Professeur Royal d'Hydrographie dans l'Observatoire des PP. Jesuites, je les ay comparées avec les miennes que je viens de rapporter.

La methode dont le P. Laval s'est servi est un peu différente de la mienne; cependant il a toujours comparé Saturne & Mars avec Aldebaram comme j'ay fait, & il rapporte aussi plusieurs hauteurs meridiennes de cette Etoile, ce qui sert à confirmer la hauteur du Pole à Marseille.

Premierement ayant pris un milieu entre toutes les hauteurs meridiennes de l'Etoile Aldebaram à Marseille, lesquelles ne sont éloignées les unes des autres que de quelques secondes, on la posera au tems de ces observations de 62° 34' 28", dont ôtant la refraction de 38" pour cette hauteur, il restera pour la vraie hauteur d'Aldebaram 62° 33' 50". Mais par les observations précédentes je l'ay déterminée à l'Observatoire de 57° 3' 15"; donc la difference de hauteur de Pole ou de latitude entre l'Observatoire Royal à Paris & l'Observatoire des PP. Jesuites à Marseille sera de 5° 30' 35", à 20" près de celle que j'avois donnée dans mes Tables sur d'autres observations faites dans la même Ville, mais peut-être en des lieux un peu différents.

Maintenant pour ce qui est de Saturne si je prends un milieu entre les hauteurs meridiennes observées par le P. Laval le 11 & le 13 Septembre, lesquelles sont peu différentes entr'elles, & dans un tems où Saturne ne changeoit pas sensiblement de hauteur, j'auray 65° 35' 20", dont ôtant la refraction de 33" il restera 65° 34' 47", & je l'ay trouvée icy de 60° 3' 39", donc difference 5° 31' 8", & par Aldebaram nous avons 5° 30' 35, ce qui ne differe pas d'une demi-minute.

Pour Mars comme sa déclinaison changeoit considérablement chaque jour, il faut en comparer les observations séparément, & ajouter 3" pour le changement de hauteur qui arrive à cause de la différence des méridiens pour rapporter l'observation de Marseille à celle de Paris.

Le 9<sup>e</sup> Septembre le P. Laval observa la vraie hauteur méridienne de Mars corrigée par la refraction & par la différence des méridiens de  $65^{\circ} 54' 1''$ , & à Paris je l'ay conclue des précédentes & des suivantes que j'avois faites de  $60^{\circ} 22' 49''$ , d'où l'on tire la différence des méridiens de  $5^{\circ} 31' 12''$  qui est plus grande de 37" que celle qu'on tire des observations d'Aldebaram.

Le 10 Septembre le P. Laval observa la vraie hauteur méridienne de Mars corrigée comme la précédente de  $65^{\circ} 59' 1''$ , & je l'ay trouvée icy de  $60^{\circ} 28' 49''$ , ce qui donne une différence de hauteur de  $5^{\circ} 30' 12''$  plus petite de 13" que celle qu'on a déterminée par Aldebaram.

Mais si l'on prend un milieu entre ces deux différences dont l'une est plus grande & l'autre plus petite, on en aura une moyenne de  $5^{\circ} 30' 23'' \frac{1}{2}$ , qui n'est différente de celle trouvée par Aldebaram que de  $11'' \frac{1}{2}$ , ce qui ne merite pas d'y faire attention.

Il reste à comparer les différences ascensionnelles de ces Planètes avec Aldebaram. On observa à Marseille le 11 Septembre la différence du passage par le méridien entre Saturne & Aldebaram de  $10' 20''$ , & à Paris je l'avois trouvée de  $10' 33''$ , donc la différence sera de 13. Le 12 à Marseille de  $10' 27''$ , à Paris de  $10' 31''$ , différence 4", ce qui n'est que peu éloigné.

Pour Mars le 11 Septembre la différence des passages par le méridien entre la Planète & l'Etoile à Marseille de  $11' 40''$ , & à Paris de  $11' 54''$ , différence 14". Le 12 la différence de ces passages étoit à Marseille de  $10' 11''$ , & à Paris de  $10' 15''$ , différence 4". Ces différentes différences peuvent venir de la position du quart de cercle du P. Laval, lequel n'est pas arrêté fixe dans le méridien comme celui dont nous nous servons; & il peut arriver qu'en baissant

ou élevant le quart de cercle pour observer ces deux Astres l'un après l'autre, il change de vertical; car sans cela ces sortes d'observations doivent s'accorder entr'elles à une ou deux secondes près. Mais quoique ce soit qui en puisse être la cause, elles ne sont pas assez considérables pour n'en pas conclure le tems de la conjonction de ces Planetes en ascension droite à tres-peu près, comme on les a déterminées cy-devant.

J'ay supposé icy que la difference des meridiens entre l'Observatoire Royal & Marseille étoit de 12' 30" d'heure: comme elle est marquée dans mes Tables, ce qui se confirme par les observations suivantes de l'Immersion du premier Satellite de Jupiter dans son ombre faites en Decembre 1706, que le P. Laval avoit ajoutées à son Memoire, & dont j'en ay faite une à l'Observatoire.

Le 1 Decembre 1706	à 3 <sup>h</sup> 12' 35" du matin	à Marseille.
Le 9	à 5 2 19 du matin	à Marseille.
Le 9	à 4 50 13 du matin	à l'Observatoire à Paris.

Donc la difference des meridiens entre Paris & Marseille sera de 12 6 dont Marseille est plus Oriental.

Le 18	à 1 20 30 du matin	à Marseille.
-------	--------------------	--------------

## O B S E R V A T I O N

S U R

### L A G L A N D E P I T U I T A I R E

D'U N H O M M E.

P A R M. L I T T R E.

**A**vant que de rapporter cette observation, je dois, 1707.  
afin qu'on la comprenne mieux, faire une description exacte de cette Glande. Pour cela je joindrai ce



que j'y ai découvert de nouveau à ce que les autres Anatomistes en ont dit avant moi. Je dois même, pour une plus parfaite intelligence, dire un mot de quelques autres parties qui ont une liaison étroite avec la même Glande : telles sont les ventricules du cerveau & du cer-  
velet, les plexus choroïdes, & l'entonnoir.

La Glande pituitaire est située au dedans du crane dans une cavité, qu'on appelle la selle de l'os sphénoïde. La dure-mère, étant parvenue aux bords de cette cavité, se divise, suivant son épaisseur, en deux parties, inférieure & supérieure : l'inférieure tapisse la cavité, s'attache à l'os par dessous, fait par dessus une petite fosse, & forme dans son épaisseur, vers le milieu de la cavité, un sinus de cinq lignes de longueur sur une de largeur, qui est situé dans le sens du travers de la tête, & qu'à cause de cela j'appellerai transversal. La petite fosse est placée à la partie postérieure de la selle : ses bords sont percés par les côtés de plusieurs petits trous, & elle communique quelque-fois par un ou deux autres petits trous avec un sinus de la dure-mère, qui est situé derrière l'apophyse clinôïde postérieure.

La partie supérieure de la dure-mère couvre & ferme le dessus de la selle, hormis vers le milieu, où elle est percée d'un trou rond, d'une ligne de diamètre. Cette membrane est épaisse, opaque & relevée aux bords de la selle, & y est attachée aux apophyses clinôïdes : dans le reste elle est déliée, transparente, enfoncée & colée à la partie supérieure de la Glande pituitaire qui est au dessous. Enfin on observe dans l'épaisseur de la même partie supérieure de la dure-mère, un sinus de figure ovale, qui entoure le dessus de cette Glande.

La Glande pituitaire est suspendue dans la selle du sphénoïde par la partie supérieure de la dure-mère à laquelle elle est colée, de sorte qu'un petit stilet passe d'un côté à l'autre entre cette Glande & la membrane qui tapisse la selle : elle est cependant attachée en dessous & à l'entour par quantité de filets d'arteres & de nerfs,

dont les intervalles sont remplis de sang, qui est tenu & d'un rouge clair. Ainsi la Glande pituitaire trempe à nud dans le sang.

Cette Glande a six à sept lignes de droit à gauche, quatre du devant au derriere, & deux du haut en bas: elle est enveloppée d'une membrane qui est mince, mais d'un tissu tres-ferré, adherante au corps de la Glande, & percée d'un petit trou, qui répond à celui de la partie supérieure de la dure-mere, dont on vient de parler.

La même Glande est parsemée de quelques fibres charnuës, & d'un grand nombre de nerfs, d'arteres & de veines: les nerfs viennent de la sixième paire & de la branche anterieure de la cinquième, & les arteres des carotides interieures & du rets admirable de Galien, les veines vont se rendre dans le sinus ovale & dans le transversal. Enfin elle est composée de deux parties de différente substance, dont l'une est de couleur cendrée, & l'autre de couleur rougeâtre.

La partie cendrée fait environ le tiers de la Glande pituitaire: elle est molle, convexe, composée de visicules remplies d'une liqueur blanche, & elle est située à la partie postérieure de la Glande dans la petite fosse dont on a parlé: la membrane, qui forme cette fosse, y tient la partie cendrée fortement attachée, & la separe en partie de la rougeâtre en s'insinuant entre les deux.

La partie rougeâtre de la Glande pituitaire est un peu aplatie en sa partie supérieure, & convexe dans les autres: elle est d'un tissu ferré, & parsemée de vesicules plus petites que celles de la cendrée, & qui contiennent une liqueur beaucoup plus blanche & plus tenue.

On remarque entre les deux parties de la Glande pituitaire à l'endroit de leur union, une cavité commune d'une ligne & demie de diametre, dans laquelle on observe quantité de petits trous, dont les plus sensibles appartiennent à la partie cendrée.

Il y a aux côtés de la selle deux sinus, l'un à droit &

l'autre à gauche, qu'on appelle les sinus inferieurs de la selle. Ils commencent aux fentes irregulieres de cet os, & se terminent dans les fosses jugulaires, où ils portent le sang qui revient des yeux, de cette Glande, & de la selle.

Les deux sinus inferieurs de la selle du sphenoïde ont quelque chose de singulier dans la partie qui répond à la Glande pituitaire. 1°. Cette partie est ouverte du côté de la Glande, le reste fait un canal. 2°. Les deux sinus y communiquent ensemble par le sinus transversal, & par les intervalles qui sont entre la Glande pituitaire, & la membrane qui tapisse la selle.

3°. La même partie de ces deux sinus fournit une portion du sang dans lequel trempe la Glande pituitaire, & l'autre est fournie par les sinus ovale & transversal. Enfin elle contient dans sa cavité partie du rets admirable, des carotides interieures, des nerfs de la sixième paire, des moteurs des yeux, des pathetiques, &c. On n'observe pas de même qu'il passe ni nerfs, ni arteres par la cavité des autres sinus de la dure-mere.

Le rets admirable est une espece de rezeau placé aux deux côtés de la selle du sphenoïde: il est composé d'un tres-grand nombre de petits rameaux de nerfs & d'arteres, qui communiquent ensemble dans une infinité d'endroits, c'est à dire les nerfs avec les nerfs, & les arteres avec les arteres. Une partie de ces rameaux, après s'être séparés du reste du rezeau, va se rendre de part & d'autre à la Glande pituitaire. Les nerfs viennent de la sixième paire & de la branche anterieure de la cinquième, & les arteres des carotides interieures.

Les ventricules du cerveau & du cervelet communiquent entr'eux par le moien de l'entonnoir, & ils contiennent chacun de l'air & de la lympe, de même que l'espace qui est entre la pie-mere & la dure-mere.

On remarque toujours que la surface interieure des ventricules est humide, aussi-bien que la surface exterieure de la pie-mere & l'interieure de la dure-mere; ce qui vient

vient d'une lymphe qu'on trouve toujours dans la cavité des ventricules, & dans l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, surtout dans les parties les plus basses.

On ne peut pas douter qu'il n'y ait aussi de l'air, parce-qu'il reste toujours dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, un espace vuide de tout corps sensible, qui doit être rempli par l'air, d'autant plus que si, dans le tems qu'on fait un petit trou aux parois des ventricules ou à la dure-mere, on pèse sur ces parties, & qu'il y ait tout auprès une petite bougie allumée, la flamme de cette bougie ne manque pas d'être agitée.

Quant aux sources de l'air & de la lymphe, qu'on observe dans les ventricules, il y a tout lieu de croire que ce sont les glandes des plexus choroïdes, & que les glandes de la dure-mere fournissent l'air & la lymphe, qu'on trouve entre cette membrane & la pie-mere.

Les plexus choroïdes sont des membranes minces, qui tapissent une partie des ventricules du cerveau & du cervelet, & qui sont parsemées de beaucoup de vaisseaux & de glandes, dont les conduits excrétoires s'ouvrent dans la cavité de ces ventricules.

Ce qu'on appelle l'entonnoir dans le cerveau, est un tuyau perpendiculaire à la base du crane, & qui est fort semblable à un entonnoir ordinaire : sa partie étroite, qui est en bas, aboutit à la partie supérieure moyenne postérieure de la glande pituitaire, après avoir passé par le trou de la dure-mere, & par celui de la membrane propre de cette glande.

Ayant expliqué la structure de la glande pituitaire, & dit quelque chose des parties, avec lesquelles elle a beaucoup de liaison, je vais tâcher d'en expliquer les usages.

Je commence par les plexus choroïdes. Ces deux membranes ont deux principaux usages, l'un de distribuer par leurs arteres du sang aux ventricules, & l'autre de séparer du sang par le moyen de leurs glandes, de l'air, & de la lymphe, qu'elles versent ensuite dans les ventricules par leurs conduits excrétoires.

Les ventricules du cerveau servent à recevoir & à contenir l'air & la lymphe, qui sont filtrés par les glandes des plexus choroïdes. On peut donner les mêmes usages à l'espace qui est entre la pie & la dure-mere, à l'égard de l'air & de la lymphe, que les glandes de la dure-mere y déposent par leurs conduits excrétoires.

L'usage de l'air enfermé dans les ventricules est, 1°. De soutenir par son ressort leurs parois, qui sont fort molles, contre le poids du cerveau, & conséquemment d'empêcher qu'elles ne se touchent & ne se colent ensemble à cause de leur viscosité.

2°. De contrebalancer l'action du ressort de l'air, qui est entre la pie & la dure-mere. 3°. D'entretenir la fluidité de la lymphe répandue dans ces ventricules.

L'air placé entre la pie & la dure-mere a les mêmes usages par rapport à ces deux membranes, à la lymphe qu'elles contiennent entr'elles, & à l'air qui est dans les ventricules.

On remarque dans le cerveau deux mouvemens fort sensibles, l'un de dilatation, & l'autre de contraction. Ces deux mouvemens se succèdent l'un à l'autre sans interruption durant la vie de l'animal. Le premier est causé par l'impulsion du sang artériel, & le second par le ressort des parties solides qui composent le cerveau, & par le ressort de l'air qui est contenu dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere.

Dans la dilatation, qui arrive parcequ'il entre beaucoup plus de sang dans le cerveau par les arteres, qu'il n'en sort par les veines qui apparemment se trouvent alors plus pressées, le cerveau doit acquérir plus de volume, remplir davantage la capacité du crâne, & les parois de ses ventricules s'épaissir & s'approcher beaucoup les unes des autres, & par conséquent l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere doivent être réduits en une tres-petite masse, & dans cet état ils peuvent tout au plus empêcher que les parois des ventricules & la pie & la dure-mere ne se touchent & ne se colent.

Dans la contraction du cerveau, le cœur étant relâché, n'y pousse plus de sang, & une portion de celui qui y est s'écoule par les veines : l'air des ventricules & celui qui est entre la pie & la dure-mere, n'étant plus si pressés qu'auparavant, se débloquent ; & ayant le crane pour appui, compriment à leur tour le cerveau, l'un de dedans en dehors, & l'autre de dehors en dedans. Par ce moyen ils forcent le sang de passer des veines du cerveau dans les sinus de la dure-mere pour retourner delà au cœur, & ils expriment en même tems des glandes du cerveau, la partie la plus subtile du sang, qui, en étant séparé, s'appelle esprit animal : le ressort des parties solides, dont le cerveau est composé, ne contribuent pas peu à la production de ces deux effets.

Pendant la contraction le cerveau est donc réduit en une plus petite masse, & remplit moins la capacité du crane ; parceque ses parties, qui avoient été fort élargies durant la dilatation, sont alors rétrécies ayant repris leur premier volume, & par conséquent la cavité des ventricules se doit trouver plus ample, aussi-bien que la pie & la dure-mere, celle-cy restant toujours attachée à la surface interieure du crane.

L'air & la lymphe contenus entre la pie & la dure-mere & dans les ventricules, en sont chassés dans le tems de la dilatation du cerveau ; parce qu'alors le cerveau augmentant beaucoup de volume, presse fortement ces deux liquides, & en fait sortir une partie.

L'air & la lymphe, qui sont entre la pie & la dure-mere, s'en échappent peut-être par des conduits particuliers de la dure-mere, dont un bout perce la surface interieure de cette membrane, & l'autre s'ouvre dans ses veines. Il y a apparemment de semblables conduits dans le pericarde & dans les ligamens des articles, par où la lymphe & la synovie s'échappent de leurs cavités. L'air & la lymphe des ventricules tombent dans l'entonnoir avec lequel ils communiquent, & où l'on trouve toujours une liqueur semblable à celle qui est dans les ventricules. Delà cet

air & cette lymphe passent dans la cavité commune de la glande pituitaire.

Cependant comme quelques parties des ventricules sont fort basses par rapport au lieu de leur décharge, on pourroit faciliter l'écoulement de cette lymphe dans l'entonnoir, en donnant différentes situations à la tête. Par exemple, lorsqu'elle penche en devant, l'air & la lymphe s'écoulent facilement du cervelet & de la partie postérieure des ventricules du cerveau; quand la tête penche en arrière, la décharge de la partie antérieure des ventricules du cerveau est aisée; enfin la partie moyenne des ventricules du cerveau se vuide sans peine, si nous penchons la tête tantôt d'un côté, tantôt de l'autre. Sans ce secours l'air & la lymphe pourroient s'amasser en trop grande quantité dans le ventricule, y croupir, y contracter de mauvaises qualités, & devenir par-là des causes de maladies très-fâcheuses.

Quant au rets admirable, son usage est vrai-semblablement de briser & d'affiner le sang & les esprits, en faisant heurter & froisser leurs parties les unes contre les autres, par le moyen des communications infinies qu'il y a entre les nerfs & les arteres qui le composent, & de les distribuer après cette préparation à la glande pituitaire.

Pour ce qui regarde les usages de la glande pituitaire, j'ai fait, pour les découvrir, les expériences suivantes sur des corps de personnes mortes subitement de coups, de chûtes, de blessures, &c.

*Première Experience.* Si on souffle dans l'entonnoir, la partie cendrée de la glande pituitaire s'enfle, & la partie rougeâtre ne s'enfle pas.

*Seconde Experience.* Lorsqu'on presse la partie rougeâtre de la glande, il tombe une liqueur fort blanche dans la cavité commune; mais il n'y en tombe aucune quand on presse la partie cendrée.

*Troisième Experience.* Si ayant bien essuyé la cavité commune, & piqué avec une épingle la partie cendrée en tout autre endroit qu'en celui qui répond à la cavité

commune, on presse la partie rougeâtre, on voit tomber comme auparavant dans la cavité commune une liqueur blanche qui vient immédiatement de la partie rougeâtre, & on voit aussi en même tems sortir par les trous, qui ont été faits à la partie cendrée, une liqueur moins blanche que la première, mais qui devient plus blanche à mesure qu'on continuë à comprimer par reprises la partie rougeâtre de la glande.

*Quatrième Experience.* Si on pique la partie rougeâtre, & qu'ensuite on presse la cendrée, il ne coule aucune liqueur, ni dans la cavité commune, ni par les piqueures faites à la partie rougeâtre.

De ces quatre Experiences on peut conclure, 1°. Que l'entonnoir & les deux parties de la glande pituitaire communiquent avec la cavité commune de cette glande. 2°. Que la partie rougeâtre de la glande communique avec la cendrée en deux manieres, sçavoir immédiatement par elle-même, & médiatement par la cavité commune.

3°. Que la partie cendrée est le lieu du concours de la lymphe des ventricules du cerveau, & de la liqueur blanche de la partie rougeâtre. 4°. Que les petits trous qu'on voit dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie rougeâtre, sont l'extrémité d'autant de conduits excretoires des vesicules de cette partie.

5°. Que les petits trous, qu'on observe dans la cavité commune, & qui appartiennent à la partie cendrée, sont les embouchures d'autant de petits tuyaux de communication entre la cavité commune & les vesicules de la partie cendrée.

6°. Que les vesicules de la partie rougeâtre de la glande pituitaire sont glanduleuses, & qu'elles separent du sang qui leur est fourni par le rete admirable, une liqueur blanche tenueë, & vrai semblablement pleine d'esprits, qui étant déposée dans leur cavité, une partie est portée par leur conduit de décharge dans la cavité commune, & l'autre immédiatement dans les vesicules de la partie



cendrée. Les dernières vesicules font peut être de simples vesicules, & ne font que recevoir, peut-être aussi ont-elles des grains glanduleux comme les vesicules de la partie rougeâtre, & filtrent comme elles une liqueur particuliere.

7°. Que la lymphe des ventricules du cerveau, & la liqueur blanche de la partie rougeâtre de la glande pituitaire, étant parvenues dans la cavité commune de cette glande, s'y mêlent ensemble, & qu'après leur mélange elles passent dans les vesicules de la partie cendrée par les trous qui répondent de la cavité commune à cette partie, de même que l'air qu'on y souffle par l'entonnoir.

8°. Que ces deux liqueurs se mêlent dans les vesicules de la partie cendrée avec celle qui y coule immédiatement de la partie rougeâtre, & peut-être même avec une quatrième filtrée par les grains glanduleux, dont ces vesicules peuvent être munies.

9°. Que toutes ces liqueurs ainsi mêlées & confonduës ensemble passent dans les veines de la glande par les conduits de décharge des vesicules de la partie cendrée; de ces veines elles passent avec le sang dans le sinus ovale & dans le transversal; de ces sinus dans la selle du sphénoïde, où elles donnent au sang qu'on y trouve la ténuité & la couleur vermeille qu'on remarque dans ce sang: Enfin ces liqueurs sont portées de la selle dans les sinus inférieurs, & delà dans les fosses jugulaires.

Le mélange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire est nécessaire, afin que cette lymphe, qui a perdu beaucoup de sa fluidité dans les ventricules, soit détrempée & rendue plus coulante & plus subtile par les autres liqueurs, qui sont plus ténues & plus spiritueuses. Sans cela elle ne pourroit nullement pénétrer la glande pour se remêler avec le sang, & continuer la circulation.

Le mélange de la lymphe des ventricules avec les liqueurs blanches de la glande pituitaire, n'est pas le seul

moyen, dont l'Auteur de la nature s'est servi pour assurer & faciliter son passage par cette glande. En voici plusieurs autres.

1°. Les bords de la selle du sphénoïde sont relevés & en partie osseux, afin que le cerveau dans ses mouvemens ordinaires ne comprime la glande pituitaire, qu'autant qu'il le faut pour favoriser le passage de la lymphe par cette glande.

2°. La glande pituitaire est suspendue dans la selle, afin que, dans les mouvemens extraordinaires du cerveau elle élude, en cedant, une partie de la trop grande compression, qu'elle en auroit pû souffrir.

3°. Les fibres de la glande pituitaire servent par leur contraction à exprimer de ses vesicules les liqueurs qu'elles filtrent, à les faire mêler avec la lymphe qui vient des ventricules du cerveau, & à les pousser ensuite jusques dans les veines. Par-là elles empêchent que ces liqueurs, non-plus que les autres, ne s'accumulent dans la glande, & ne l'engorgent. La membrane, dont la glande est envelopée, peut par sa tenture serrée seconder l'action de ces fibres charnuës.

4°. L'air, qui vient des ventricules avec la lymphe, en se bandant & débandant alternativement, tient toujours ses parties en mouvement.

5°. L'Auteur de la nature a placé la glande pituitaire dans un bain-marie de sang pratiqué d'une maniere merveilleuse. Car outre qu'elle trempe à nud dans le sang, elle est située immédiatement au-dessous du sinus ovale & au-dessus du transversal, qui sont toujours pleins de sang. D'ailleurs la membrane de cette glande étant d'un tissu fin & délié, la chaleur du sang peut facilement pénétrer la glande. Par cette ingénieuse mécanique la lymphe des ventricules reçûe dans la glande pituitaire, est toujours entretenue dans une chaleur & une fluidité convenables.

6°. Comme le mouvement du sang, d'où dépend sa chaleur, pourroit beaucoup se ralentir, ou cesser entiere-

ment, l'Auteur de la nature, pour prévenir ces deux accidens, a établi trois causes, ſçavoir le cerveau, le rets admirable, & les arteres carotides interieures.

Le cerveau par ſes mouvemens preſſe, foule & broye le ſang contenu dans la ſelle, dans les ſinus ovale & tranſverſal, & dans la glande pituitaire. Le rets admirable & les carotides par leurs battemens agitent & ſubtiliſent le ſang qui eſt autour de la glande; & par celui qu'ils contiennent en grande quantité, ils fomentent le mouvement & la chaleur du même ſang.

Enfin l'Auteur de la nature, après s'être ſervi d'une ſi belle mechanique, & avoir employé tant de moyens pour aſſurer & faciliter le paſſage de la lymphe des ventricules du cerveau par la glande pituitaire, ſe ſert encore de cette même lymphe devenue par-là tres-active, pour délayer, incifer & atténuer le ſang groſſier & gluant, qui revient du cerveau, & avec lequel elle ſe mêle dans les ſoſſes jugulaires.

Sans cette ſage précaution, ce ſang, dont les parties ſubtiles ont été employées à la nourriture du cerveau & à la generation des eſprits animaux, ou qui ſe ſont diſſipées par leur volatilité, auroit eu beaucoup de peine à retourner au cœur, principalement lorsſque la tête auroit été penchée, ou qu'elle auroit été horizontale au tronc. L'air & la lymphe contenus entre la dure & la pie-mere, peuvent auſſi, en repaſſant de cet eſpace dans les veines de la dure-mere, contribuer au retour du ſang du cerveau vers le cœur.

Par tout ce que je viens de dire, il paroît, que la glande pituitaire eſt abſolument neceſſaire pour la conſervation de la vie; auſſi trouve-t-on cette glande dans l'homme, dans les quadrupedes, dans les poiſſons & dans les volatiles.

Après avoir expliqué la ſtructure & l'uſage de la glande pituitaire & des parties qui ont une étroite liaiſon avec elle, je vais rapporter l'obſervation qui m'a donné lieu d'examiner toutes ces parties.

UN homme à l'âge de 40 ans commença à sentir un mal de tête, qui d'abord étoit supportable & lui donnoit du relâche, mais dans la suite devint continu & si violent, qu'il en mourut environ deux ans après. Dans les trois derniers mois de sa vie il étoit stupide & assoupi, sans pouvoir néanmoins dormir : sa vûë étoit foible, quelquefois même il ne voyoit point du tout : il étoit abbatu & languissant, il tomboit souvent en défaillance, & avoit la fièvre de temps en temps.

M. Geoffroy mon confrere & moi fîmes l'ouverture de son cadavre. Nous ne remarquâmes rien d'extraordinaire ni au ventre ni à la poitrine. Tout ce qui nous parut de quelque consequence, étoit dans la tête, qui avoit toujours été le siege de la maladie.

Le crane étant levé & la dure-mere ouverte, nous trouvâmes beaucoup de lympe entre la pie-mere & la dure-mere : la substance du cerveau & du cervelet étoit plus sèche & plus dure que dans l'état naturel : leurs ventricules, incomparablement plus grands que de coûtume, étoient remplis de lympe : les glandes des plexus choroïdes étoient plus grosses qu'à l'ordinaire : il y avoit de l'inflammation à la partie inferieure de l'entonnoir, la cavité étoit tout à fait bouchée en cet endroit, & les parois y étoient fort épaisses : la glande pituitaire étoit fort dure & fort rouge, elle étoit deux fois plus grosse que dans l'état naturel, & s'élevoit beaucoup au-dessus de la selle du sphenoïde. Nous trouvâmes au milieu de cette glande du pus de la grosseur d'un pois, qui étoit épais, visqueux, & d'un blanc tirant sur le jaune.

La structure naturelle de la glande pituitaire, l'explication de ses usages, & les vices qu'on a observés dans la tête de cet homme étant posés, on peut facilement rendre raison des indispositions qu'il a eues durant sa maladie.

Des parties du sang plus grossieres que de coûtume, ont pû se porter par hazard à la glande pituitaire de cet homme, ou y devenir telles par quelque cause particu-

liere, boucher la cavité de quelques-uns de ces vaisseaux, & y interrompre la circulation. Le sang alors a dû s'arrêter & s'accumuler d'abord dans les vaisseaux bouchés, puis dans les vaisseaux voisins comprimés par ceux-ci, tuméfier cette glande, & y causer enfin de l'inflammation.

La glande tumescée a comprimé par son volume extraordinaire les nerfs optiques qui sont immédiatement placés au-dessus. Par cette compression elle a empêché tout à fait ou en partie la distribution des esprits animaux aux yeux qui se fait par ces nerfs; d'où est arrivée tantôt la diminution & tantôt la suppression totale de la vue, suivant que la compression des nerfs a été plus ou moins forte; & elle a été plus ou moins forte, selon que les humeurs se sont trouvées en plus grande ou en plus petite quantité, ou qu'elles ont plus ou moins fermenté, soit dans la glande, soit dans le cerveau, ou dans tous les deux ensemble.

L'enflure & l'inflammation de la glande pituitaire ont donné lieu à deux choses. 1°. A la compression des conduits par où elle recevoit la lymphe des ventricules du cerveau. 2°. A la rupture de quelques-uns des vaisseaux de cette glande. Par la rupture de ces vaisseaux le sang s'est extravasé, s'est aigri, a fermenté & s'est changé en pus. Enfin l'inflammation s'est étendue à la partie inférieure de l'entonnoir, à cause du voisinage & de la communication des vaisseaux.

La partie inférieure de l'entonnoir étant enflammée, ses vaisseaux sanguins se sont dilatés, ses parois se sont épaissies, le diamètre de la cavité a diminué, la chaleur a augmenté, la partie la plus subtile de la lymphe contenue dans la cavité s'est évaporée, la grossière s'y est accumulée, l'a remplie, s'est colée aux parois & l'a comblée. Dans cet état l'entonnoir ne pouvoit plus transmettre la lymphe des ventricules à la glande pituitaire, & cette glande ne pouvoit plus la recevoir.

Cependant comme la lymphe filtrée par les glandes

des plexus choroïdes couloit toujours dans les ventricules du cerveau, elle a dû s'y amasser, en dilater peu à peu les parois, & augmenter leur cavité, & par conséquent comprimer toutes les parties enfermées dans la capacité du crane.

La dure-mere a dû se sentir de cette compression plus que les autres parties, à cause de la dureté & de la résistance du crane auquel elle est appliquée immédiatement. Ainsi le sang a dû avoir beaucoup plus de peine qu'auparavant à revenir de cette membrane par les veines, parcequ'elles sont incomparablement plus susceptibles de compression que les arteres, & que le sang y coule plus lentement. Ce qui a donné occasion aux glandes de la dure-mere de filtrer plus de lymphe qu'à l'ordinaire, & de la verser par leurs conduits excrétoires entre cette membrane & la pie-mere dans la quantité considérable que nous y avons trouvée.

Les glandes des plexus choroïdes étoient plus grosses que dans l'état naturel, parceque la lymphe accumulée dans les ventricules en comprimoit les parois, y retardoit le mouvement du sang, & faisoit quelque résistance à la lymphe qui se presentoit pour sortir de ces glandes, à mesure qu'elle s'y filtoit. Ce qui a donné lieu à ces glandes de se dilater, & par conséquent de grossir.

La lymphe qui étoit dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, ayant perdu par son séjour une partie de ce qu'il y avoit d'aqueux, est devenue salée, & par sa salure a causé de la douleur en irritant & déchirant les fibres nerveuses, & en s'engageant dans les pores du cerveau, l'a desséché & durci.

La fièvre, que le malade avoit de temps en temps, pouvoit être causée ou par des sels de la lymphe aigrie dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, remêlés dans la masse du sang, ou par l'aigreur du chyle & l'impureté du sang; parceque la digestion des alimens & la dépuration du sang, &c. ne se faisoient que d'une maniere tres-impairfaite, à cause de la disette des esprits animaux.

Cet homme étoit assoupi sans pouvoir dormir, parce que son cerveau faisant peu d'esprits, les fibres nerveuses des organes des sens n'étoient que foiblement tendues, d'où venoit la disposition qu'il avoit au sommeil. Il ne dormoit cependant pas, à cause que ce peu d'esprits étant toujours agités par la douleur, empêchoient que les fibres nerveuses de ces organes ne se relâchassent jusqu'au point nécessaire pour le sommeil.

La substance du cerveau étant fortement pressée entre l'air & la lymphe contenus dans les ventricules & entre la pie & la dure-mere, les esprits animaux s'y filtroient & s'y distribuoient avec peine, & couloient en petite quantité dans les autres parties du corps, pendant que la douleur en faisoit d'ailleurs une dissipation continue. D'où s'est ensuivi la stupidité, l'abattement, la langueur, la défaillance, & enfin la mort, lorsque les esprits n'ont pu suffire aux mouvemens qui sont absolument nécessaires à la vie.

## THEORIE DES PROJECTIONS

OU

### DU JET DES BOMBES

*Selon l'hypothese de Galilée.*

PAR M. GUISNE'E.

1707.  
31. May.

**C**E n'est point une Theorie absolument nouvelle des Projections que je propose ici. C'est une Theorie plus étendue & démontrée plus simplement qu'elle ne l'est dans le Livre de l'Art de jetter des Bombes de *M. Blondel*, & ailleurs.

## PROPOSITION I.

## THEOREME.

1. *Un corps jeté selon une direction quelconque, parallèle, ou oblique à l'horizon, décrit par son mouvement une Parabole.*

## DEMONSTRATION.

Supposons qu'un corps tombe de  $B$  en  $A$  perpendicu- FIG. 1.  
lairement à l'horison, & qu'étant arrivé en  $A$  il change  
sa direction vers  $D$ , ou, ce qui est la même chose, qu'un  
corps se meuve de  $A$  vers  $D$  avec la vitesse qu'il auroit  
acquise en tombant de  $B$  en  $A$ , il parcourra selon  $AD$   
les espaces égaux  $AC$ ,  $CH$ , &c. dans des temps égaux.  
Mais sa pesanteur le fera approcher de l'horizon, ou, ce  
qui revient au même, l'éloignera de la ligne  $AD$  de la  
longueur de la ligne  $CO$  au premier temps, de la ligne  
 $HM$  au second, &c. en sorte que les lignes  $CO$ ,  $HM$ ,  
&c. seront entr'elles comme les quarrés des temps em-  
ployés à les parcourir. Nommant donc  $AB$ ,  $a$ ;  $AH$ ,  $y$ ;  
 $HM$ ,  $x$ ; le temps par  $AB$ ,  $t$ ; le temps par  $AH$ , ou par  
 $HM$ , ( car le temps par  $HM$  est égal au temps par  $AH$  )  
 $\theta$ . Parceque si un corps étant tombé de  $B$  en  $A$  remon-  
toit uniformément avec la vitesse acquise en  $A$ , il par-  
courroit dans un temps égal à celui de sa chute de  $B$  en  
 $A$  un espace double de  $AB$ , l'on aura par les loix des  
mouvements uniformes  $2a$  ( $2AB$ ).  $y$  ( $AH$ ) ::  $t$ .  $\theta$ . Mais  
par les loix des mouvements accelerés  $\sqrt{a}$ .  $\sqrt{x}$  ::  $t$ .  $\theta$ ; donc  
 $2a$ .  $y$  ::  $\sqrt{a}$ .  $\sqrt{x}$ , d'où l'on tire  $4ax = yy$ , qui est une équation  
à la Parabole, dont  $AP$  prolongement de  $BA$  est  
un des diametres;  $4a = 4AB$  le parametre du diametre  
 $AP$ ;  $MP$  parallèle à  $AD$ , une des ordonnées au dia-  
mètre  $AP$ .

## DEFINITIONS.

1. La ligne  $AD$  est appelée ligne de *direction*; le point  
 $A$ , le point de *projection*; l'angle  $BAD$ , l'angle de *l'incli-*



*raison* du jet ; la ligne  $AM$  menée du point  $A$  au but  $M$ , l'*étendue* du jet ;  $AP$ , le diamètre du jet ; son parametre  $= 4AB$ , le parametre de projection du jet ; la ligne  $HM$ , la ligne de *chute respective*.

## COROLLAIRE I.

3. L'équation  $4ax = yy$  fait voir que le parametre du jet  $= 4AB$ , la ligne du jet  $AH$ , & la ligne de chute respective  $HM$  sont en proportion continuë.

## COROLLAIRE II.

4. Il est clair que la ligne de direction  $AH$  touche la Parabole au point  $A$  : car la pesanteur du mobile l'éloigne de  $AH$  dès le premier instant de la projection.

## COROLLAIRE III.

5. Il est manifeste que si la ligne de direction  $AH$  étoit horizontale ou perpendiculaire au diamètre  $AP$ ,  $AP$  seroit l'axe de la Parabole.

## COROLLAIRE IV.

6. Il suit aussi que puisque (num. 1.)  $AB$  est le quart du parametre du diamètre  $AP$ , la ligne  $BE$  menée par  $B$  perpendiculaire à  $AB$  sera la ligne generatrice de la Parabole  $AOM$ , c'est à dire, que toutes les lignes comme  $OG$  paralleles  $AB$  &  $AB$  elle-même, menées de la Parabole jusqu'à la ligne  $BE$ , sont égales à la distance des points  $O$  &  $A$  au foyer de la Parabole.

## COROLLAIRE V.

7. D'où il suit que si du centre  $A$  & du rayon  $AB$  l'on décrit un demi-cercle  $BQL$ , sa circonference  $BQL$  sera le lieu des foyers de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté du point  $A$  avec la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$ , selon toutes les positions possibles de la ligne de direction  $AD$ . Et parceque (art. 4.) la ligne de

FIG. II.  
Cette Figure & les suivantes peuvent être regardées comme une seule.

direction  $AD$ , quelque position qu'elle ait, touche la Parabole en  $A$ , si l'on fait l'angle  $DAF$  égal à l'angle  $DAB$ , le point  $F$  où  $AF$  coupe le demi-cercle  $BQL$  sera le foyer de la Parabole; & partant la ligne  $OFH$  menée par  $F$  parallèle à  $AB$  en sera l'axe, dont le sommet sera en  $I$  milieu de  $FH$ , & dont le parametre sera  $4FI$ , ou  $4IH$ .

## COROLLAIRE VI.

8. Puisque  $AD$  touche la Parabole  $AI$  en  $A$ , si l'on mene  $IG$  parallèle à  $BE$  qui rencontre  $AD$  en  $D$ , par la propriété de la Parabole  $IG$  sera coupée en deux également en  $D$ , & la ligne  $FB$  menée du foyer  $F$  au point  $B$  passera par le point  $D$ , & l'angle  $ADB$  sera droit; & partant si l'on décrit un demi-cercle sur le diametre  $AB$ , il passera par le point  $D$ . C'est pourquoi si l'on mene l'horizontale  $AK$  qui rencontre l'axe  $IO$  en  $O$  & la Parabole  $AI$  en  $K$ ,  $AK$  sera quadruple de  $GD$  ou de  $DI$ : mais  $GD$  est le sinus du double de l'angle d'inclinaison  $BAD$ ; c'est pourquoi les amplitudes horizontales sont entr'elles comme les sinus du double des angles d'inclinaison.

## COROLLAIRE VII.

9. Il est encore évident que toutes les Paraboles  $AIK$  auront pour generatrice commune la droite  $BE$ , puisque l'on suppose qu'elles sont toutes décrites par un mobile avec la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$ .

## COROLLAIRE VIII.

10. L'on voit aussi en supposant que l'angle  $BAD$  n'excede pas 45 degrés, 1°. Que plus cet angle sera aigu, plus les points  $F, I, H$  s'approcheront l'un de l'autre & de la ligne  $AB$ , & plus l'amplitude horizontale  $AK$  diminuëra; de sorte que lorsque  $AD$  se confondra avec  $AB$ , la Parabole  $AIK$  deviendra la verticale  $AB$ , le jet se fera de  $A$  en  $B$ , & le mobile retombera en  $A$ . Au contraire, plus l'angle  $BAD$  approchera de 45 degrés, plus l'axe

144 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 10 s'éloignera de  $AB$ , & plus l'étendue horizontale  $AK$  augmentera.

2°. Lorsque l'angle  $BAD$  sera de 45 degrés, les points  $F$  &  $O$  se confondront avec le point  $Q$ , où le demi-cercle  $BQL$  coupe l'horizontale  $AK$ , & où par conséquent l'axe  $IO$  qui devient  $SQ$  touchera le demi-cercle, le point  $I$  qui devient  $S$  & qui est le sommet de la Parabole sera au milieu de  $HO$ , qui devient  $hQ$ , le point  $G$  sera en  $C$  centre du demi-cercle  $BDA$ , le point  $D$  en  $T$  milieu de  $BDA$ , l'amplitude  $AK$  deviendra  $Ak$  égale à  $2AF = 2AB = 4CT$ , qui est la plus grande amplitude horizontale où un mobile puisse être jetté avec une vitesse égale à celle qu'il auroit acquise en tombant de  $B$  en  $A$ , &  $AB$  sera double de  $hS$ , ou de son égale  $SQ$ .

3°. Lorsque l'angle  $BAD$  excédera 45 degrés, & à mesure qu'il augmentera depuis 45 degrés jusqu'à 90, les Paraboles deviendront plus ouvertes; mais elles ne couperont pas pour cela l'horizontale  $AK$  en des points d'autant plus éloignés de  $A$ , au contraire elles la couperont en des points d'autant plus près de  $A$  que l'angle  $BAD$  approchera de 90 degrés: car plus l'angle  $BAD$  approchera du droit, plus le point  $F$  s'éloignera de  $Q$  dans la circonférence  $QfL$ , & par conséquent plus l'axe  $HO$  s'approchera de  $AB$ . De sorte que les deux Paraboles qui auront leurs foyers  $F, f$  dans le même axe  $IO$  aux points où il coupe le demi-cercle  $BQL$ , couperont l'horizontale  $AK$  en un même point  $K$ . Et comme la Parabole qui a pour foyer le point  $f$  a pour sommet le point  $i$  milieu de  $fH$ , il suit que  $Oi = HI$ : car  $fi$  ou  $OF - Oi = Hi = OF - Oi + 2HI$ , & partant  $OF - Oi = OF - Oi + 2HI$ , ou  $OF - 2Oi = OF + 2HI$ ; donc  $Oi = HI$ . Et par conséquent (ayant mené  $idg$  parallèle à  $BE$ )  $Ag = BG$ , l'arc  $Ad =$  l'arc  $BD$ , l'arc  $dT = DT$ , & l'angle  $dAT = DAT$ ; de sorte que les deux Paraboles qui passent par un même point  $K$  de l'horizontale, sont celles qu'un mobile décriroit étant jetté selon deux directions  $AD, Ad$  également éloignées de 45 degrés au-dessus

dessus & au-dessous, c'est à dire, lorsque les points  $D$  &  $d$  sont également éloignés de  $T$ ; & lorsque les deux points  $D$  &  $d$  se confondent avec le point  $T$ , les deux Paraboles se confondent en une seule qui rencontre l'horizontale au point le plus éloigné de  $A$  qui le puisse être dans l'hypothese presente, comme on a déjà vu.

4°. Si l'angle  $BAD$  est droit, ou ce qui est la même chose, si  $AD$  se confond avec  $AK$ , le foyer  $F$  sera en  $L$ , & le sommet de la Parabole sera en  $A$ , où la ligne de direction qui est alors l'horizontale la touche.

5°. Lorsque l'angle  $BAD$  excède 90 degrés, les Paraboles rencontreront l'horizontale  $AK$  prolongée du côté de  $A$  de la même maniere qu'elles la rencontroient du côté de  $K$  lorsque l'angle  $BAD$  étoit aigu, & les Paraboles décrites par un mobile du côté de  $K$ , seront des parties de celles qu'il décriroit du côté opposé en prenant les prolongemens de  $AD$  pour les lignes de direction.

## PROPOSITION II.

### PROBLEME.

II. *Trouver quelle est la Courbe sur laquelle se trouvent les sommets de toutes les Paraboles décrites par un mobile jetté avec la même force suivant toutes les directions possibles.*

### SOLUTION.

Ayant supposé le Problème résolu & les mêmes choses que dans la Proposition précédente, soit  $AIK$  une des Paraboles décrites par un mobile jetté du point  $A$  selon la direction  $AD$  avec la force ou la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$ ;  $I$ , le sommet de la Parabole  $AIK$ ;  $BE$ , la ligne generatrice;  $F$ , le foyer. Fig. III.

Le point  $I$  étant (*hyp.*) un de ceux de la Courbe qu'on cherche, soient menées  $HTO$  parallele à  $AB$ , &  $IG$  parallele à  $BE$ , en nommant la donnée  $AB$ , ou  $OH$ ,  $a$ ; & les inconnues  $AO$ , ou  $GI$ ,  $x$ ;  $AG$ , ou  $OI$ ,  $y$ ;  $BG$ , ou  $HI$  sera,  $a - y$ ; & partant le parametre de l'axe  $IO$  sera,

$4a - 4y$ ; & l'on aura par la propriété de la Parabole  $4a - 4y \times 10 = AO^2$ , ou en termes algebriques  $4ay - 4yy = xx$ , qui montre que la Courbe cherchée est une Ellipse dont le petit axe est  $AB$ ; le centre  $C$  milieu de  $AB$ ; & le grand axe double du petit, c'est à dire, que si l'on mene du centre  $C$  la ligne  $CS$  parallele à  $BE$  &  $= AB = a$ , elle sera la moitié du grand axe.

## COROLLAIRE.

12. Il est aisé de déduire de l'Equation à l'Ellipse tout ce que nous avons dit dans l'article 10. Car, 1°. L'on en tire  $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{aa - xx}$ , qui montre que  $y$  a deux valeurs positives  $OI$ ,  $Oi$  lorsque  $x < a$ , & que par conséquent l'Ellipse  $BIA$  rencontre la ligne  $OH$  en deux points  $I$  &  $i$  également éloignés de  $CS$ , qui sont les sommets des deux Paraboles  $AIK$ ,  $AiK$  qui rencontrent l'horizontale  $AK$  dans un même point  $K$ .

2°. Lorsque  $x = a = AQ = AB$ ,  $y$  n'ayant qu'une valeur  $QS = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}AB$ , il n'y a qu'une seule Parabole qui rencontre l'Ellipse en  $S$  milieu de  $Qb$  où la même  $Qb$  la touche, & cette Parabole a pour axe la ligne  $QS$ , pour sommet le point  $S$ , pour foyer le point  $Q$ , & est celle qui rencontre l'horizontale au point le plus éloigné de  $A$  qu'il est possible. Telle est la Parabole  $ASK$ . Fig. 2.

3°. Lorsque  $x > a = AQ$ ,  $y = Oi$  ne rencontre point l'Ellipse. Ainsi il n'y a aucune Parabole qui rencontre l'horizontale en un point plus éloigné de  $A$ , que celui où la Parabole qui a pour sommet le point  $S$  la rencontre.

4°. Lorsque  $x = 0$ , c'est à dire, lorsque le point  $O$  tombe en  $A$ , l'équation précédente devient  $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}a$ ; donc  $y = a$  &  $y = 0$ , qui montre que la Parabole  $AIK$  devient la verticale  $AB$ , & la Parabole  $AiK$  devient la Parabole  $AV$ , qui a pour sommet le point  $A$ , & pour axe la droite  $AP$ .

## PROPOSITION III.

## PROBLEME.

13. Trouver la Courbe sur laquelle se trouvent tous les points d'intersection  $M$  des Paraboles  $AIK$ , avec les droites  $AFM$  tirées du point de projection  $A$  par leurs foyers  $F$ , & prolongées jusqu'à la rencontre des Paraboles en  $M$ .

Ayant supposé le Problème résolu & les mêmes choses que dans les Propositions précédentes, puisque le point  $M$  est un de ceux que l'on cherche, on mènera  $MR$  parallèle à  $AB$ , & ayant nommé la donnée  $AB$ ,  $a$ ; & les indéterminées  $AO$ ,  $x$ ;  $OI$ ,  $y$ ;  $AR$ ,  $s$ ;  $RM$ ,  $z$ ;  $OF$  sera  $2y - a$ ;  $IO - MR$ ,  $y - z$ ; &  $OR$ ,  $s - x$ , & l'on aura à cause des triangles semblables  $AOF$ ,  $ARM$ ,  $x(AO) \cdot 2y - a(OF) :: s(AR)z(RM)$ , d'où l'on tire  $xy = 2sy - as$ , ou.

$$A. \quad x = \frac{2sy - as}{z}, \text{ \&}$$

$$B. \quad xx = \frac{4s^2y - 4asy + a^2s}{zx}.$$

Par la propriété de la Parabole, l'on a,  $y(IO) \cdot y - z(IO - MR) :: xx(AO^2) \cdot ss - 2sx - + xx(OR^2)$ , d'où l'on tirera

C.  $xx = \frac{2sxy - s^2y}{z}$ , qui est une Equation commune à toutes les Paraboles  $AIK$ .

L'on a aussi l'Equation du Problème précédent.

$$D. \quad xx = 4ay - 4yy.$$

Mettant présentement dans l'Equation C pour  $x$  & pour  $xx$  leurs valeurs prises dans les Equations A & B, l'on en tirera

$$E. \quad y = \frac{a^2}{2a - z}.$$

Et mettant cette valeur de  $y$  dans l'Equation A, l'on aura

$$F. \quad x = \frac{as}{2a - z}.$$

Enfin mettant dans l'Equation D pour  $y$ , pour  $yy$  &

148 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
pour  $xx$  leurs valeurs prises dans les Equations  $E$  &  $F$ ,  
l'on en-tirera celle-ci :

$$G. \quad 4aa - 4ax = ss.$$

Qui fait voir que la Courbe cherchée est une Parabole,  
dont le parametre est  $4a = 4AB$ , l'axe  $AB$ , le sommet  
 $B$ , & le foyer  $A$ .

14. Si l'on fait  $x=0$ , l'on aura  $s=2a$ ; ce qui fait con-  
noître que la Parabole  $BM$  coupe l'horizontale  $AK$  en  
un point  $k$  qui détermine la plus grande amplitude ho-  
rizontale qui est celle de la Parabole  $ASK$ , comme l'on  
a déjà vu art. 10. & 12. num. 2.

#### COROLLAIRE.

15. L'on tire de l'Equation  $E$ ,  $x(RM) = \frac{2y-2a}{y}$ , qui  
fait voir que  $RM$  est positive lorsque  $y > \frac{1}{2}a$ , comme on  
a supposé en faisant le calcul; negative lorsque  $y < \frac{1}{2}a$ ;  
 $=0$  lorsque  $y = \frac{1}{2}a$ .

#### PROPOSITION IV.

##### THEOREME.

16. Les mêmes choses que dans la Proposition précédente étant  
supposées, je dis que la Parabole  $BMk$  touche toutes les  
Paraboles  $AIK$  au point  $M$  qui leur est commun.

Il faut prouver que la sôutangente est commune aux  
deux Paraboles  $BMk$ ,  $AIK$ , les tangentes étant tirées  
par le point commun  $M$ .

##### DEMONSTRATION.

Selon la seconde Section de l'Analyse des Infiniment  
petits, la sôutangente commune aux deux Paraboles  
 $AIK$ ,  $BMk$  qui répond aux tangentes menées par le  
point  $M$  est  $\frac{sdx}{ds}$ .

L'Equation  $G \quad 4aa - 4ax = ss$  qui appartient à la Pa-  
rabole  $BMk$  étant différentiée donne  $= 2adx = sds$ , &c

partant  $d\kappa = \frac{sdz}{-2a}$ ; & mettant cette valeur de  $d\kappa$  dans la formule  $\frac{sdz}{dz}$ , l'on aura  $\frac{ss}{-2a}$  pour l'expression de la soustangente de la Parabole  $BMk$  délivrée des Infiniment petits.

L'Equation  $C$ ,  $xx = 2sxy - ssy$  qui est commune à toutes les Paraboles  $AIK$  étant différentiée, en prenant  $x$  &  $y$  pour constantes pour la déterminer à une seule Parabole  $AIK$ , donne  $xxdz = 2xyds$ , d'où l'on tire  $d\kappa = \frac{2xyds - 2y^2ds}{xx}$ ; & ayant substitué cette valeur de  $d\kappa$  dans la formule  $\frac{sdz}{dz}$ , l'on aura  $\frac{2xy - 2y^2}{xx} = \frac{x - s}{2a - 2y}$ , en mettant pour  $xx$  la valeur  $4ay - 4yy$  tirée de l'Equation  $C$ .

L'on tire de l'Equation  $E$ ,  $\kappa = \frac{2ay - aa}{y}$ ; & mettant cette valeur de  $\kappa$  dans l'Equation  $F$ , l'on en tirera  $x = \frac{yy}{a}$ ; & cette valeur de  $x$  étant substituée dans la dernière soustangente  $\frac{x - s}{2x - 2y}$ , l'on aura  $\frac{yy - aa}{2aa - 2ay} = \frac{ss}{-2a}$ . Et comme cette soustangente est la même que celle que nous venons de trouver pour la Parabole  $BMk$ , il suit que la tangente est aussi la même, & par conséquent que ces deux Paraboles se touchent au point  $M.C.Q.F.D.$

## COROLLAIRE I.

17. Il est clair que la Parabole  $BMk$  renferme dans sa concavité toutes les Paraboles  $AIK$ , puisqu'elle les touche toutes au point  $M$  où la ligne  $AFM$  tirée du point de projection  $A$  par leurs foyers  $F$  les rencontre; & qu'elle est par conséquent le terme au-delà duquel un mobile ne peut être jeté du point  $A$  suivant aucune direction, la vitesse de projection étant toujours égale à celle que le mobile acquieroit en tombant de  $B$  en  $A$ . De sorte que si l'on détermine un point quelconque  $M$  sur la Parabole  $BMk$ , pour pouvoir y chasser un mobile avec la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$ , il le faut



jetter selon une direction telle que la Parabole qu'il doit décrire touche au point  $M$  la Parabole  $BMk$ . Or il est clair que cette direction est celle qui divise l'angle  $BAM$  en deux également.

## COROLLAIRE II.

18. L'on voit encore que puisque toutes les Paraboles  $AIK$  décrites par un même corps jetté avec la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$ , touchent la Parabole  $BMk$ , si l'on prend un point quelconque  $M$  sur la Parabole  $BMk$ , & qu'on mene la ligne  $AM$  du point  $A$  au point  $M$ , toutes les Paraboles  $AIK$  rencontreront  $AM$  entre  $A$  &  $M$ , excepté celle dont le foyer sera sur la même  $AM$  qui touche  $BMk$  au point  $M$ . De sorte que les lignes  $AM$  sont les plus grandes étendues obliques, de même que  $Ak$  est la plus grande amplitude horizontale.

## PROPOSITION V.

## PROBLEME.

FIG. V.

19. Une étendue quelconque  $AN$  égale ou moindre que la plus grande  $AM$  qui sont toutes deux sur un même plan incliné au-dessus ou au-dessous de l'horizon  $AK$  étant donnée de grandeur & de position, trouver l'angle de l'inclinaison du jet afin que les deux Paraboles décrites par un mobile passent par le point  $N$ .

## SOLUTION I.

Ayant supposé les mêmes choses que dans les Propositions précédentes, & le Problème résolu, il est clair (art. 7.) que si du centre  $A$  par  $B$  l'on décrit le cercle  $BFf$ , il sera le lieu des foyers de toutes les Paraboles  $AIK$  décrites par un mobile jetté du point  $A$  avec la vitesse acquise en tombant de  $B$  en  $A$  selon toutes les directions possibles.

Ayant mené par  $N$  la droite  $QNR$  parallèle à  $AB$  qui rencontrera  $AK$  en  $Q$  &  $BH$  en  $R$ , en prenant le point

$N$  pour le point de projection,  $NR$  sera le quart du parametre du jet fait avec la vitesse acquise de  $R$  en  $N$ . C'est-pourquoy (art. 7.) le cercle  $REf$  décrit du centre  $N$  par  $R$  sera le lieu de toutes les Paraboles décrites par un mobile avec la vitesse acquise en tombant de  $R$  en  $N$ ; & partant les intersections  $F$  &  $f$  des deux circonferences  $Bff$ ,  $REf$  seront les foyers des deux Paraboles cherchées; & ayant mené par  $F$  & par  $f$  les droites  $HO$ ,  $bQ$ , & divisé  $HF$  &  $bf$  par le milieu en  $I$  &  $i$ ,  $IO$  &  $iQ$  seront les axes des deux mêmes Paraboles, & les points  $I$  &  $i$  leurs sommets. Menant presentement les droites  $IG$ ,  $ig$  paralleles à  $BH$  qui rencontreront le demi-cercle  $BDA$  en  $D$  & en  $d$ , & les lignes  $AD$ ,  $Ad$ , les angles  $BAD$ ,  $BAd$  seront les angles d'inclinaison qu'il falloit trouver.

20. Si les cercles  $Bff$ ,  $REf$  se touchent, le Problème n'aura qu'une Solution, & il sera impossible si les deux mêmes cercles ne se rencontrent point. Ce seroit la même chose si le point  $N$  étoit au-dessous de  $AK$ . Cette Solution est celle que M. de la Hire a donnée dans l'Art de jeter des Bombes de M. Blondel.

## SOLUTION II.

21. En supposant encore les mêmes choses, & le Problème résolu : soient nommées les données  $AB$ ,  $a$ ;  $AQ$ ,  $b$ ;  $QN$ ,  $c$ ; & les inconnues  $AG$  ou  $OI$ ,  $y$ ;  $GD$  ou  $DI$ ,  $s$ ;  $AK$  sera  $4s$ ;  $QB$ ,  $4s-b$ ;  $HI$  ou  $BG$ ,  $a-y$ ; & partant le parametre de l'axe  $OI$ ,  $4a-4y$ . L'on aura par la propriété de la Parabole  $AQ \times QK = QN \times 4a-4y$ , ou en termes algebriques  $4bs-bb=4ac-4cy$ , d'où l'on tire cette construction.

Ayant mené  $BZ$  du point  $B$  au point  $Z$  où le cercle  $BDA$  coupe l'étendue  $AN$ , soit  $BV = \frac{1}{2}AQ$ , l'on mena  $VDd$  parallele à  $BZ$ , qui coupera le cercle  $BDA$  au point  $D$  &  $d$  si le Problème a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Les lignes  $AD$ ,  $Ad$

FIG. VI.

seront les lignes de direction, & les lignes  $GD$ ,  $gd$  étant prolongées en  $I$  &  $i$ , en sorte que  $DI = GD$  &  $di = gd$ , les points  $I$  &  $i$  seront les sommets des deux Paraboles qui passeront par le point  $N$ , & les angles  $BAD$ ,  $BAd$  les angles d'inclinaison du jet. Cette Solution a rapport à celle de M. Buot abrégée par M. Romer.

## SOLUTION III.

22. Les mêmes choses étant enfin supposées, & le Problème résolu, si l'on nomme comme auparavant  $AB$ ,  $a$ ;  $AQ$ ,  $b$ ;  $QN$ ,  $c$ ; & les inconnues  $AO$ ,  $x$ ;  $OF$ ,  $u$ ;  $HF$  sera  $a - u = \frac{1}{2}$  parametre de l'axe de la Parabole cherchée  $AIN$ , &  $QN$  sera  $2x - b$ . L'on aura par la propriété de la Parabole  $AQ \times QK = QN \times \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}u$ , ou en termes algebriques  $2bx - bb = 2ac - 2cu$  qui donne cette construction.

FIG. VII.

Ayant mené  $BZ$  du point  $B$  au point  $Z$  où  $AN$  coupe le demi-cercle  $ADB$ , & fait  $BV = \frac{1}{2}AQ$ , l'on menera  $Vf$  parallèle à  $BZ$ , qui coupera le cercle  $Bff$  aux points  $F$ ,  $f$  si le Problème a deux Solutions, qui le touchera en un seul point s'il n'en a qu'une, & qui ne le rencontrera point s'il est impossible. Le Problème ayant deux Solutions, les points  $F$  &  $f$  seront les foyers des deux Paraboles qui passeront par le point  $N$ ;  $OFH$ ,  $Rof$  parallèles à  $AB$ , leurs axes; les points  $I$  &  $i$  qui partagent par le milieu  $HF$  &  $Rf$  leurs sommets; & les droites  $IDG$ ,  $idg$  parallèles à  $BE$  détermineront les angles d'inclinaison  $BAD$ ,  $BAd$  par leurs intersections  $D$  &  $d$  avec le cercle  $BDA$ .



QUESTION

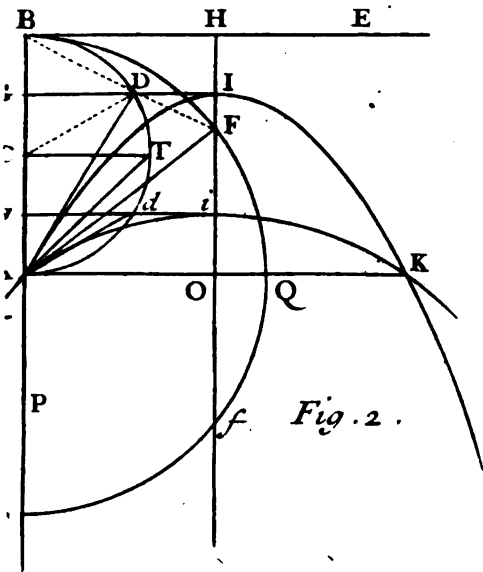


Fig. 2.

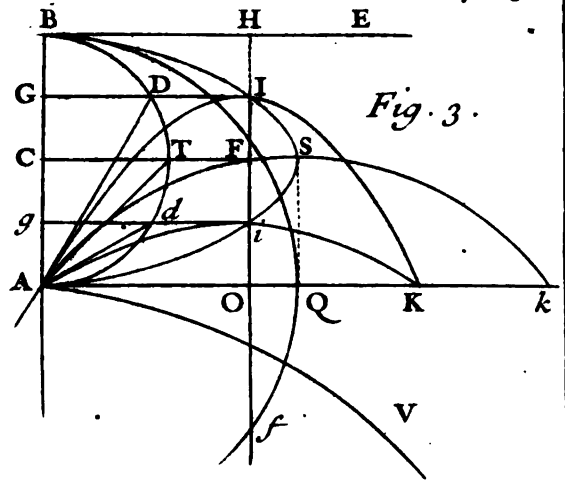


Fig. 3.

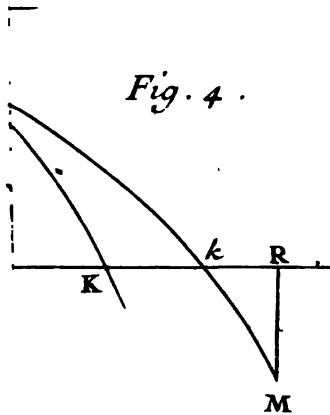


Fig. 4.

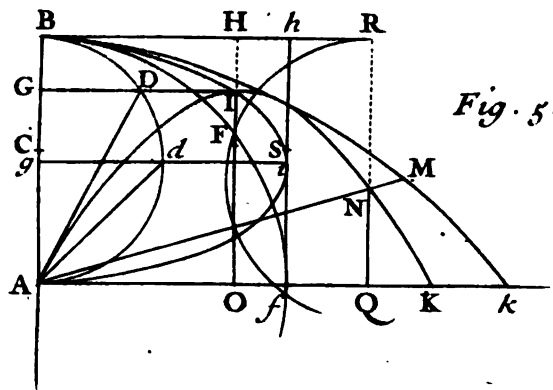


Fig. 5.

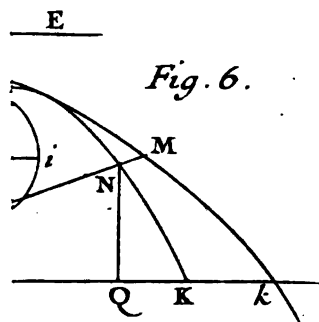


Fig. 6.

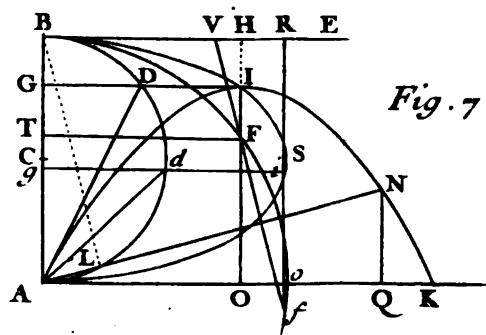
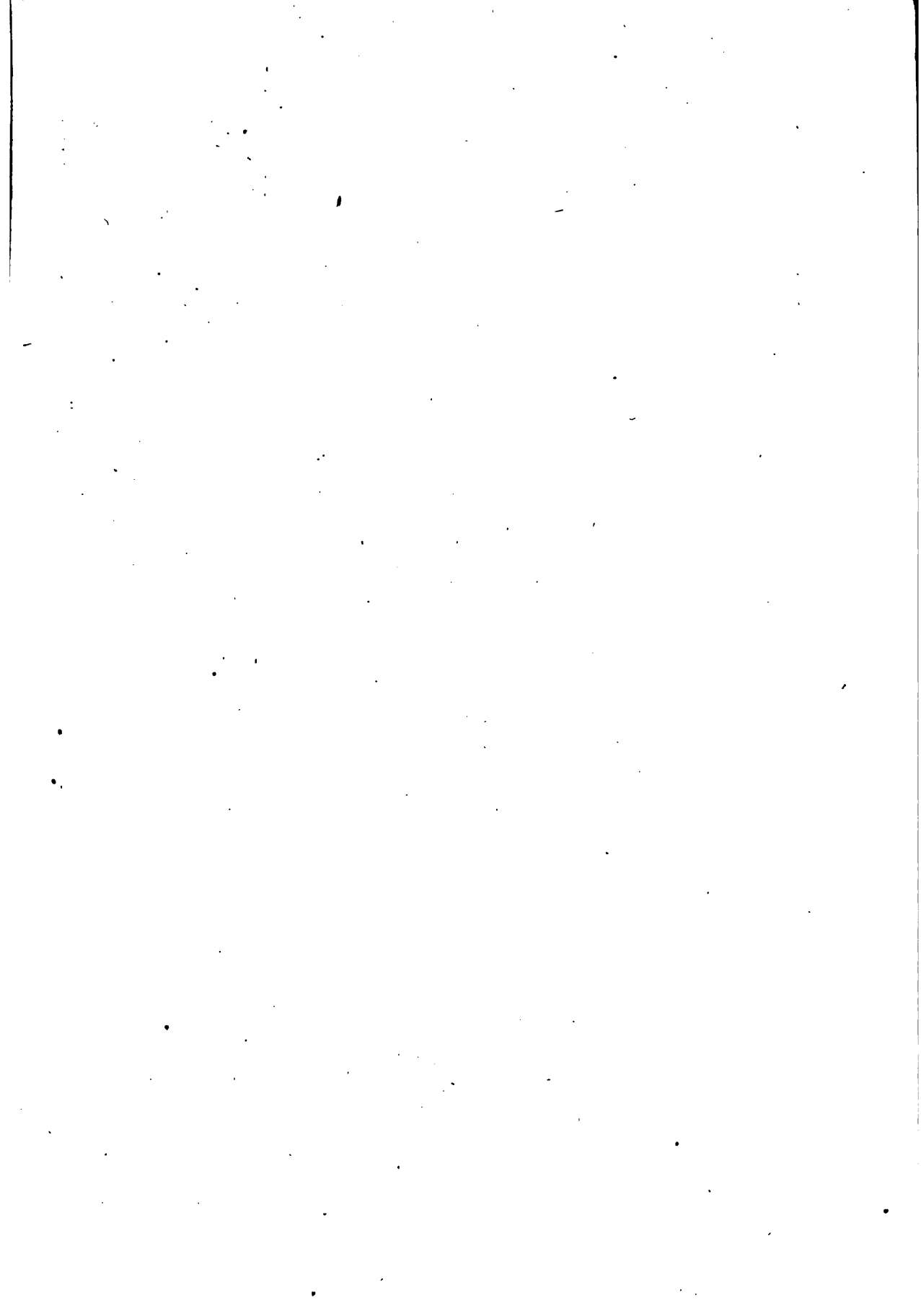


Fig. 7.



## QUESTION PHYSIQUE.

*Sçavoir si de ce qu'on peut tirer de l'air de la sueur dans le vuide, il s'ensuit que l'air que nous respirons s'échappe avec elle par les pores de la peau.*

PAR M. MERY.

**D**Ans l'Assemblée publique de l'Académie Royale des Sciences du 13 Novembre 1700, je proposay cette autre question : S'il est vrai que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moïen de la respiration, s'échappe avec les vapeurs & les sueurs par les conduits insensibles de la peau. 1707.  
9. Avril.

Pour faire connoître qu'il ne peut pas sortir par les pores, je rapportay d'abord deux expériences. Voici la première.

Si l'on remplit le cœur ou les troncs de ses vaisseaux, l'estomach, les intestins ou la vessie d'eau, elle s'écoule à travers les fibres de ces parties; mais si l'on y renferme de l'air, il ne peut point en sortir.

La seconde, c'est qu'après la mort les humeurs de l'œil se dissipent. Au contraire, si on vuide par le nerf optique le globe de l'œil des humeurs qui y sont contenuës, & qu'après cela on le remplisse d'air, le nerf optique étant lié, l'air ne peut point passer comme font les humeurs à travers ses membranes.

De ces deux expériences je tiray cette conséquence, que puisque l'air soufflé dans toutes ces parties ne pouvoit point en sortir, il n'y avoit pas d'apparence que l'air que respirent les animaux pût s'échapper par les pores de la peau avec les vapeurs, ni avec les sueurs.

Pour confirmer cette hypothèse, M. Homberg fit voir en même tems que le corps des animaux qu'on renferme

dans la machine pneumatique, s'y gonflent d'autant plus qu'on la vuide plus exactement de l'air grossier qu'elle renferme, après quoy le corps de ces animaux y reste tout gonflé; ce qui ne devoit point arriver, si l'air contenu dans ces parties pouvoit sortir par les petits conduits insensibles de la peau.

Car s'il pouvoit les pénétrer, il est certain que ces animaux devroient après la sortie de l'air se defluer dans cette machine, puisqu'il est visible qu'ils s'y dégonflent quand leur peau vient à crever, & qu'alors leur corps y reprend même un volume plus petit qu'il n'avoit dans son état naturel.

Pour prouver ensuite que l'air que respirent les animaux ne doit pas sortir par les pores de la peau, je fis observer que si l'air qui commence dans les veines du pōumon à se mêler avec le sang pour le pousser dans le ventricule gauche du cœur, & delà par les arteres dans tout leur corps, abandonnoit le sang en passant avec lui dans toutes les parties, & s'échappoit avec les vapeurs & les sueurs par les pores de la peau; il étoit impossible que le sang n'étant plus poussé par l'air au delà des parties, pût entrer dans les veines, ou que s'il y passoit, il resteroit en repos dans ces vaisseaux; parceque les veines sont incapables d'elles-mêmes d'une contraction assez forte pour le contraindre à retourner au cœur, & qu'elles ont une capacité assez grande pour contenir toute la masse du sang renfermée dans tous les vaisseaux sanguins.

Enfin je fis remarquer que puisque le sang répandu par les arteres dans toutes les parties s'écouloit par les veines dans le cœur, il falloit nécessairement que l'air rentrât aussi avec le sang dans la veine cave pour le pousser dans le ventricule droit; d'où je tiray cette autre conséquence, que les pores de la peau n'avoient été formez d'une maniere propre à retenir au dedans du corps l'air que les animaux respirent, qu'afin de le renfermer dans les vaisseaux, pour servir & par son impulsion & par son mélange au mouvement circulaire du sang, auquel l'air n'au-

roit pû contribuer, s'il s'étoit échappé par les pores insensibles de la peau avec les vapeurs & les sueurs.

Quelques évidentes que soient les expériences & les raisons qui servent de fondement à cette nouvelle hypothèse; cependant un Physicien a jugé qu'elles n'ont rien de convaincant, & qu'il est aisé de les refuter: mais je vais lui faire connoître que ses reflexions qu'il m'a fait communiquer, l'établissent sans qu'il s'en soit apperçu, au lieu de la détruire. Voici la première de ses reflexions.

*Tandis que l'air est en masse, dit ce Philosophe, & dans une certaine quantité, il ne peut pas passer par les pores de la peau; mais qu'il le peut lorsqu'il est divisé en une infinité de parties d'un volume extrêmement petit, comme il l'est lorsqu'il est mêlé avec toutes les humeurs qui composent la masse du sang.*

Pour démontrer cette proposition, il se fert de cette seconde reflexion. Si l'on ramassoit, dit-il, de la sueur dans un petit vase, & qu'on la mit dans la machine pneumatique, dès que l'on pomperoit, on verroit sortir l'air de cette liqueur, comme on voit qu'il en sort de l'eau, & qu'il arriveroit la même chose, si l'on faisoit cette expérience de toute autre purgation du sang; parceque l'air est confondu avec toutes les autres humeurs qui sont mêlées avec lui.

Troisième reflexion. Par-là, dit-il, il sera aisé d'expliquer comment il sort autant d'air du corps par les pores de la peau & par les autres conduits de toute autre purgation du sang, qu'il en entre dans les pòumons par la respiration. Je confirme, dit-il, cette division & cette facilité de l'air à sortir par les pores, & par les autres conduits par cette autre reflexion.

Cet air ainsi mêlé dans le sang, doit passer dans la circulation par les arteres capillaires avec le sang arteriel pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au pòumon, & puis s'exhaler par l'apre artere. Que s'il passe bien par ces arteres & par ces veines capillaires, & par des anastomoses, qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores; pourquoy ne passera-t-il pas par les pores mêmes?

Donc si l'air que respirent les animaux doit après avoir



servi à la circulation du sang s'exhaler par l'âpre artere, il est visiblement impossible à ce Philosophe d'expliquer comment il peut sortir *autant d'air du corps par les pores de la peau, & par les autres conduits de toute autre purgation du sang, qu'il en entre dans les poulmons par la respiration*, comme il le prétend. Voilà un extrait fidele des plus fortes raisons qu'apporte ce Philosophe afin de détruire mon hypothese. Je vais examiner à present si, *comme il lui paroit, ces reflexions sapient les deux fondemens de mon système.*

Pour répondre aux objections par lesquelles ce Physicien prétend prouver que l'air que respirent les animaux, étant mêlé dans les différentes humeurs, dont la masse du sang est composée, doit passer par tous les conduits excretoires que ces mêmes humeurs traversent en se séparant du sang pur, je vais examiner si les particules de l'air qui entrent dans les vaisseaux sanguins par le moien de la respiration, sont de telle sorte envelopées de celles du sang & des autres humeurs dans ces vaisseaux, qu'elles ne fassent plus avec le sang & ces humeurs qu'une même masse, ou si les atomes de l'air & les parties de toutes ces humeurs ne sont que se mouvoir les unes entre les autres sans se confondre.

Pour découvrir l'un & l'autre, je me serviray seulement de cette experience. Que l'on fasse fondre dans une certaine quantité d'eau autant de sel qu'elle en peut porter, on verra qu'après cela elle n'en peut dissoudre davantage. Ce sel fondu passe à la verité par tous les conduits que l'eau peut traverser; mais il ne peut y passer quand il n'est pas dissous, bien qu'il soit réduit en poussiere infiniment subtile.

Si l'on cherche les causes de ces deux effets si differens, je ne croy pas qu'on en puisse trouver d'autres que le rapport qui se rencontre entre la figure des particules de l'eau, & celle des conduits du corps qui donnent passage à l'eau qui tient le sel en dissolution, & la disproportion qui se trouve entre ces mêmes conduits & le sel réduit en poussiere.

Delà il est aisé de juger, que ce qui fait que le sel fondu dans l'eau peut passer par des conduits qu'il ne sçauroit traverser quand il est réduit en poussiere tres-subtile, ne peut être que parceque par la dissolution les parties du sel s'insinuent dans les parties de l'eau, & se revêtissent, pour ainsi dire, de leur figure; delà vient que le sel fondu doit passer par tous les conduits que l'eau peut traverser, ce qu'il ne peut faire quand il n'est réduit qu'en poussiere; parceque les parties du sel conservant en cet état leur propre figure, elles ne se trouvent pas alors, comme quand elles sont revêtues de celles de l'eau, avoir de rapport aux conduits que l'eau peut penetrer. J'applique maintenant cette experience & ce raisonnement à mon sujet.

Toutes les liqueurs que boivent les animaux sont remplies, de même que tous les alimens solides qu'ils mangent, d'autant d'air qu'ils sont capables d'en contenir dans les pores de leurs plus petites parties.

Cela étant, la masse du sang qui est produite des unes & des autres, n'en peut porter davantage. Donc l'air poussé par le pœmon, comme par un soufflet dans les vaisseaux sanguins, ne peut non-plus se revêtir de la figure du sang, ou se confondre avec lui, qu'il peut faire avec l'eau quand il y est poussé par le canon d'une seringue.

Or comme l'air qui est seringué dans l'eau reste en masse entre les parties de l'eau, je veux dire sans se confondre, ou se revêtir de la figure des parties de l'eau, parceque celles-cy sont remplies d'autant d'air qu'elles en peuvent porter; par la même raison l'air que les animaux respirent, & qui se mêle en entrant dans les vaisseaux avec le sang, ne peut aussi se confondre avec lui; parceque les parties du sang sont rassasiées de l'air des liqueurs qui le composent. Donc l'air que soufflent les pœmons dans les vaisseaux, doit rester en masse entre les molecules du sang, & ne peut se revêtir de leur figure.

Or comme en cet état les atomes de cet air conservent leur figure propre, qui n'a pas de rapport à celle des po-

res de la peau, delà vient qu'il ne peut pas sortir par ces petits conduits avec la sueur, ni passer par ceux des autres parties qui donnent issue aux autres excréments de la masse du sang, parcequ'il n'est pas aussi confondu avec eux. Nous voilà donc d'accord, puisque ce Philosophe convient avec moy que l'air en masse ne peut les pénétrer.

Il est donc évident que l'air qui pourroit sortir de la sueur comme de l'eau, étant exposée dans un vase dans la machine pneumatique, ne seroit certainement point l'air que les animaux respirent, comme le prétend ce Physicien; mais celui qui est confondu avec les liqueurs qu'ils boivent & les alimens qu'ils mangent, & auquel ce Philosophe n'a fait nulle attention. De cette inadvertence viennent toutes ses erreurs.

Je puis donc des expériences & des raisons que je viens de rapporter tirer cette conséquence générale, que l'air confondu avec toutes les humeurs renfermées, soit dans les vaisseaux, soit répandues dans toutes les parties du corps des animaux, ne passe par les conduits qui servent à leur filtration, que parcequ'il est revêtu en cet état de la figure ces mêmes humeurs; & qu'au contraire l'air que respirent les animaux ne peut point y passer, que parcequ'il n'est pas de même confondu avec elles, & que ses parties conservent leur propre figure en circulant avec le sang dans les vaisseaux.

Ce Philosophe n'a donc pas raison, de ce qu'on peut tirer de la sueur, comme on fait de l'eau étant exposée dans un vase dans la machine du vuide, de conclure que l'air que respirent les animaux s'exhale avec les vapeurs & les sueurs par les pores insensibles de la peau; d'autant moins que lui-même tombe d'accord avec moy, qu'il est vrai que l'air réduit en masse dans le corps des animaux gonflé dans la machine pneumatique, ne peut sortir par ces petits conduits: mais les deux raisons qu'il en donne sont fausses. Je vais les rapporter pour en faire connoître la fausseté.

La premiere, c'est que, dit-il, dans la dilatation subite qui arrive au corps des animaux dans la machine pneumatique, les humeurs bouchent elles-mêmes la plupart des pores de la peau, & empêchent l'air d'en sortir.

La seconde raison, c'est que cet air qui n'est plus comprimé comme auparavant, prend alors un plus grand volume, & il ne peut plus sortir, & il faut alors le considerer comme de l'air en masse qui ne peut pas se faire de passage par des issues si étroites.

Pour appercevoir la fausseté de ces deux raisons, il n'y a qu'à faire reflexion que plus le corps des animaux se gonfle dans la machine du vuide, plus les pores de la peau doivent s'élargir, & que plus on pompe l'air grossier contenu dans cette machine, plus les humeurs & le sang renfermés dans les parties s'y rarefient, & deviennent par consequent plus subtiles.

Les humeurs peuvent donc beaucoup moins boucher les pores des parties propres à leur évacion, quand ces parties sont tendues, que lorsqu'elles sont relâchées, & l'air devoit sortir d'autant plus aisément par leurs petits conduits excretoires, qu'ils sont plus ouverts & l'air plus rarefié.

Cependant l'air que respirent les animaux, ni même celui qui est confondu avec les humeurs ; mais qui s'en débarrasse & se dépouille, pour ainsi dire, de leur figure dans le vuide, ne peuvent quoique extrêmement rarefiés, ni sortir par les pores de la peau, ni par tous les petits conduits excretoires des autres parties, puisque les animaux ne se dégonflent pas dans le vuide. Les deux raisons que rend ce Physicien de ce que l'air en masse ne peut sortir du corps des animaux enflés dans la machine pneumatique, sont donc évidemment fausses.

Neanmoins persuadé qu'il est qu'elles sont vraies, il se flatte en ces termes : *Que ce qu'il avance icy est manifestement prouvé par l'experience de l'eau mise dans la machine pneumatique. Cette eau contient, dit-il, beaucoup d'air divisé en une infinité de parties, qui passent avec elle où l'air en*

*masse ne sçauroit passer. Après quelques coups de pompes, on voit cet air se dilater & sortir en grosses bubes, qui ne pouvoient avec ce volume passer où passe l'eau. Il en est de même de l'air mêlé dans les humeurs de l'animal qui s'enfle dans le récipient; c'est-pourquoy il ne s'exhale point alors par les pores de l'animal, & le tient toujours enflé. Il me paroît que ces reflexions sappent les deux fondemens du système de M. Mery.*

Si ce Philosophe vouloit bien faire une serieuse attention sur la maniere dont se forment les petites bouteilles de l'air confondu avec l'eau, & sur ce qui arrive à ces petites bouteilles immédiatement après leur formation, je m'assure qu'il jugeroit autrement qu'il n'a fait de mon système.

En attendant qu'il y pense, je lui diray que trois choses concourent à la formation des petites bouteilles qui paroissent dans l'eau exposée dans la machine du vuide.

La premiere, est la diminution du poids de l'air grossier qui presse l'eau renfermée dans cette machine.

La seconde, la dilatation de l'air confondu avec l'eau qui suit de cette diminution de poids.

La troisieme, les particules de l'eau qui environnent les parties de cet air qui se rarefie.

Tandis qu'on ne met point la pompe en mouvement, l'air grossier renfermé dans cette machine presse l'eau, & empêche ainsi l'air de se dilater. En pompant l'air grossier presse moins l'eau, & donne occasion à l'air confondu avec l'eau de se dilater, & alors ces petites bouteilles qui se forment de l'eau & de l'air commencent à paroître; mais elles se crevent sitôt qu'elles sont formées, parcequ'elles n'ont pas assez de force pour retenir l'air qu'elles renferment, & s'opposer à sa plus grande dilatation.

Quand ces petites bouteilles se crevent, l'air qu'elles renfermoient s'échappe par le conduit de la machine, par lequel elles ne pourroient peut-être passer elles-mêmes, si elles subsistoient en forme de bouteille.

Comme il y a bien de l'apparence que ce qui se fait dans l'eau arrive à toutes les humeurs qui arrosent le  
corps

corps des animaux exposez dans la machine du vuide ; je tombe d'accord avec ce Physicien que tandis que l'air restera enfermé dans les petites bouteilles que formeront ces liqueurs, il ne pourra plus passer par les pores des parties qu'il traversoit aisément avant sa dilatation : mais comme ces petites bouteilles ne sont pas plutôt formées qu'elles se crevent, il doit aussi convenir avec moy qu'après leur ruine, l'air devenu plus subtil par sa rarefaction dans le vuide, doit non-seulement passer par les pores qu'il penetrait auparavant, mais qu'il peut alors en traverser de beaucoup plus petits que ceux qui lui donnent ordinairement passage, puisque ce Philosophe pour prouver la sortie de l'air par les pores de la peau, apporte pour raison qu'il passe bien par des conduits plus étroits.

Donc si l'air condensé que respirent les animaux pouvoit hors du vuide s'exhaler par les pores de la peau avec les vapeurs & les sueurs, comme le prétend ce Physicien, à plus forte raison pourroit-il, rarefié qu'il est dans cette machine, sortir par ces petits conduits, si ces atomes avoient quelque rapport à leur ouverture, & ce avec d'autant plus de facilité que ses parties sont plus divisées alors, & les pores de la peau plus ouverts par sa tension.

Or comme les animaux restent toujours enflés dans la machine pneumatique après en avoir pompé l'air grossier, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moyen de la respiration, & qui se répand par les arteres dans toutes les parties, ne peut point, à quelque degré de subtilité qu'il puisse parvenir, sortir par les pores de la peau avec la sueur, ni par les conduits qui servent à la décharge des autres excréments de la masse du sang, qu'il traverseroit sans difficulté, si la figure de ses atomes avoit quelque rapport avec celle des vaisseaux excrétoires des parties qui séparent ces excréments.

Je ne sçay si après cet éclaircissement ce Philosophe trouvera encore que mes raisons n'ont rien de convain-

cant, & si les siennes fappent, comme il se l'imagine, les fondemens du systême que j'ay proposé.

Pour finir la critique qu'il en a faite, il dit *qu'on pourroit me demander par quels principes bien établis je pourrois prouver que l'air ainsi divisé & mêlé avec le sang, étant retourné au cœur & au pœmon, se réuniroit pour s'exhaler par l'apre artère, & seroit déterminé à se séparer du sang : n'y avoit-il pas même quelques difficultés à expliquer cette sortie de l'air prise de la construction des rameaux de l'apre artère qui répondent aux vaisseaux pulmonaires ? C'est ce que je n'ay pas, ajoute-t-il, le loisir d'examiner.*

S'il ne le sçait pas, d'où-vient donc que pour confirmer la facilité de l'air à sortir par les pores de la peau, il se sert de cette reflexion pour la prouver ?

*Cet air ainsi mêlé dans le sang doit passer, dit ce Physicien, dans la circulation par les artères capillaires pour entrer dans les veines capillaires, & revenir au cœur & au pœmon, & puis s'exhaler par l'apre artère. Que s'il passe bien par ces artères & par ces veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores, il faut s'entendre ceux de la peau ; pourquoi ne passera-t-il pas par ses pores mêmes ?*

Je pourrois demander à mon tour à ce Philosophe, s'il n'y a point entre ces deux passages quelque contradiction dont il ne se soit pas appercû. En attendant qu'il y pense plus sérieusement qu'il n'a fait, je vais satisfaire sa curiosité sur ce qu'il n'a pas le loisir d'examiner lui-même.

Pour répondre à sa demande, & le tirer du doute où il paroît être sur la sortie de l'air par la trachée artère, quand une fois il est passé des vesicules du pœmon par les veines dans le cœur, je lui diray que l'air qui est soufflé par le pœmon dans les vaisseaux sanguins, ne pouvant se confondre avec le sang, ni faire une même masse avec lui, parcequ'il ne peut pénétrer ses parties, il faut nécessairement, ne pouvant point sortir par les pores de la peau, ni par aucun des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang, il faut, dis-je, qu'il s'é-

chappe necessairement par la trachée artere.

Car si l'air que respirent les animaux , & qui est une des principales causes du mouvement circulaire du sang , par l'impulsion qu'il lui donne en passant des vesicules du poulmon dans les veines pulmonaires , abandonnoit le sang à la sortie des branches de l'aorte , & qu'il s'échapât autant d'air par les pores de la peau , & par les autres conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang , qu'il en entre dans les vaisseaux sanguins par la trachée artere , comme le prétend ce Physicien , il est certain que le sang resteroit sans mouvement dans les veines.

Le sang circule dans ces vaisseaux , & ils déchargent dans le cœur à peu près la même quantité de sang que le cœur verse dans les arteres. Il faut donc que l'air rentre dans les veines pour pousser le sang dans le cœur , & qu'il abandonne le sang dans les arteres pulmonaires & rentre dans les vesicules du poulmon , afin de sortir hors du corps par la trachée artere , puisqu'enfin il ne peut passer par les pores de la peau , ni par tous les autres conduits qui servent à la separation des excremens de la masse du sang. Je vais maintenant expliquer à ce Philosophe de quelle maniere l'air abandonne le sang dans les arteres pulmonaires.

L'air que soufflent les poulmons par les veines pulmonaires dans le cœur , ne pouvant se confondre avec le sang , fait de continuel efforts par la vertu élastique qui est propre , pour se débarrasser d'avec lui , & sortir des vaisseaux dans lesquels ils circulent ensemble. Mais parce qu'en passant des extrémités des branches de l'aorte dans les parties , il ne trouve pas les pores de la peau qui donnent issue aux vapeurs & à la sueur , ni les conduits des parties qui servent à la sortie des autres excremens de la masse du sang propres à lui donner passage , il est forcé de rentrer avec le sang par les racines de la veine cave dans ses deux troncs , par lesquels ils s'écoulent ensemble dans le ventricule droit du cœur , qui les chasse dans l'artere



pulmonaire, où l'air trouvant des pores propres à le recevoir, il lui est aussi aisé d'abandonner le sang en sortant par ces pores, qu'il lui est facile de sortir de l'eau quand il y a été poussé par le canon d'une seringue.

L'air sortant des branches de l'artere pulmonaire, rentre dans les vesicules du p<sup>ou</sup>mon, d'où il passe ensuite dans les rameaux de la trachée artere, & s'échappe enfin au dehors par ce canal.

Que l'air que respirent les animaux prene le chemin des veines pulmonaires pour s'insinuer dans les vaisseaux sanguins, qu'il en sorte par les branches de l'artere du p<sup>ou</sup>mon pendant que l'air confondu avec la masse du sang rentre des extrémités des branches de cette artere dans celles des veines pulmonaires, les experiences que je vais rapporter en font des preuves évidentes.

Que l'on souffle de l'air en masse, je veux dire tel que le respirent les animaux, par la trachée artere dans le p<sup>ou</sup>mon, il passe de ses cellules par ses veines dans le cœur, & n'y peut entrer par ses arteres. Or comme il sort autant d'air de la poitrine pendant l'expiration qu'il y en entre pendant l'inspiration, il est donc visible que l'air qui entre dans les vaisseaux sanguins par les racines des veines du p<sup>ou</sup>mon, en sort par les branches de l'artere pulmonaire en finissant sa circulation. Il ne peut donc pas s'échapper par aucun des conduits qui donnent passage aux excremens de la masse du sang.

Il n'en est pas de même de l'air confondu avec les liqueurs; car si l'on seringue de l'eau & du lait mêlez ensemble par le tronc de la veine cave dans le ventricule droit du cœur, cet air revêtu de la figure de ces deux liqueurs passe avec elles des extrémités des branches de l'artere pulmonaire dans les racines des veines du p<sup>ou</sup>mon, sans entrer dans ses cellules. Donc l'air confondu avec le sang doit tenir le même chemin, pendant que l'air en masse se débarrassant d'avec lui, rentre par les branches de l'artere pulmonaire dans les cellules du p<sup>ou</sup>mon. L'air confondu avec le sang ne peut donc sortir

du corps qu'en passant, revêtu de la figure des humeurs, par les parties qui donnent issuë aux excremens de la masse du sang.

Ces experiences font bien voir, autant que j'en puis juger, que l'air confondu avec les différentes humeurs qui composent la masse du sang, ne passe avec elles par tous les conduits des parties qui servent à leur séparation, que parceque cet air est revêtu, comme j'ay dit, de la figure de ces humeurs, & qu'au contraire l'air qui est en masse ne peut y passer, que parceque la figure de ses petits atomes n'a pas de rapport à celle de ces conduits ; ce qui paroît d'autant plus vrai semblable, que rien n'empêche de concevoir les atomes de l'air en masse de même gros seur & de même figure que ceux de l'air confondu dans toutes les liqueurs. Donc puisque l'un passe par où l'autre ne peut passer, il faut nécessairement que l'air confondu avec les humeurs qui entrent en la composition du sang soit revêtu de leur figure ; car sans cela il est visible que l'air en masse pourroit passer par tous les conduits que l'air confondu dans ces différentes humeurs peut traverser.

Si ce Philosophe avoit bien pris garde à cette différence, sans doute il ne m'auroit pas objecté, *que si l'air que nous respirons, étant mêlé avec le sang, passe bien par des artères & par des veines capillaires, & par des anastomoses qui deviennent plus insensibles que ne sont les pores, il faut sous-entendre ceux-là de la peau qu'il ne spécifie pas ; pourquoy, dit-il, ne passera-t-il pas par les pores mêmes ?*

Par les objections de ce Physicien & les solutions que j'y ay données, il est, ce me semble, aisé de voir qu'il ne s'est mépris que parcequ'il n'a pas crû qu'il y eût d'autre air dans le sang & dans les autres humeurs, que celui qui entre dans les vaisseaux sanguins par le moyen de la respiration, & pour n'avoir fait d'attention qu'à la différente grandeur des pores des parties de l'animal, & à la différente grosseur des molécules des liquides qui passent à travers, sans avoir aucun égard à la figure des uns & des

autres, sans laquelle il me paroît cependant qu'il est impossible de rendre raison des differens phenomenes que je viens d'expliquer.

Après avoir lû ce Memoire à l'Academie, M. Homberg rapporta deux faits qui confirment que l'air de la respiration passe des cellules des poudrons dans les vaisseaux, & se mêle immediatement avec la masse du sang.

» Le premier, *dit-il*, est que dans les lethargies le battement lent du pouls est considerablement augmenté lorsqu'on expose de l'esprit de sel armoniac ou une autre liqueur fort spiritueuse au nez du malade, ce qui n'arrive que parceque des parcelles de ces liqueurs sont portées par le moyen de la respiration dans les poudrons, où elles se mêlent avec la masse du sang, & y augmentent la quantité des esprits animaux, qui ne sont autre chose que la partie la plus volatile & la plus spiritueuse de la masse du sang. Or ces matieres spiritueuses n'auroient pas pû atteindre la masse du sang dans les poudrons, si l'air de la respiration qui en est le vehicule ne les y avoit porté; donc l'air de la respiration touche immediatement la masse du sang dans les poudrons & s'y mêle. L'on pourroit objecter icy qu'il n'est pas necessaire que ces parcelles spiritueuses se mêlent avec la masse du sang pour produire des pulsations plus frequentes des arteres; qu'il suffit pour cela que ces parcelles spiritueuses, en passant par le nez dans la respiration, picotent les membranes nerveuses qui revêtissent les osselets du nez, pour réveiller toute la masse des esprits animaux, & pour la mettre en un mouvement plus vif; ce qui peut augmenter tout seul les pulsations du cœur & des arteres, & que par conséquent l'air de la respiration ne les ayant pas porté dans la masse du sang, l'on ne peut pas tirer de ce fait la preuve de son mélange avec la masse du sang dans les poudrons.

» Le fait suivant servira de réponse à cette objection. Lorsqu'on se trouve dans un endroit où l'on a répandu de l'huile de therebentine, & qu'on l'a sentie pendant un peu de temps, on observe que l'urine de ces personnes a

une odeur de violette, tout de même que si elles avoient avallé de la therebentine. Cette odeur de violette ne provient que des parcelles spiritueuses de la therebentine qui sortent de leur corps avec l'urine : l'urine, comme tout le monde sçait, est une partie de la serosité du sang. Ces parcelles spiritueuses nageoient donc avec le sang dans sa serosité ; elles n'ont pas pû s'y mêler que dans la respiration par le moyen de l'air qui leur a servi de vehicule. Il est donc incontestablement vrai que l'air de la respiration s'est aussi-bien mêlé avec la masse du sang que les parcelles spiritueuses de la therebentine, & qu'ils ont suivi ensemble le cours de sa circulation.

L'expérience que je vais rapporter rend cette vérité sensible. Le ventre d'un chien étant ouvert, si on pique la veine cave au-dessus des arteres émulgentes avec la pointe d'une lancette, on voit qu'à mesure qu'elle se vuide de sang, elle se remplit d'air, qui s'écoulant de ses racines dans son tronc, va se rendre dans le ventricule droit du cœur. Cet air forme dans son passage entre les gouttes du sang qui'y entrent avec lui, des bulles d'autant plus grosses qu'il reste moins de sang dans le canal de la veine cave ; ce qui continuë pendant tout le tems que le chien respire, & cesse si-tôt que la respiration vient à lui manquer.

Or la veine cave ne pouvant recevoir d'air que par les vaisseaux mêmes qui lui fournissent le sang, il est donc évident que l'air que respirent les animaux passe des vesicules du pōmon par ses veines dans le ventricule gauche du cœur, & qu'il s'écoule avec le sang par l'aorte dans la veine cave, qui le reporte dans le ventricule droit.



## O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse de Lune faite à l'Observatoire Royal  
le 17 Avril au matin de l'année 1707.*

PAR M<sup>rs</sup> CASSINI ET MARALDI.

1707.  
14. May.

**L**E temps n'a pas été bien favorable à Paris, non-plus qu'en plusieurs autres Villes de France & de l'Italie pour l'observation des phases principales de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le matin du 17 Avril de cette année 1707.

A l'Observatoire nous n'avons pû observer exactement que le commencement de l'Emersion de la Lune & de plusieurs taches de l'ombre. Aux autres phases la Lune étoit quelquefois couverte entierement des nuages, & quelquefois couverte seulement en partie, ce qui rendoit douteuse la détermination des phases.

A Gennes M. le Marquis Salvago & M<sup>rs</sup> les Abbés Rava & Barabini eurent le temps favorable pour observer la sortie de plusieurs taches dans l'ombre, parmi lesquelles il y en a trois que nous avons aussi observées à Paris, qui étant comparées ensemble s'accordent à donner la différence des meridiens entre Paris & Gennes à quelques secondes près; de sorte que par l'observation qu'on en a fait à Gennes de l'Immerision totale, & par cette différence des meridiens, nous avons l'heure de l'Immerision totale dans l'ombre à Paris: mais nous avons observé immédiatement à Paris le commencement de l'Emersion; donc nous aurons l'intervalle veritable entre ces deux phases, qui est la demeure entiere de la Lune dans l'ombre, & par consequent on aura aussi l'heure du milieu de l'Eclipse, qui est la phase principale qui donne la vraie opposition de la Lune avec le Soleil.

Voici le détail des observations que nous avons faites à l'Observatoire.

à 11<sup>h</sup> 57' 54" environ, le bord oriental de la Lune étant au méridien, paroissoit déjà un peu éclipsé au travers des nuages.

0 9 La Lune étoit éclipsée de 3 doigts 11<sup>l</sup>.

10 30 L'ombre à Helicon.

11 0 La Lune est éclipsée de 4 doigts 10.

16 30 La Lune éclipsée de 4 doigts 40.

Ensuite la Lune se couvre, & reste couverte jusqu'à 52' après minuit.

0 52 La Lune ayant paru de nouveau, nous jugeâmes qu'elle étoit éclipsée de 10 doigts & demi environ. Les nuages ne nous permirent pas de mesurer la phase avec le Micrometre.

1 37 Le Ciel s'étant découvert, on voïoit la Lune entierement éclipsée d'une couleur rougeâtre.

2 33 La partie Orientale de la Lune étoit plus claire que l'Occidentale.

2 41 50 La Lune commence à fortir de l'ombre.

2 43 50 Grimaldi à moitié sorti.

44 20 Grimaldi tout sorti.

47 Galilée approche du bord de l'ombre. La Lune se couvre ensuite.

3 0 0 La Lune éclipsée de 8 doigts 30'.

3 0 25 Heraclides sort de l'ombre.

2 26 Helicon sort de l'ombre.

3 4 30 Tycho & Copernic sont sortis de l'ombre.

5 30 La Lune éclipsée de 7 30.

9 30 Plato commence à fortir.

9 40 Eratostenes sort.

10 25 Tout Plato sort.

12 La Lune éclipsée de 6 15.

15 La Lune éclipsée de 5 50.

19 Manilius est sorti.

23 45 Menelaus est sorti. La Lune se couvre.

3 36 La Lune éclipsée de 1 50.

3 39 La Lune éclipsée de 0 50.

1707.

Y

170 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

à 3<sup>h</sup> 39' 10" Proclus est sorti.

3 43 La Lune paroît encore éclipfée.

3 46-45 La Lune ne paroît plus éclipfée en fortant des nuages.

*Observation de la même Eclipfe faite à Genes dans l'Obferatoire de M. le Marquis Salvago.*

à 12<sup>h</sup> 56' 31" L'ombre à Menelaus.

13 5 10 L'ombre à Promontorium acutum.

13 11 4 à Meffala.

13 12 14 A Proclus.

13 54 au commencement de mare criffum.

15 20 à Cleomede.

21 54 Immerfion totale de la Lune dans l'ombre.

Après l'Immerfion totale, le Ciel s'étant entierement découvert, la Lune paroiffoit rougeâtre du côté du Sud-Eft, & d'une couleur plus claire du côté du Sud-Oüeft. A 3 heures du matin la Lune étoit également rougeâtre.

15 10 37 La Lune avoit commencé de fortir de l'ombre ayant paru au travers des nuages.

15 12 36 Grimaldi étoit tout sorti de l'ombre.

18 36 Aristarchus fort de l'ombre. La Lune fe couvre enfuite.

15 32 21 Tycho fort de l'ombre.

37 58 Tout Plato fort de l'ombre. Le Ciel fe couvre entierement, & ne permet plus de faire aucune obfervation.

*Comparaiſon des obſervations faites à Paris  
& à Genes.*

Par la sortie de la tache Grimaldi obſervée à Paris

	à	2 <sup>h</sup> 44' 20"
& à Genes à	3	12 36

On a la difference des meridiens 0 28 16

Par la tache de Tycho observée à Paris à	3 <sup>h</sup> 4' 30"
& à Gennes à	3 32 21

La difference est 27 51

Par la tache de Plato observée à Paris à	3 10 25
& à Gennes à	3 37 58

La difference est 27 33

La moyenne de ces differences, qui est 27' 51", étant ôtée de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre observée à Gennes à 1<sup>h</sup> 21' 54", donne la même Immersion à Paris à 0<sup>h</sup> 54' 0": ce temps étant ôté du commencement de l'Emerfion observé à Paris à 2<sup>h</sup> 41' 50", la difference est la demeure de la Lune dans l'ombre totale de 1<sup>h</sup> 47' 50", égale à quelques secondes près à celle qui est calculée dans la Connoissance des Temps. La moitié de cette difference étant ôtée de l'heure de l'Emerfion, donne l'heure de l'opposition à 1<sup>h</sup> 47' 55", qui n'est pas sensiblement differente dans cette opposition du milieu de l'Eclipse.

### *Observation de la même Eclipsé observée à Leipsik.*

Après avoir fait les reflexions précédentes, M. Junius nous a communiqué les observations de cette Eclipsé, qui ont été faites à Leipsik par M. Rivinus, qui sont les suivantes.

Commencement de l'Eclipsé à Leipsik à	0 <sup>h</sup> 30' du mat.
Commencement de l'obscurité totale	1 37
La fin de l'obscurité totale	3 24
Fin de l'Eclipsé.	4 30
La durée totale est de	4 0
La durée de l'obscurité totale	1 47
Le milieu de l'Eclipsé	2 30



## OBSERVATIONS

*De l'Eclipse de Lune du 17 Avril 1707 au matin  
à l'Observatoire.*

PAR M<sup>r</sup>. DE LA HIRE.

1707.  
14. May.

Nous ne pûmes rien observer du commencement de cette Eclipsé, à cause de la grande quantité de nuages dont le Ciel étoit couvert, quoiqu'on ne laissa pas de voir la Lune assez distinctement. Mais le Ciel se découvrant un peu, nous fîmes les observations suivantes le moins imparfaitement qu'il nous fût possible avec deux Lunettes de 7 piés de foyer, à l'une desquelles le Micro-metre étoit appliqué, avec lequel on mesuroit le diamètre de la partie de la Lune qui restoit éclairée, d'où on a conclu les doigts éclipsés, & avec l'autre on observoit le passage de l'ombre par les Taches.

H.		Diametre de la partie éclairée.	Diametre de la partie obscure.	Doits.	Min.
0	10 50	20' 42"	8' 48"	3	36
	17 0	17 50	11 40	7	46
	55 30	Immersion totale de la Lune dans l'ombre.			
2	43 0	Emerision rectifiée par les observations suivantes.			
	59 30	6 1	23 29	9	35
3	2 30	8 33	20 57	8	32
	5 0	9 49	19 41	8	1
	7 15	11 5	18 25	7	30
	9 30	12 21	17 9	6	59
	10 40	12 45	16 45	6	49
	14 30	14 21	15 9	6	10
	16 50	15 36	13 54	5	40
	19 50	16 52	12 38	5	9
	23 15	18 8	11 22	4	39
	25 0	20 24	9 6	3	43

<i>H.</i>	<i>"</i>	<i>Diametre de la partie éclairée.</i>		<i>Diametre de la partie obscure.</i>		<i>Doits.</i>	<i>Min.</i>
3	35	5	22' 50"	6	40"	2	42
	38	0	24 9	5	21	2	11
	39	45	25 5	4	5	1	40

On n'a pas pu observer la fin à cause du mauvais tems. Mais comme dans la difficulté qu'il y avoit à faire ces observations, il s'est pu échaper quelque erreur tant dans les nombres des minutes & secondes que dans la mesure, nous avons divisé le tems & la grandeur de l'Eclipse qui lui répond, entre les observations faites à 3<sup>h</sup> 2' 30" & à 3<sup>h</sup> 25' 0" où la Lune paroissoit plus clairement, en autant de parties égales entr'elles qu'il y a d'observations, comme on le voit dans la Table suivante, pour pouvoir découvrir plus facilement & de plus près ce qui y manque; car on le peut faire dans cette Eclipse qui étoit presque centrale, & dont les phases égales devoient répondre à très-peu près à des tems égaux.

<i>H.</i>	<i>"</i>	<i>Diametre de la partie éclairée.</i>		<i>Diametre de la partie obscure.</i>		<i>Doits.</i>	<i>Min.</i>
3	2	30	8' 33"	20	57"	8	32
	5	0	9 52	19	38	8	0
	7	30	11 11	18	19	7	28
	10	0	12 30	17	0	6	56
	12	30	13 49	15	41	6	24
	15	0	15 8	14	22	5	52
	17	30	16 27	13	3	5	20
	20	0	17 46	11	44	4	48
	22	30	19 5	10	25	4	16
	25	0	20 24	9	6	3	44

Nous observâmes vers la fin de l'Eclipse le diametre de la Lune avec le Micrometre de 29' 32", d'où nous le posons de 29' 30" vers le milieu de l'Eclipse.

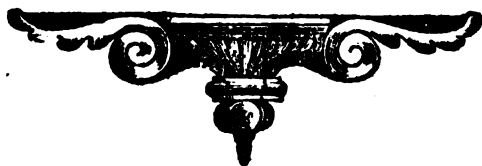
Nous observâmes aussi vers le commencement de l'Eclipse le passage du second bord du disque de la Lune par le meridian à 11<sup>h</sup> 58' 1" du soir précédent le 17, & par con-

sequent celui du centre a dû être à  $11^h 57' 0''$ , & la hauteur meridienne apparente du bord superieur étoit de  $30^{\circ} 53' 30''$ , & celle du centre de  $30^{\circ} 38' 46''$ , laquelle étant corrigée par la refraction donnera la vraie de  $30^{\circ} 36' 53''$ .

*Emerfion de quelques Taches du corps de la Lune  
dans le recouvrement de la lumiere.*

Grimaldus à	2 <sup>b</sup>	46'	0"
Tycho & Copernic à	3	19	42
Menelaus à		24	4
Dionysius à		25	12
Promontorium acutum à		34	34
Commencement de la Mer des Crises à		40	10
Le milieu de Cleomede à		41	23
La fin de la Mer des Crises à		43	50

Il faut remarquer que dans le tems de la totale obscurité on voïoit la Lune fort rouge, & vers l'endroit du centre de l'ombre il y avoit une obscurité plus grande que partout ailleurs: mais ce qu'il y avoit de particulier, c'est que cette Tache obscure qu'on voïoit au milieu, changeoit de figure à chaque moment, & même se séparoit en s'avancant tantôt d'un côté & tantôt d'un autre, & paroïssoit comme flottante & inconstante; ce qu'on ne peut attribuer qu'aux différentes refractions de la lumiere, lesquelles étoient causées par les inégalités du corps de l'atmosphère.



*DE LA DERNIERE  
CONJONCTION ECLIPTIQUE  
DE MERCURE AVEC LE SOLEIL.*

PAR M<sup>rs</sup> CASSINI ET MARALDI.

Suivant la plupart des Tables Astronomiques, la dernière conjonction éclipitique de Mercure avec le Soleil qui est arrivée le 5 de May, devoit être visible à Paris. 1767.  
14. May.

Parmi ces Tables les Rudolphines sont celles qui marquent cette conjonction plutôt, & donnent l'entrée de de Mercure dans le Soleil le 5 May à cinq heures & un quart du matin pour Paris, & la sortie à midy & demi du même jour.

Par le calcul de M. Halley, qui est celui qui donne l'Eclipse plus tard, l'entrée de Mercure dans le Soleil devoit arriver à Paris le 5 à 8 heures & un quart du soir après le coucher du Soleil, & la sortie à 4 heures & un quart du matin avant le lever du Soleil du 6 May; de sorte que suivant ce calcul cette conjonction devoit arriver de nuit, & n'être pas visible à Paris.

Par la conformité du calcul de M. Halley avec les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil qui sont arrivées le siècle passé, on avoit lieu de croire ce calcul juste. Cependant nous n'avons pas laissé d'observer avec des Lunetes de 12 & de 18 pieds durant presque toute la journée du 5 le Soleil, qui n'a été couvert ce jour-là que par de petits intervalles, & qui ne se cacha entièrement qu'un peu avant son coucher dans les nuages qui étoient à l'horizon. Nous l'avons aussi observé le matin du 6 à son lever, sans y avoir pu voir Mercure. Nous avons reçu depuis des Lettres de Rome, de Bologne, de Marseille &

176 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de Montpellier, où l'on a observé le Soleil toute la jour-  
née du 5 & le matin du 6 sans y avoir vû Mercure.

---

## ECLAIRCISSEMENTS

*Sur la production artificielle du Fer, & sur la com-  
position des autres Métaux.*

PAR M. GEOFFROY.

1707.  
21. May.

**L**E mélange de l'huile de lin avec les terres argilleu-  
ses, celui de l'huile de vitriol avec les huiles éthe-  
rées fournissent du fer : on trouve des parcelles de ce mé-  
tal dans les cendres de la plupart des substances inflam-  
mables ; mais on n'est pas d'accord sur son origine.

J'ay avancé avec quelques Chimistes que ce fer étoit  
une production nouvelle, ou un composé qui résultoit de  
l'assemblage de quelques principes qui se rencontroient  
séparés dans les matieres qui fournissoient ce métal.

D'autres prétendent au contraire que ce fer est déjà  
tout formé dans ces substances. Ils fondent cette opinion  
sur la difficulté ou même l'impossibilité qu'il y a, selon  
eux, de composer ou de décomposer les métaux, sur la  
grande différence qu'ils croient remarquer entre les prin-  
cipes des vegetaux & ceux des mineraux, pour qu'ils puis-  
sent si aisément se transformer de l'un en l'autre ; & ils  
appuient ce sentiment sur des experiences par lesquelles  
ils essaient de démontrer le métal déjà tout formé dans  
les substances qui paroissent le produire.

Je vais examiner les raisons & les preuves dont on ap-  
puie ce dernier sentiment. J'espère les détruire, & faire  
voir que le fer que ces matieres fournissent n'y étoit point  
avant leur mélange, que c'est une production nouvelle,  
& qu'on peut non-seulement produire du fer, mais en-  
core tous les autres métaux, les composer ou les décom-  
poser,

poser, en réunissant ou en séparant les principes dont ils sont formez.

On dit en premier lieu, que si on examine l'argile exactement avec le coùteau aimanté, on y trouve quelques parties de fer.

Je conviens que l'on trouve dans l'argile quelques parcelles de fer, mais en si petite quantité qu'il faut bien chercher pour les trouver; au lieu que si on se donne la peine de distiller cette terre avec de l'huile de lin, on y trouve une tres-grande abondance de molecules ferrugineuses assez grosses, de sorte qu'une partie tres-considerable de l'argile paroît s'être convertie en fer. Or il n'y a pas d'apparence que cette quantité de fer eût pû être contenuë dans cette terre, sans s'y découvrir d'une maniere plus sensible.

On pourroit me répondre que les particules de fer sont si fines & si menuës dans l'argile, qu'on ne les y peut découvrir par l'aimant; au lieu que par la cuisson avec l'huile de lin, elles se réunissent & deviennent sensibles. Mais je ne conçois pas comment l'huile de lin pourroit operer cette réunion; & d'ailleurs si l'argile contient des parties de fer en assez grande quantité, en poussant simplement cette terre au feu de fusion, ces parcelles devroient se fondre, se rapprocher & se réunir en petites masses assez sensibles, sans le secours de l'huile de lin, ou de toute autre matiere sulphureuse: ce qu'elles ne font pas. Il n'y a donc aucune preuve que cette grande quantité de fer qui se retire de l'argile par l'operation de Beccher y ait été contenuë, & il est plus vrai-semblable de croire qu'il y a dans cette terre quelques-uns des principes du fer, auxquels il manque pour être fer parfait les principes qui se trouvent dans l'huile de lin.

On m'objecte en second lieu que comme il n'y a presque point de terre sans fer, il peut fort bien arriver qu'un peu de ce métal dissous par les suc de la terre, monte dans la seve de la plante, se distribuë avec elle dans toutes ses parties, & passe même en dissolution dans tous les suc

qui s'en tirent, ou par expression ou par distillation : Que pour preuve de cela, si on brûle de l'huile de lin toute seule, on trouve dans les cendres qu'elle laisse quelques parcelles de fer.

Selon cette opinion le fer monte avec les suc de la terre jusques dans les plus petites parties des plantes ; il passe même jusques dans ce suc doux & subtil qui se filtre dans les fleurs & que les abeilles ramassent, puisqu'en brûlant du miel on trouve du fer dans ces cendres. Mais comment ce fer dissous par tous ces suc differens, & réduit apparemment dans les dernieres parties ne se décompose-t-il pas, puisque l'eau seule est capable de le détruire, d'en séparer les principes, & de le réduire en une terre ou rouille qui n'a plus rien des proprieté du fer ?

J'ajoute à cela que le fer n'est pas une matiere qui se puisse aisément cacher. Il y a des marques pour le reconnoître. Il se découvre bien-tôt par le goût qu'il donne aux liqueurs qui le tiennent en dissolution. Ces liqueurs, pour peu qu'elles soient chargées de fer, prennent une couleur rouge ou noire lorsqu'on les mêle avec les infusions de noix de galle, de feuilles de chênes & d'autres matieres semblables : & cela est si considerable, qu'un grain de vitriol qui ne tient pas la quatrième partie de fer, étant dissous dans douze pintes d'eau, donne un goût sensible à l'eau, & se colore d'un peu de rouge léger par le mélange de la noix de galle.

Si donc la quatrième partie d'un grain de fer étendu en 221184 grains de liqueur, ou divisé en 884736 parties est encore sensible au goût & à la vûe ; pourquoi ne le fera-t-il pas dans les suc des plantes & dans les liqueurs qui s'en tirent ? comme dans l'huile de lin, l'esprit de terebentine, & autres liqueurs semblables qui fournissent beaucoup plus de fer à proportion qu'il n'y en a dans cette eau vitriolée.

On me demandera peut-être, d'où peut provenir le fer que l'on trouve dans la tête morte de l'huile de lin, s'il est vrai qu'elle n'en contienne pas ?

Je réponds que ce fer a été produit par les principes qui composent l'huile de lin. Car il ne faut pas regarder cette huile & les autres pareilles comme un principe simple & homogène : elles contiennent un esprit acide, beaucoup de terre susceptible d'une sorte de vitrification, & le principe sulphureux.

Dans la fermentation qui fait la flâme, la partie terreuse s'unit très-étroitement avec quelque portion d'acide & de soufre, d'où naissent les nouvelles molécules ferrugineuses.

Ce que je viens de dire de l'huile de lin, il le faut entendre de toute matière inflammable, puisqu'il n'en est point où ces trois principes ne se rencontrent.

On ne peut donc démontrer le fer dans ces opérations ou dans de pareilles, que par l'assemblage de ces trois principes; & par conséquent bien loin d'en rien conclure contre la production artificielle de ce métal, elles peuvent servir au contraire à la démontrer.

On m'objecte enfin que l'huile de vitriol ayant été distillée par une très-grande violence de feu d'une matière qui tient du fer, elle peut en avoir enlevé quelques parties que ces acides tiennent encore en dissolution, & que le mélange des huiles étherées avec les acides ne fait que précipiter ce fer en molécules assez grosses pour pouvoir être sensibles.

On prétend prouver qu'il y a du fer dans l'huile de vitriol; parce qu'ayant pris le sédiment de l'huile noire de vitriol on l'avoit distillé, & qu'il étoit resté une matière épaisse au fond de la cornue; qu'ayant poussé le tout dans un creuset à très-grand feu pour en chasser tous les acides, il s'étoit trouvé quelques parcelles de fer dans la tête morte.

Mais si la manière dont on découvre le fer dans cette liqueur n'est point différente de la préparation par laquelle je prétens que le fer se compose, cela ne prouve rien. Or cette opération ne paroîtra point du tout différente, si l'on examine avec attention ce qui s'y passe.



Je dis premierement que si on prend de l'huile de vitriol bien rectifiée, qui soit claire & transparente ; si on la distille, elle ne laissera jamais de fer. Aussi ce n'est que dans l'huile de vitriol noire, & même dans le sediment qu'elle dépose qu'on en a trouvé.

Or l'huile de vitriol n'est noire que par quelque portion d'huile qui s'est élevée des morceaux de bois ou des autres ordures qui se sont trouvées mêlées dans le vitriol, & qui se brûlent pendant la distillation. Il ne doit pas même s'y rencontrer de sediment, à moins qu'il n'y ait beaucoup de ces fuliginosités, ou qu'il n'y soit tombé de la terre qui luttoit les recipiens, ou quelques portions des bouchons de papier, de liege, de cire ou autres choses semblables que l'huile aura rongées ou dissoutes. Pour lors il n'est plus surprenant que de l'assemblage de ces souffres, de cette terre & de ces sels, il se forme du fer par la calcination qu'on ne pourroit pas démontrer sans cela.

Après avoir donc suffisamment fait connoître que le fer que l'on retire des operations précédentes est une production nouvelle, & que les moïens dont on prétend se servir pour démontrer que ces matieres tiennent du fer ne sont pas differens de ceux par lesquels on le compose ; je passe aux preuves sur lesquelles je fonde mes conjectures touchant la production des métaux, & je vais montrer que les principes des vegetaux & ceux des mineraux sont essentiellement les mêmes, & qu'on peut promptement & sans beaucoup de travail décomposer les mineraux en séparant leurs principes, & les recomposer en substituant des principes tirez des vegetaux en la place de ceux qu'on en a enlevés. Je commence par les Sels.

Les principaux Sels mineraux sont le Nitre, le Sel marin, & le Vitriol. Nous trouvons ces mêmes sels dans les plantes.

Le sel essentiel de la Parietaire est tout nitreux, il fuse sur les charbons comme le salpêtre. Les sels fixes du Chardon beni, de l'Absinthe, du Kali, de l'Eponge con-

tiennent beaucoup de sel marin, qui se cristallise en cubes, & qui décrepite sur les charbons.

La plupart des sels fixes des plantes calcinés jusqu'à un certain point, rendent une odeur de soufre très-considérable. Or cette odeur sulphureuse ne peut venir que d'un sel vitriolique rarefié & volatilisé par l'huile de la plante.

Par ces sels nous pouvons juger de tous les autres sels des plantes. Car les sels volatiles ne sont que des sels fixes débarrassés de la partie de leur terre la plus grossière, & unis à quelque portion d'huile.

Il y a toute apparence que les sucres acides qui se tirent des vegetaux sont aussi de la même nature que les acides minéraux, avec cette difference que les acides dans les plantes ont été fort rarefiés par la fermentation, & unis si étroitement avec les souffres, qu'ils ne les abandonnent qu'avec beaucoup de peine.

Ainsi le vinaigre distillé que je crois pouvoir mettre dans la classe des acides vitrioliques, ne differe de l'esprit de soufre, de l'esprit de vitriol, ou même de l'huile caustique de vitriol, qu'en ce que ces acides dans le vinaigre sont étendus dans beaucoup de flegme, & unis très-fortement avec beaucoup d'huile, qu'on en peut néanmoins séparer, comme je le feray voir dans un autre Memoire.

Si l'on dissout du cuivre dans l'acide du vinaigre séparé de son huile autant qu'il est possible, il s'y forme des cristaux tous semblables en figure à ceux du vitriol bleu.

Il paroît donc clairement par tout ceci que les sels des plantes ne different point essentiellement des sels des minéraux. Examinons présentement les souffres.

Le principe sulphureux ou inflammable est le même dans les vegetaux & dans les minéraux. J'ay déjà fait voir dans le Memoire que j'ay donné sur la production du soufre mineral par le mélange de toute matiere inflammable, telle qu'elle soit, avec l'acide vitriolique, que le principe d'inflammabilité dans le soufre commun n'est point different de celui qui rend inflammable les graisses

des animaux, les huiles & les resines des plantes, & les bitumes de la terre. J'ajoute à cela non-seulement que ce principe sulphureux se rencontre dans les substances métalliques, mais encore que c'est lui qui donne à ces matieres leur fusibilité, leur ductilité & leur forme métallique. C'est ce que je vais démontrer dans la plupart des matieres métalliques.

L'Antimoine qui est une des substances qui approche le plus du métal, n'est presque que du soufre brûlant. On apperçoit aisément ce soufre qui s'exhale en flâme bleue si on le calcine à l'obscurité. Lorsque la plus grande partie de son soufre s'est exhalé, il perd sa forme métallique, & il reste en cendre grise, qui fonduë prend la forme de verre au lieu de celle de métal qu'elle avoit avant la calcination. Si on veut rendre à ce verre ou à cette cendre la forme métallique, il ne faut que lui rendre ce principe sulphureux qu'elle a perdu en la refondant avec quelque matiere inflammable, comme le tartre, le charbon & toute autre matiere semblable, & elle se remet aussi-tôt en Regule.

On sçait que le salpêtre calciné avec quelque matiere sulphureuse fuse & s'embrase plus ou moins selon qu'il y a plus ou moins de soufre, & à proportion que ce soufre est plus ou moins envelopé; & s'il ne le fait pas avec toutes les matieres qui contiennent ce principe, il est au moins constant que quand il fulmine avec quelqu'une, il nous y marque un principe sulphureux. Or si l'on calcine l'antimoine avec le salpêtre, il se fait une fulmination assez considerable, dans laquelle une partie du soufre de l'antimoine s'exhale, & l'autre partie reste fixée par les sels du salpêtre. Il ne reste de l'antimoine qu'une chaux blanche, qu'il est aisé de remettre en Regule par l'addition de quelques matieres inflammables.

On peut recueillir ce principe sulphureux de l'antimoine en le distillant avec le Sublimé corrosif; car pour lors en se détachant de la terre métallique de l'antimoine, il se joint au mercure du sublimé, & forme le Cina-

bre d'antimoine : sa terre métallique passe par la distillation avec les acides du sublimé, & forme le Beurre d'antimoine. Si on précipite cette terre, on aura ce qu'on appelle la poudre d'Algaroth : en la fondant ensuite on la convertit en verre, parcequ'elle est dépouillée de la plus grande partie de son soufre. Si on lui rend ce soufre par l'addition de quelque matiere sulphureuse, elle reprend sa forme métallique.

Il paroît donc par ces analyses de l'antimoine, que c'est un composé d'une terre susceptible de vitrification, & du soufre principe corporifié par un peu de sel vitriolique. On peut démontrer aisément cet acide vitriolique dans l'antimoine par sa distillation, dans laquelle il donne une liqueur qui n'est point du tout différente de l'esprit de soufre.

A l'égard des métaux il y en a quatre que les Chimistes ont nommez imparfaits, parceque leurs principes ne sont pas liez si étroitement, & parceque la violence du feu ordinaire les détruit. Ces métaux sont le Fer, le Cuivre, le Plomb & l'Etain. Les autres qui résistent à la violence du feu ordinaire sont l'Or & l'Argent.

Dans les quatre premiers on peut découvrir aisément le principe d'inflammabilité, ils fusent tous avec le salpêtre plus ou moins sensiblement. Le fer est celui dans lequel cela est le plus sensible, ensuite l'étain, le cuivre & le plomb.

Le principe d'inflammabilité se rend encore sensible dans ces métaux, si on les laisse tomber en limaille sur la flamme d'une chandelle.

Dans le fer les grains de limaille s'enflamment, étincellent & tombent en petites boules à demi vitrifiées.

La limaille de cuivre n'étincelle pas de même, mais elle s'embrase & donne une flamme verte.

La limaille d'étain s'embrase : chaque grain fondu fume beaucoup en tombant, & cette fumée rend une odeur de fumée d'Orpiment : la limaille de plomb fume moins, & toutes deux colorent la flamme de la chandelle & la rendent bleue.

Dans le fer le principe sulphureux est plus condensé que dans l'antimoine & dans le soufre mineral ; cependant si on vient à rarefier ce soufre par le moyen de quelque acide volatil, comme sont les esprits acides de sel & de vitriol, il s'enflâme tres-aisément à l'approche d'une chandelle. Monsieur Lemery en a fait voir ici l'expérience, en jettant de la limaille de fer dans de l'esprit de vitriol, dont les vapeurs qui s'élevoient pendant la dissolution, s'allumoient comme la vapeur de l'esprit de vin.

Quelque fixe que soit le principe sulphureux dans le fer, le grand feu ne laisse pas de l'enlever & de convertir ce métal, après une longue calcination, en une cendre rougeâtre qu'on nomme Safran de Mars. Cette cendre ne se vitrifie qu'à peine seule au feu ordinaire. Le feu du Soleil la vitrifie promptement, de même que le fer. Si on mêle cette cendre avec de l'huile de lin & qu'on les calcine ensemble, on la convertira en fer : & dans cette operation la terre du fer reprend le principe sulphureux qu'elle avoit perduë. D'où il paroît qu'en ôtant au fer le principe sulphureux il cesse d'être métal, ce n'est plus qu'une terre susceptible de vitrification : si au contraire on rend à cette terre son principe sulphureux, elle devient aussi-tôt fusible, malleable, ductile, en un mot c'est du métal.

On pourroit me demander où est dans tout ceci le principe vitriolique que j'ay reconnu dans le fer.

Je répondray qu'il y a tout lieu de croire qu'une partie de cet acide vitriolique s'échape avec le soufre principe dans la calcination du fer, & qu'une autre partie reste embarrassée dans la terre, & lui sert de fondant pour se vitrifier. Et il est à présumer que lorsqu'on veut remettre cette terre en métal, l'huile de lin ou les autres matieres inflammables rapportent avec elles un acide qui tient lieu de celui qui s'est exhalé : ou peut-être l'huile ne fait-elle que rarefier celui qui étoit concentré dans la terre pour en refaire une quantité de métal moindre à la vérité que la première à proportion de la quantité du principe

cipe acide qui s'est exhalé. C'est ce qu'on veriferoit si on pouvoit analiser les métaux avec la même précision qu'on analise les autres corps, ce qui paroît presque impossible.

Après le fer le Cuivre est le métal qui paroît contenir le plus de souffre. Il fuse avec le salpêtre, mais tres-foiblement. Quoiqu'il ait beaucoup de souffre, ce souffre est neantmoins plus concentré que dans le fer; c'est pourquoi il n'est pas aisé à rarefier par les sels & à rendre inflammable. On le peut faire cependant par une operation décrite dans les Ouvrages de M. Boyle.

On met dans une petite cornuë de verre deux onces de sublimé corrosif & une once de cuivre en limaille; on leur donne un feu assez vif, le mercure s'échape en partie & passe par le col de la cornuë; il s'élève aussi avec lui quelques sels du sublimé: mais la plus grande partie reste unie au cuivre qu'ils ont dissous, & avec lequel ils ne font plus qu'une masse quelquefois d'un jaune ou d'un rouge transparent, & quelquefois d'un rouge opaque à peu près comme la cire d'Espagne. Cette matiere exposée à la flâme d'une chandelle se fond, brûle, & donne une flâme bleuë.

Dans cette préparation du cuivre, on divise & on étend tres-considerablement ce métal dans les sels, ce qui met au large son souffre qui est par-là en état d'être suffisamment rarefié par les esprits de ces mêmes sels, pour se changer ensemble en flâme à l'approche d'un corps allumé.

On prive le cuivre de son principe sulphureux en le brûlant au grand feu, & il reste une cendre qui ne se fond point en métal, & qui a peine à se réduire en verre: on l'y réduit cependant au feu du Soleil, de même que le métal; mais il faut en cette occasion se servir d'autre chose que du charbon pour les tenir au foyer du verre, sans quoi ils ne se vitrifient point, parceque le charbon leur rend continuellement le souffre que le feu du Soleil en enleve. Je me suis servi assez heureusement pour cela des coupelles, & lorsque j'ay eu vitrifié le cuivre sur la

coupelle au feu du Soleil , en exposant de nouveau ce verre de cuivre sur le charbon au foyer du verre , il y reprenoit aussi-tôt sa forme métallique.

L'Etain & le Plomb sont les deux métaux imparfaits qui paroissent tenir le moins du soufre. On ne l'apperoit qu'au foible fusément qu'ils font avec le salpêtre en les fondant ensemble.

Ces deux métaux laissent échaper aisément le peu de soufre qu'ils contiennent dans la calcination à feu ouvert : Ils se réduisent en cendres , & se vitrifient ensuite. Ils reprennent aussi tres-promptement ce soufre si l'on y jette quelque graisse ou quelque autre matiere inflammable , & ils reprennent avec ce principe leur forme métallique.

Les deux métaux où il est le plus difficile de démontrer le principe d'inflammabilité sont l'Or & l'Argent. Ils restent fixes dans les feux ordinaires sans se brûler & se détruire. Il n'y a que le feu du Soleil qui puisse les décomposer ; mais il est à présumer que quoiqu'on ne puisse démontrer dans ces métaux le principe sulphureux , il s'y rencontre cependant comme dans les autres.

Il y a dans l'or , de même que dans les métaux imparfaits , une terre capable de vitrification qui en fait la base. Nous le voyons par le verre qui nous reste après la calcination de l'or au feu du Soleil ; & il y a lieu de croire que la plus grande partie de ce qui s'en exhale en fumée pendant cette calcination , est le principe sulphureux mêlé avec des sels.

Il seroit à souhaiter que pour éclaircir cette matiere on pût avoir assez de ce verre pour essayer de l'imbiber d'un nouveau soufre , & en refaire du métal comme on fait avec les cendres & les verres des métaux imparfaits.

Il arrive à l'argent des varietez qui demanderoient une étude particulière. Ce métal purifié par l'antimoine se vitrifie au feu du Soleil ; mais s'il a été purifié par le plomb , il ne laisse qu'une cendre grise. Est-ce que le feu du Soleil seroit trop foible pour vitrifier cette terre , & l'argent passé par l'antimoine retiendrait-il quelque portion vi-

triolique de ce mineral qui serviroit de fondant à la terre? C'est ce qu'il m'est difficile de déterminer presentement.

Il paroît seulement qu'il a pour base une terre capable de vitrification, & ce qui s'exhale en fumée est apparemment un mélange de souffre, de sels, & d'un peu de terre que ce feu volatilise.

Par toutes ces experiences il paroît que les substances qui composent les métaux ne different point essentiellement de celles qui composent les vegetaux.

Que les métaux imparfaits sont composez du souffre principe, d'un sel vitriolique, & d'une terre vitrifiable.

Que ce principe sulphureux est plus ou moins lié avec les autres principes.

Qu'il l'est fortement dans l'or & dans l'argent, moins dans les métaux imparfaits, encore moins dans l'antimoine, & tres-peu dans le souffre mineral.

Que le principe d'inflammabilité peut être séparé & enlevé des matieres métalliques par le feu simple ou par le feu du Soleil.

Que le métal dépouillé de ce principe se convertit en cendres.

Que ces cendres, si on continuë de les pousser à un feu violent, se vitrifient.

Et que ces cendres ou ces verres, si on y mêle quelque matiere inflammable, reprennent aussi-tôt la forme métallique qu'ils avoient perduë.

Que c'est ainsi que l'huile de lin change l'argile en fer.

Que si l'on connoissoit toutes les autres terres métalliques, on pourroit les convertir aussi-tôt en métaux par la projection de quelque matiere inflammable.

Que les parties salines & terreuses qui se rencontrent dans l'huile de vitriol & dans l'huile de terebentine fournissent cette terre capable de vitrification qui fait la base du fer, & qui reçoit sa forme métallique du principe sulphureux de l'huile de terebentine.

Que le fer que l'on découvre dans les cendres des



plantes y a été produit de la même maniere.

Que c'est un composé de la terre vitrifiable des plantes, de l'acide de ces mêmes plantes, & de leur principe huileux ou inflammable.

D'où je conclus que la production artificielle du fer est non-seulement possible, mais tres-réelle.

Je sçay bien que cette matiere est encore pleine de difficultés qu'il faudroit éclaircir, & que cela paroît fort opposé à l'idée que l'on s'étoit faite jusqu'ici de la formation des métaux dont on regarde le mercure comme la base : mais je ne rapporte que ce que mes recherches m'ont appris ; le temps & nos experiences pourront nous instruire sur le reste.

## M A C H I N E

*Pour retenir la rouë qui sert à élever le Mouton pour battre les pilotis dans la construction des Ponts, des Quais, & autres ouvrages de cette nature.*

PAR M. DE LA HIRE.

1707.  
1. Juin.

**L**A piece de bois ou masse dont on se sert ordinairement pour battre les pilotis s'appelle *Mouton* ou *Sonnette*. La Sonnette ne sert que pour battre les petits pilotis, & elle n'est pas d'un poids extraordinaire : on l'éleve seulement à force de bras sans aucune machine, en tirant plusieurs cordes qui sont attachées au chable qui la soutient. Mais le Mouton dont on se sert pour les gros pilotis pèse depuis 1000. jusqu'à 2000 livres, & on l'éleve ordinairement par le moyen d'un treuil ou rouleau qui fait partie de la Gruë ou Engin que les Charpentiers employent à élever les gros fardeaux.

Ce Mouton coule librement entre deux coulisses, afin qu'il puisse faire tout son effort en tombant sur la tête du pilotis qu'on veut enfoncer. Mais comme les treuils ordinaires des Engins sont mûs par quatre bras qui y sont fichés,

on ne le peut tourner qu'avec peine & lentement, ce qui n'avance pas l'ouvrage : c'est-pourquoy on applique à ce treuil une grande rouë de 10 ou 12 pieds de diametre comme on fait aux grandes gruës, afin que quelques hommes en marchant ou montant dans cette rouë puissent faire tourner le treuil plus facilement & plus commodément, comme on le peut voir dans la Figure.

Dans la construction d'un grand Pont de pierre qu'on fait à Moulins en Bourbonnois , & d'une construction nouvelle, sous les ordres & du dessin de M. Mansart sur-Intendant des Bâtimens, on est obligé d'enfoncer de tres-gros pilotis à 10 piés & plus en terre pour trouver un bon fond ; c'est pourquoy il faut y employer un Mouton qui pese jusqu'à deux milliers. Mais comme la grande rouë qui est appliquée au treuil sur lequel la corde du Mouton se dévide à mesure qu'on l'élève, est assez large pour y recevoir quatre hommes de front, lesquels montent ensemble sur les traverses ou échelons ou ranches qui forment la largeur de cette rouë, & pour s'y soutenir presque toujours à la hauteur de l'axe ou treuil pour faire plus d'effort, il faut retenir cette rouë toutes les fois qu'on lâche le Mouton ; car la pesanteur des hommes qui sont au-dedans, n'étant plus retenuë par le poids du Mouton, emporteroit la rouë, & la faisant tourner avec rapidité, les hommes qui y sont seroient renversés & pourroient se tuer. On est donc obligé de retenir cette rouë avec un crochet qui est attaché à une corde qu'on arrête en quelque endroit fixe, toutes les fois qu'on lâche la détente du Mouton, ce qui est un embarras considerable, outre qu'il peut arriver que ce crochet ou sa corde peuvent se rompre par l'effort de la pesanteur des hommes sur la circonférence de la rouë, & alors les Ouvriers courent risque de la vie.

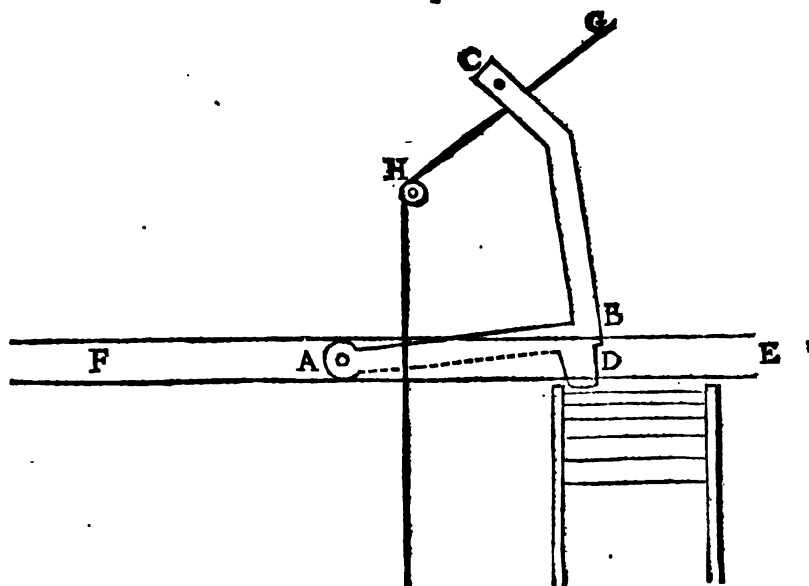
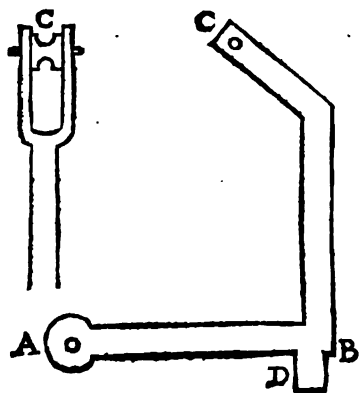
Mais ce n'est pas encore ce qui est le plus à craindre pour les hommes dans cette machine ; car quelquefois la détente du Mouton ou le crochet par où il est soutenu, ou la corde qui sert à l'élever peuvent se casser ou se rompre tout d'un coup en l'élevant, & les Ouvriers sont en grand danger par ces accidens imprévûs, comme il en étoit arrivé.

C'est ce qui obligea l'hyver dernier un des principaux Architectes du Roy qui ont la direction de cet Edifice, de me proposer de trouver un remede à tous ces inconveniens, & qui fût à même tems si facile pour des gens gros-

siers qu'on emploie ordinairement dans ces ouvrages, qu'il ne pût leur arriver aucun mal par quelque négligence ou inadvertance que ce fût. Voici ce qui me vint en pensée sur ce sujet, & qu'on devoit mettre en execution.

Je consideray d'abord que dans tous les accidens qui peuvent arriver à cette machine, la corde qui soutient le Mouton se relâchoit entierement, & par conséquent qu'il falloit appliquer à la charpente même de l'Engin une piece laquelle vint à s'engager dans les marches ou ranches de la rouë, & qui fut capable de résister à quelque effort que ce fût, pour la retenir quand la corde du Mouton seroit débandée, & au contraire que cette piece s'en dégagât d'elle-même quand la corde se banderoit.

Pour cet effet je fais un Equairre *ABC* de bois ou de fer beaucoup plus large qu'il n'est épais, & qui est fourchu vers son extrémité *C* laquelle est un peu coudée. Dans cette fourche j'y engage une petite roulette ou poulie, enforte que le chable ou corde du Mouton peut se mouvoir librement dans cette fourche en passant au-dessous de la



roulette. A l'autre branche *AB* de l'Equairre & vers l'angle *B* j'y arrête une forte cheville *D* ou tasseau de la même épaisseur que la branche de l'Equairre ; enfin l'extrémité *A* de cette brache *BA* est percée d'un trou pour y pouvoir passer une cheville de fer.

Il y a dans l'assemblage de l'Engin deux pieces moisées *EF* l'une à côté de l'autre qui servent à la solidité, & qui laissent entr'elles un espace de 4 à 5 pouces, & c'est dans cet espace ou j'engage l'Equairre *ABC*, & où je l'arrête aux moises par la cheville placée à son extrémité *A*, mais de telle maniere qu'il n'ait pas trop de jeu par les côtés, ce qui dépend de la distance entre les moises, & de l'épaisseur de la branche de l'Equairre.

Immédiatement au-dessous de ces pieces moisées, passe la grande rouë du treuil qui porte le chable du Mouton ; & l'on dispose la machine de telle maniere que lorsque le chable *GH* qui vient du haut de l'Engin à la poulie *H* pour être détourné ensuite sur le treuil, est roide ou bandé, il soutient l'Equairre en passant sous la roulette en *C*, de telle sorte que le tasseau *D* de l'Equairre ne touche point aux marches de la rouë. Mais aussi-tôt que la corde *GH* se relâche, le propre poids de l'Equairre & celui que la corde lui donne de plus en s'y appuyant dans la fourche, le fait tourner sur la cheville en *A*, & le fait descendre jusque contre les jentes de la grande rouë ; & le tasseau *D* s'engageant aussi-tôt entre les marches, retient la rouë en cet état sans qu'elle puisse tourner ; car la branche *AB* de l'Equairre étant retenuë entre les pieces moisées peut soutenir un tres-grand effort.

Mais lorsqu'on vient à rebander le chable ou la corde du treuil pour y attacher le Mouton, aussi-tôt on releve l'Equaire, & l'on dégage le tasseau *D* d'entre les marches de la rouë qui peut tourner alors pour élever le Mouton.

Cette machine est fort simple & fort commode, & peut sauver la vie aux Manœuvres & Ouvriers qu'on emploie dans ces travaux, & sans aucune précaution.

OBSERVATION

## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Mars par la Lune faite à Montpellier  
& à Marseille.*

PAR M. CASSINI le fils.

**L**E temps qui fut couvert icy à Paris le 10 de Mars 1707. 28. Juin.  
après midy, ne nous permit pas de faire cette observation. Il fut plus favorable à Montpellier, où elle fut faite en presence de toute la Societé qui s'assembloit ce jour-là, à cause que c'étoit un Jeudy. Voici l'observation.  
à 4<sup>h</sup> 25' 30" du soir à Montpellier, Immersion de Mars dans la partie obscure de la Lune.

à 4<sup>h</sup> 58' 36" Emerision de Mars de la partie claire.

33' 6" Durée de l'Eclipse.

L'Immersion s'est faite à 10 minutes de distance de la corne meridionale de la Lune, & l'Emerision à 6 minutes de la même corne.

Quelque temps après M. l'Abbé Bignon nous remit l'observation qui en avoit été faite par le P. de Laval à Marseille.

à 4<sup>h</sup> 32' 7" Le bord oriental de la Lune, qui est l'obscur, paroît toucher le bord occidental de Mars.

à 4<sup>h</sup> 32' 17" Mars entierement caché par le bord obscur de la Lune.

Hauteur apparente du bord supérieur de la Lune prise au moment de l'occultation de Mars. 58<sup>d</sup> 40' 0".

Cette occultation est arrivée 1<sup>h</sup> 8' plus tard qu'elle n'a été marquée dans le Livre de la Connoissance des Temps, & beaucoup plus près du bord meridional de la Lune.

Comme on ne s'attendoit pas que Mars parût si-tôt, on ne prit pas garde au moment de son Emerision. Le P. Feuillée ne vit pas précisément le moment de l'Emerision; mais il observa qu'à 4<sup>h</sup> 59' 14" Mars étoit éloigné du bord

éclairé de la Lune d'un diamètre & demi, dont retirant 10 secondes pour le temps que le diamètre de Mars avoit employé à se cacher, & 15 secondes à cause qu'il étoit éloigné alors d'un diamètre & demi, l'on aura le temps de l'Emerfion à peu près à  $4^h 58' 49''$ .

*Reflexions sur cette Observation.*

L'observation de l'Immersion de Mars dans la Lune faite à Montpellier étant arrivée une heure plus tard que je ne l'avois calculée dans la Connoissance des Temps, cela me fit craindre qu'il n'y eût quelque erreur dans mon calcul; c'est pourquoi je le refis de nouveau, & je trouvay que ma détermination étoit juste, supposant les lieux de la Lune & de Mars tels qu'ils sont marquez dans les Ephemerides de l'Academie. Nous en écrivîmes à M. de Plantade Directeur de la Societé Royale, pour sçavoir s'il n'y avoit pas quelque méprise dans l'heure de son observation, & il nous fit réponse qu'elle étoit exacte, & qu'il avoit été surpris d'y trouver tant de difference. Je jugeay donc devoir calculer le lieu de la Lune par les Tables de mon Pere, & je trouvay qu'à  $4^h 18'$ , temps de la conjonction véritable marquée par les Ephemerides, la longitude de la Lune étoit de  $3^d 39' 11''$  des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de  $2^d 55' 18''$ . La longitude de Mars, tirée des Tables de M. de la Hire, étoit de  $4^d 9' 27''$  des Gemeaux, & sa latitude septentrionale de  $2^d 14' 30''$ . Suivant cette détermination la conjonction de Mars & de la Lune est arrivée à  $5^h 11'$  plus tard de 53 minutes que celle qui résulte des Ephemerides. Ayant ensuite décrit une figure pour déterminer le temps des Phases, où l'on a tracé les paralleles de Paris, de Montpellier & de Marseille, j'ay trouvé que l'Immersion de Mars dans la Lune a dû arriver à Paris le 10 Mars à  $4^h 14'$ , & l'Emerfion à  $5^h 15'$ . Qu'à Montpellier, supposant la difference des meridiens de  $6' 10''$  telle que nous l'avons déterminée par les triangles de la meridienne, l'Immersion a dû arriver à  $4^h 24'$ , & l'Emerfion à  $5^h 0'$  à une

ou deux minutes près du temps marqué par l'observation ; & qu'à Marseille, supposant la difference des meridiens de  $12' 0''$ , l'Immersion a dû arriver à  $4^h 33' 30''$ , & l'Emersion à  $5^h 1'$ , ce qui ne s'éloigne de l'observation que de peu de minutes.

En comparant ces observations par la methode que j'ay expliquée à l'Academie pour en tirer la difference des meridiens, l'on trouve par l'Immersion observée à Montpellier & à Marseille la difference des meridiens entre ces deux Villes d'un peu plus de 4 minutes, & par l'Emersion de 6 à 7 minutes.

## DES IRRÉGULARITEZ

### DE L'ABBAISSEMENT APPARENT

### DE L'HORIZON DE LA MER.

PAR M. CASSINI.

**A** Prés avoir examiné les premieres observations de l'abaissement apparent de l'horizon sensible de la mer faites par le P. Laval à Marseille dans son Observatoire, les ayant trouvées differentes en divers temps, je l'ay prié de continuer ces observations pour voir si cette difference continuë toujours de la même maniere avec cette irrégularité.

1707.  
28. Juin.

La Lunete de l'instrument par laquelle il fait ces observations est élevée sur le niveau de la mer de 144 pieds de Paris, suivant le nivellement qu'il en a fait : ces 144 pieds de hauteur donnent au rayon direct qui rase la surface de la mer une inclinaison de  $13' 14''$ .

Le moindre abaissement apparent de l'horizon de la mer observé par le P. Laval à cette hauteur pendant cet hyver, a été de  $11' 46''$  ; la difference entre cette hauteur & celle du rayon direct seroit d'une minute 28 secondes,

Bb ij



que l'on pourroit attribuer à la plus grande refraction du rayon visuel qui rasoit la surface de la mer.

Mais le plus grand abaissement apparent de l'horizon de la mer a été observé de  $14' 30''$ , qui est plus grand que celui du rayon direct d'une minute & 16 secondes; ce qui est contre les regles de la refraction qui devoit diminuer cette inclinaison, au lieu de l'augmenter.

Nous avons déjà remarqué par diverses autres observations, qu'une partie de la surface de la mer contiguë à l'horizon sensible, se confond à la vûe avec le Ciel, & que pour lors la circonference apparente de l'horizon sensible tombe dans la mer exposée à nôtre vûe. Le rayon visuel dirigé à cette circonference apparente de l'horizon de la mer, décline donc alors du rayon direct, qui rase la surface de la mer vers la partie inferieure, contre l'inclinaison que devoit avoir le rayon rompu, qui rase cette surface.

Comme nous avons communiqué cette reflexion au P. Laval sans qu'il ait eu aucune occasion de distinguer par quelque signe sensible cette difference, l'on voit combien il est difficile de la distinguer, & à quelle erreur est exposée la methode de chercher la grandeur du diametre de la Terre par l'observation de la tangente de la mer sans cette circonspection.

On voit par les observations du P. Laval que cette difference entre divers abaissemens apparents de l'horizon de la mer vûs du même lieu, surpasse souvent la cinquième partie de la plus petite inclinaison apparente; de sorte que par cette methode on pourroit se tromper de la cinquième partie du demi-diametre de la Terre.

J'avois tâché de réduire à quelques regles la difference entre l'inclinaison apparente du rayon rompu qui rase la surface de la mer, & l'inclinaison veritable du rayon direct.

Il est d'une grande importance d'examiner quelle exactitude on peut avoir d'une methode, pour ne pas en attendre une plus grande qu'elle ne peut donner.

Par la multitude des observations faites par le P. Laval nous apprenons, 1°. Que quand il est question de déterminer une distance ou une petite hauteur sur la surface de la mer par une seule observation de l'abaissement de la mer, on ne l'aura déterminée certainement qu'à  $\frac{1}{2}$  près. C'est aussi à peu près la différence qui s'est trouvée entre la hauteur de l'observatoire de Marseille, que nous avons tiré des observations faites à Marseille, & la hauteur véritable trouvée par le nivellement du P. Laval de 144 pieds, au lieu de 175 pieds que les observations de Toulon nous avoient montré. 2°. Que si l'on a plusieurs observations de l'abaissement apparent de la mer faites en divers temps dans le même lieu, en prenant le milieu entre ces observations, on aura de fort près l'inclinaison égale à celle du rayon direct qui rase la surface de la mer, qui pourra servir à déterminer avec une médiocre justesse la hauteur & la distance par la méthode ordinaire. 3°. Que la variation des hauteurs apparentes de la mer n'a aucun rapport régulier avec la variation qui s'observe en même temps dans le Thermometre & dans le Barometre ; ce qui semble confirmer ce que nous avons remarqué plusieurs fois, que la partie de l'air qui cause la refraction est d'une nature différente de la partie à laquelle on attribue la pesanteur qui équilibre la hauteur des liqueurs dans le vuide.

Nous avons observé plusieurs fois l'abaissement apparent de l'horizon sensible de la mer Méditerranée d'une hauteur dix fois plus grande que celle de l'Observatoire de Marseille, nous l'avons toujours trouvé de 41' sans aucune différence sensible d'une fois à l'autre ; ce qui fait voir que dans les moindres hauteurs les refractions sont beaucoup plus variables que dans les plus grandes.



## OBSERVATIONS

## DE MERCURE,

*Comparées au calcul de nos Tables à l'occasion de sa  
Conjonction inferieure avec le Soleil, au mois  
de May de cette année 1707.*

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1707.  
28 Juin.

Nous n'avons point d'observations des Planetes qui soient plus sûres pour déterminer leurs mouvemens, que leurs conjonctions & leurs oppositions avec le Soleil : car dans ces aspects la parallaxe de l'orbe de la Terre devient nulle, ce qui dégage leur mouvement d'une composition & le rend simple, au lieu que partout ailleurs il est composé de celui qui lui est propre & de celui de la Terre.

On a toujours observé facilement les Planetes supérieures dans un de ces points, qui est l'opposition ; mais pour les inferieures Venus & Mercure, il n'en est pas de même, à cause que la Terre ne se trouve jamais entr'elles & le Soleil. Cependant par le moien des Lunettes d'approche, nous avons observé fort souvent Venus dans sa conjonction inferieure avec le Soleil, lorsqu'elle a une latitude considerable, à cause de sa grande clarté & de sa proximité à la Terre. On ne l'a vûë qu'une seule fois jointe au Soleil & sur son disque, qui fut le 4 Decembre 1638 : mais pour Mercure on ne l'avoit point vû que dans ses digressions jusqu'en 1631, où M. Gassendi l'observa à Paris sur le disque du Soleil. Cette observation si celebre excita tous les Astronomes à prendre toutes les précautions necessaires pour en faire de semblables, car c'étoit la seule Planete dont les mouvemens ne nous étoient pas bien connus. On envôia des Astronomes de l'Academie

en Languedoc pour ce sujet, & M. Halley alla exprès à l'Isle de Sainte Helene pour le voir plus commodément, & en effet il l'y observa; mais M. Gallet le vit aussi dans le même tems en France.

M. Halley avertit dans son Livre des Observations qu'il fit dans la même Isle, que l'on pourroit voir Mercure dans le Soleil plusieurs fois dans le reste du siècle passé & dans celui où nous sommes, dont celle qui est arrivée au mois de May de cette année en est une; mais nos Ephemerides nous avertissent assez de ces conjonctions dans les nœuds. C'est ce qui nous a obligé d'être attentifs à examiner le Soleil pendant tout le cinquième du mois de May dernier, & même le 4 au soir & le 6 au matin, sans que nous aïons rien apperçû sur le corps du Soleil. Mais comme il y a toujours lieu de craindre que les mouvemens des corps celestes que l'on conclut des observations passées ne répondent pas exactement aux suivantes, nous avons fait exprès quelques observations du passage de cette Planete par le meridiem avant cette conjonction, & nous en avons encore fait depuis pour reconnoître si nos Tables se soutenoient toujours dans l'exactitude qu'elles nous avoient marquée dans d'autres semblables, comme nous l'avons publié dans nos Memoires.

Nous observâmes donc le centre de Mercure dans le meridiem le 12 Avril 1707 à  $1^h 11' 34''$  après midy, sa hauteur meridiennne vraie étoit de  $58^{\circ} 53' 31''$ .

Nous tirons de cette observation par nos suppositions & par le vrai lieu du Soleil tiré de nos Tables, que la longitude de Mercure étoit de  $1^{\circ} 11' 28' 33''$ , & sa latitude boreale de  $2^{\circ} 33' 18''$ . Par nos Tables nous trouvons sa longitude de  $1^{\circ} 11' 30' 45''$ , & sa latitude boreale de  $2^{\circ} 32' 0''$ . Donc la difference de la longitude observée avec celle qui est calculée  $2' 12''$ , & celle de la latitude observée avec celle qui est calculée  $1' 18''$ .

Nous observâmes le 14 Juin 1707 le centre de Mercure dans le meridiem à  $10^h 37' 24''$  du matin, sa hauteur meridiennne vraie étoit de  $60^{\circ} 3' 38''$ .

Nous tirons de cette observation sa longitude de  $2^{\circ} 2' 53' 23''$ , & sa latitude australe de  $1^{\circ} 55' 1''$ . Par le calcul des Tables la longitude est de  $2^{\circ} 2' 48' 23''$ , & la latitude australe de  $1^{\circ} 53' 46''$ . Donc la difference des longitudes est de  $5' 0''$ , & celle des latitudes de  $1' 15''$ .

Le 15 Juin 1707 le centre de Mercure passa par le meridien à  $10^h 39' 56''$  du matin, sa hauteur meridienne vraie étoit de  $60^{\circ} 32' 39''$ ; d'où l'on tire sa longitude de  $2^{\circ} 4' 31' 6''$ , & sa latitude australe de  $1^{\circ} 44' 16''$ . Par le calcul sa longitude étoit de  $2^{\circ} 4' 27' 44''$ , & sa latitude australe de  $1^{\circ} 43' 2''$ . Difference des longitudes  $4' 12''$ , & celle des latitudes  $1' 14''$ .

Nous avons encore fait d'autres observations de Mercure dans le meridien que nous ne rapporterons pas, celles-ci étant suffisantes pour faire voir la conformité qu'il y a entre les lieux de Mercure tirés de l'observation & calculés par les Tables.

Voici quelques reflexions que mon Pere a faites sur cette conjonction de Mercure avec le Soleil.

## R E F L E X I O N S

*Sur le passage de Mercure par le disque du Soleil  
au mois de May 1707.*

PAR M. DE LA HIRE.

1707.  
28. Juin.

**L**orsque j'ay construit mes Tables de Mercure, je me suis servi d'un tres-grand nombre d'observations que j'avois faites de cette Planete, dont le mouvement est tres-difficile à déterminer, à cause qu'elle va fort vite, & qu'elle a une grande excentricité, & j'y ay aussi employé quelques observations de Margraf lesquelles m'ont paru avoir assez d'exactitude, & qui ayant été faites au Bresil, ont des avantages sur celles qu'on peut faire dans ces climats-cy. Mais surtout j'ay fait beaucoup d'attention aux  
fix

fix observations que nous avons de cette Planete dans son passage par le disque du Soleil.

La premiere est celle de Gassendi en 1631. La seconde est de Shakerlæus Anglois, faite à Surate dans l'Inde en 1651. La troisième est d'Hevelius à Dantzik en 1661. La quatrième faite à Avignon par M. Gallet, & dans l'Isle de Sainte Helene par M. Halley en 1677. La cinquième à Kanton dans la Chine en 1690 par les PP. de Fontaney & le Comte, & la sixième que nous avons faite nous-mêmes à Paris à l'Observatoire en 1697.

De toutes ces observations il n'y a que celle d'Hevelius qui soit dans le nœud ascendant de Mercure, comme celle qui a dû arriver cette année 1707 au mois de May. Mais comme les Ephemerides de l'Academie calculées sur mes Tables marquoient cette conjonction le 5 May vers les 11<sup>h</sup> 20' du matin, & que nous n'apperçûmes rien sur le Soleil dans ce tems-là, quoiqu'on le vît assez bien, je croyois que mes Tables avoient quelque défaut considerable dans cet endroit. Cependant le grand nombre d'observations sur lesquelles j'ay déterminé les mouvemens de cette Planete, & celles de son passage par le meridien dès l'année 1699 & les suivantes, comme on les a rapportées dans les Memoires de l'Academie, ne pouvant point me faire soupçonner que je fusse fort écarté d'avec le Ciel, j'ay crû enfin que je ne devois pas m'assurer tout à fait sur le calcul de nos Ephemerides, qui n'avoit pas été fait tout exprès pour ce tems-là, & que je devois l'examiner moy-même avec attention.

C'est ce qui m'a engagé de reprendre l'observation d'Hevelius, & de la calculer tout de nouveau par mes Tables, pour voir comment elles s'y accordoient, & j'ay trouvé qu'elles donnoient la position de Mercure éloignée seulement de 3' de celle qu'il a déterminée, & qu'il rapporte lui-même. Cette difference est fort petite par rapport au mouvement propre de cette Planete dans ce tems-là, qui est de 2' par heure.

Ensuite j'ay calculé de même le lieu du Soleil & de  
1707.

Mercuré pour les 5 & 6 May de cette année à 11<sup>h</sup> du matin, & j'ay trouvé que bien loin que Mercuré fût joint au Soleil au tems marqué par les Ephemerides, il en étoit encore éloigné de 32' 14" le 5<sup>e</sup> à 11<sup>h</sup> du matin. Car par mes Tables le lieu du Soleil étoit au 14° 9' 30" du ♄, & celui de Mercuré au 14° 41' 44", & la latitude de Mercuré étoit alors de 8' 57" boreale.

Le 6<sup>e</sup> ensuite aussi à 11<sup>h</sup> du matin j'ay trouvé le lieu du Soleil au 15° 8' 3" du ♄, & celui de Mercuré au 14° 5' 46" du ♄, car Mercuré étoit retrograde, & qu'il avoit 8' 4" de latitude australe.

Le mouvement journalier de Mercuré au Soleil étoit donc alors de 1° 34' 30", & par conséquent le mouvement horaire de 3' 56" $\frac{1}{4}$ . C'est-pourquoy il convient 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$  pour les 32' 14" de différence que nous avons trouvée cy-dessus depuis les 11<sup>h</sup> du matin du 5<sup>e</sup> May jusqu'au tems de la vraie conjonction au Soleil. Ainsi elle n'a dû être que le soir de ce même jour à 7<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$ .

Mais sa latitude étoit le 5<sup>e</sup> à 11<sup>h</sup> du matin de 8' 57" boreale, & le 6<sup>e</sup> à 11<sup>h</sup> du matin de 8' 4" australe, ce qui donne une différence de 17' 1" par jour: Donc pour les 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$  il convient 5' 51", & par conséquent la latitude de Mercuré au tems de sa conjonction au Soleil devoit être de 3' 6" boreale; ainsi Mercuré auroit dû passer proche du centre du Soleil.

Enfin comme le Soleil ne se couchoit ce jour-là à Paris qu'à 7<sup>h</sup> 21', on l'auroit pû voir pendant la moitié de son cours dans le Soleil, & il auroit dû y entrer vers les 4<sup>h</sup> du soir. J'examinay attentivement le Soleil pendant toute cette journée depuis son lever jusqu'au soir, & il ne paroissoit encore rien sur son disque. Le Ciel avoit été assez broüillé toute la journée, & il l'étoit encore plus au couchant. Pour le 6<sup>e</sup> au matin vers le lever du Soleil on n'y voyoit point Mercuré.

Comme nous n'avons point eu de communication d'observations du 5<sup>e</sup> au soir qui n'ayent été faites dans des lieux plus orientaux, on n'a pas dû y voir Mercuré dans le So-

leil. On peut donc conjecturer que cette conjonction sera arrivée le 5<sup>e</sup> vers les 10 ou 11 heures du soir ; & par conséquent mes Tables seront écartées du Ciel de 3<sup>h</sup> ou 3<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . Mais Mercure faisoit alors de son mouvement propre un peu moins de 2' par heure ; ainsi mes Tables donneront la position de Mercure moins avancée qu'elle ne devroit être de 6' ou 7', ce qui n'est pas considérable pour cette Planete dans cette position, ses mouvemens étant si prompts & si irréguliers, comme il est connu de tous les Astronomes.

## METHODE GENERALE

*Pour former les Systèmes tempérés de Musique, & du choix de celui qu'on doit suivre.*

PAR M. SAUVEUR.

### I.

*Des inconveniens du Système Diatonique juste.*

DAns un Système de Musique l'on a en vûë de partager tellement l'octave en plusieurs intervalles, & de distinguer les sons qui font ces partages, que les distances réciproques de ces sons fassent des accords agréables à l'oreille, & qui conviennent au chant qui est en usage.

Le Système que nous suivons en Europe, & que nous regardons comme le plus naturel, est le *Diatonique*, qui partage l'octave par des *semitons majeurs*, par des *tons mineurs* & *majeurs*. Ce partage de l'octave se fait par des sons auxquels on a donné les noms de *ut. re. mi. fa. sol. la. si. ut*, & que nous croyons devoir être changez en ceux-cy, *pa. ra. ga. so. bo. lo. do. pa*, pour les raisons que nous avons marquées dans les Memoires de l'Academie de l'année

1707.

25. Juin



1701. page 335. Les accords qu'on a en vûë sont les consonances parfaites, *l'octave, la quinte & la quarte* : les imparfaites, *les tierces & les sixtes majeures & mineures* : les dissonances diatoniques, *les secondes & septièmes majeures & mineures, le triton & la fausse quinte*. Ces mêmes accords qu'on appelle aussi intervalles, étant considerez selon l'ordre qu'ils tiennent dans l'octave, sont *les secondes, les tierces, les quartes, les quintes, les sixtes, & les septièmes*, dont *les mineures* sont désignées par les chiffres 2, 3, 4, 5, 6, 7, & *les majeures* par ceux-cy II, III, IV, V, VI, VII, & *l'octave* par VIII. Les plus petits intervalles dont les sommes forment les intervalles précédens, & que nous appellons leurs élémens, sont *le semiton majeur, le ton mineur & le ton majeur*, que nous désignons par les lettres *S, t, T*. L'on peut voir tout ce que nous marquons icy dans les premières colonnes de la Table des Systèmes qui est cy-après, ou dans la première Planche de notre Système general qui est dans les Memoires de l'Academie des Sciences de l'année 1701.

Enfin nous représenterons dans la Table suivante les noms des sons de deux octaves de suite, avec les rapports de ces sons, c'est à dire les rapports des nombres qui marquent les vibrations que font ces sons. Nous y ajouterons les élémens ou les petits intervalles qui sont entre ces sons.

24. 27. 30, 32. 36. 40. 45, 48. 54. 60, 64. 72. 80. 90, 96  
*VT. RE. MI, FA. SOL. LA. SI, ut. re. mi, fa. sol. la. si, ut*  
*T t S T t T S T t S T t T S*

Au lieu des nombres cy-dessus 24. 27. 30, &c. on auroit pu mettre ceux-cy 72. 80. 90, 96 &c. & alors entre *VT. RE. MI, ut. re. mi*, on auroit mis *t T* au lieu de *T t*. Mais comme cela est indifférent, nous nous en tiendrons aux premiers nombres, parcequ'ils sont les plus simples.

La Table précédente représente le Système Diatonique juste, dans laquelle si nous examinons en particulier les intervalles réciproques, nous y remarquerons les choses suivantes.

1. Toutes les octaves sont égales entr'elles, comme  $VT, ut : RE, re$ , &c.

2. Les secondes mineures  $S$  sont égales, comme  $MI, FA : SI, VT$ , mais les majeures  $t, T$  sont inégales; car  $T$  est plus grand que  $t$  d'un comma, que nous désignerons par  $c$ , de sorte que  $T$  est égal à  $t c$ .

3. Les tierces mineures  $TS$  sont justes entre  $MI, SOL : LA, ut : SI, re$ ; mais trop foibles d'un comma entre  $RE, FA$  étant  $t S$ . Les tierces majeures  $T t$  sont toutes égales  $VT, MI : FA, LA : SOL, SI$ .

4. La quarte mineure qu'on appelle simplement quarte  $T t S$  est juste entre  $VT, FA : RE, SOL : MI, LA : SOL, ut : SI, mi$ ; mais elle est trop forte d'un comma entre  $LA, re$  étant  $TTS$ . La quarte majeure qu'on appelle triton est  $T t T$  entre  $FA, SI$ .

5. Les grands intervalles qui sont les quintes, les sixtes & les septièmes, tant majeures que mineures, sont les complémens des petits intervalles précédens; ainsi ils sont entre les sons de même nom dans un ordre renversé. C'est-pourquoy la quarte étant  $VT, FA$ , la quinte qui est son complément sera  $FA, ut$ . D'où l'on peut tirer les conséquences suivantes, 1°. Que pour avoir les élémens d'un grand intervalle de l'octave  $3T ut 2S$ , il faut ôter les élémens du petit intervalle qui en est le complément; ainsi ôtant la quarte  $T t S$ , il restera  $2T t S$  pour la quinte. 2°. Que les mêmes variétés qui sont dans les petits intervalles se rencontrent dans les grands qui sont leurs complémens; ainsi les secondes mineures & les tierces majeures étant toutes justes, les septièmes majeures & les sixtes mineures le seront aussi, & les autres petits intervalles étant altérés d'un comma entre certains sons, les grands intervalles qui sont leurs complémens seront altérés entre les mêmes sons renversés; ainsi la quarte  $LA, re$  étant trop forte d'un comma, la quinte  $RE, LA$  sera trop foible d'un comma. C'est-pourquoy il suffit d'examiner dans un Système les petits intervalles, c'est à dire les secondes, les tierces & les quartes tant majeures que mineures.

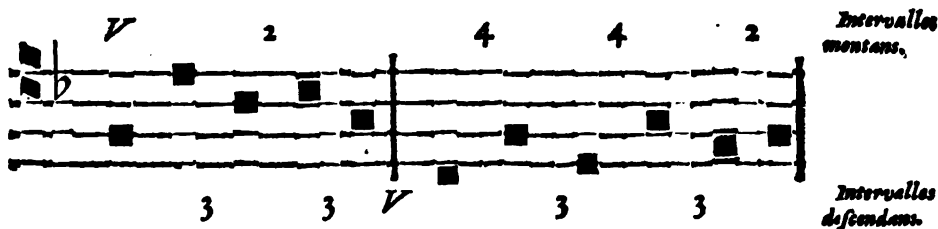
Ce que nous venons de dire regarde le Systême Diatonique juste; un chant ou un air composé selon ce Systême ne peut être executé que par des Voix ou des Instrumens que je réduits à trois classes. Dans la premiere je renferme les Voix, les Violons & les Instrumens dont la justesse dépend de l'oreille seule. Dans la seconde les Trompettes, les Flutes, les Hautbois, la Basse de Viole, le Theorbe, la Guitarre, & generalement ceux dont le son est réglé par des ressauts, par des trous, ou par des touches, mais qui peut être corrigé par une oreille fine. Dans la troisiéme l'Orgue, le Clavecin & les machines dont les sons dépendent seulement des touches d'un clavier, sans pouvoir être corrigés par celui qui jouë.

On ne peut appliquer le Systême Diatonique juste à aucune de ces trois classes. Car, 1°. Si les Instrumens ou machines de la troisiéme classe ont leurs sons réglés selon les rapports des nombres marqués dans la Table précédente; & si après un son on doit faire un intervalle qui se trouve alteré d'un comma, par exemple, si après *LA* on doit monter d'une quarte en *re*, on ne le pourra pas, car la quarte *LA, re* est trop forte d'un comma.

2°. Dans les Instrumens de la premiere & seconde classe on doit penser la même chose par rapport à ceux qui commencent; car dans la premiere classe ils s'accoutument à fixer les noms *ut, re, mi, fa*, &c. à des sons déterminés, & dans la seconde classe aux sons qui sont réglés par les ressauts, par les trous, ou par les touches des Instrumens; & alors ils tombent dans l'inconvenient que nous venons de marquer à l'égard des Instrumens de la troisiéme classe, lequel ne peut être au plus corrigé que par les plus habiles.

3°. Les plus habiles même ne peuvent pas suivre le Systême Diatonique juste dans les Voix & les Instrumens de la premiere & seconde classe. Car ils commencent & finissent ordinairement un chant ou un air par la même note, ayant été de la premiere à la derniere par differens intervalles, en montant & en descendant: or si après

avoir ôté les mêmes intervalles qui se trouvent en montant & en descendant, il reste d'un côté des tons majeurs, des tierces ou des sixtes mineures, ou enfin des quintes, & de l'autre côté des tons mineurs, des tierces ou des sixtes majeures, ou enfin des quarts; & si on chante tous ces intervalles avec justesse, la dernière note sera plus haute ou plus basse d'un ou plusieurs comma que la première. Prenons pour exemple une élévation d'une Litanie qu'un Religieux envoie au R. P. Buffier, dont les notes principales sont les suivantes.



Dans ces intervalles la quinte *V* est commune, les autres intervalles montans sont 2, 4, 4, 2, dont les élémens sont 2*T* 2*t* 4*S*. Les descendans sont 3, 3, 3, 3, dont les élémens sont 4*T* 4*S*: ôtant de ces élémens ce qui est de commun, il restera aux intervalles montans 2*T* égaux à 2*t* 2*c*, & aux descendans 2*t*; de sorte qu'en chantant les intervalles justes, le dernier *ut* sera plus haut que le premier de 2 comma. Si l'*ut* de l'élévation suivante est à l'unisson du dernier *ut* de l'élévation précédente, & si la Litanie a 55 élévations, l'*ut* final de la 55<sup>e</sup> élévation sera plus élevé que le premier *ut* de 110 comma, ou de deux octaves; ce qui paroît si absurde à ce Religieux, qui d'ailleurs est persuadé que les Chantres chantent juste, qu'il aime mieux croire que les rapports des sons qui forment ces intervalles sont autres que ceux qu'on a coutume de leur donner, par exemple, que la quinte ne consiste pas dans le rapport de 2 à 3, mais dans un autre rapport qui est tel qu'il aide à sauver l'inconvenient précédent. Mais on peut lui répondre que la justesse de la voix des Chantres n'est pas telle qu'ils ne puissent s'éloigner de la précision

d'un intervalle, de quelque partie d'un comma sans qu'on s'en apperçoive, comme j'ay remarqué avec un Monochorde auquel j'avois appliqué mes Eptamerides, & que j'ay décrit à la page 316 des Memoires de l'Academie de l'année 1701.

\* *Cosmographie* pag. 77. Il vaut mieux dire avec M. Hugens \* que l'oreille du Musicien conservant l'idée du son du premier *ut*, il y retombe naturellement par un changement imperceptible de ces intervalles qu'on rend par-là un peu altérés, ce qui marque la nécessité d'un Système temperé.

## I I.

*De la maniere de former les Systèmes temperés.*

Le Système Diatonique, dont le Chromatique & l'Enharmonique des Musiciens dépendent, a pour élémens de son octave 3 *T* 2 *t* 2 *S*; mais pour rendre temperé ce Système au lieu des tons majeurs & mineurs *T t*, il faut prendre un ton moyen; alors l'octave sera composé de 5 tons & de 2 semitons; Et pour trouver les rapports entre ces tons, ces demi-tons & l'octave, il faut diviser l'octave en parties égales, dont les tons en contiendront un certain nombre, & les demi-tons un autre.

L'octave est l'accord de deux sons, dont le rapport des vibrations est de 1 à 2; de sorte que pour diviser l'octave, par exemple, en 43 parties égales, il faut trouver 42 moyennes proportionnelles entre 1 & 2.

Pour trouver des moyennes proportionnelles entre deux nombres, il faut avoir recours aux extractions des racines, lesquelles étant inconnues à la plupart de ceux qui aiment la Musique, & étant tres-pénibles aux autres, elles sont cause que cette theorie est demeurée tres-imparfaite, mais l'usage des logarithmes ôte cette difficulté. C'est-pourquoy nous nous en sommes servi pour exprimer les intervalles des sons & pour les partager, ce que nous avons fait d'une maniere différente de M. Hugens dans son Cycle harmonique \*.

\* *Hist. des  
Ouvrag. des  
Sçav. G. G. b.  
1691.*

Nous

Nous avons marqué dans nôtre Systême \* le raport des sons & la maniere de trouver le logarithme qui marque l'intervalle de ces sons, en nous servant des petites Tables de Vlacq qui sont fort communes. L'on trouve avec ces Tables que l'intervalle de l'octave est exprimé par le logarithme 301.0300 en negligean la figurative, celui du semi-ton majeur  $S$  par 28.0287, du ton mineur  $t$  par 45.7575, & du ton majeur  $T$  par 51.1525 : la différence de  $T$  à  $t$  est le comma 5.3950. Nous avons mis un point devant les quatre derniers chiffres, parceque les premiers chiffres qui marquent nos Eptamerides suffisent pour l'usage ordinaire.

\* *Mem. de l'Ac. 1701. pages 306. & 309.*

Maintenant pour former un Systême temperé, il faut avoir en vûë le semi-ton majeur & le ton moyen : si du ton l'on ôte le semi-ton majeur, il restera le semi-ton mineur : derechef si du semi-ton majeur l'on ôte le mineur, il restera leur différence. Soit donc  $s$  le semi-ton mineur,  $c$  la différence du semi-ton mineur au majeur laquelle répond au comma ; alors  $s + c$  sera le semi-ton majeur, &  $2s + c$  sera le ton moyen, &  $12s + 7c$  sera l'octave qui est composée de 5 tons moyens & de 2 semi-tons majeurs.

Mais pour trouver les rapports de  $c$  à  $s$ , j'ôte le semi-ton majeur  $s + c = 28.0287$  du ton  $2s + c$  qui est 45.7575 & 51.1525, le reste  $s$  sera 17.7288 & 23.1238 ; ensuite ôtant  $s$  de  $s + c = 28.0287$ , il restera  $c$  égal à 10.2999 & à 4.9049.

Comme  $s$  &  $c$  ont deux valeurs, pour avoir leur plus petit & leur plus grand raport, je divise le plus petit  $s = 17.7288$  par le plus grand  $c = 10.2999$ , & ensuite le plus grand  $s = 23.1238$  par le plus petit  $c = 4.9049$  ; l'on trouvera que  $c$  est à  $s$  au moins comme 1 à  $1\frac{21}{23}$  ou à  $1\frac{2}{7}$ , & au plus comme 1 à  $4\frac{2}{7}$ . De sorte que si  $c$  est égal à 1,  $s$  sera entre  $1\frac{2}{7}$  &  $4\frac{2}{7}$ , l'octave  $12s + 7c$  sera entre  $27\frac{2}{7}$  &  $63\frac{2}{7}$ . Si l'on veut avoir le raport de  $c$  à  $s$  par l'octave, il faut diviser 301.0300 par 10.2999 & par 4.9049 ; alors supposant  $c$  égal à 1, l'octave  $12s + 7c$  sera au moins  $19\frac{1}{11}$ , & au plus  $61\frac{6}{11}$ , &  $s$  sera entre  $1\frac{6}{7}$  &  $4\frac{1}{2}$  : Mais pour une plus

grande simplicité, nous supposérons le rapport de  $c$  à  $s$  au moins de 1 à  $1\frac{2}{3}$ , & au plus de 1 à  $4\frac{2}{3}$ , & le rapport de  $c$  à l'octave au moins de 1 à 27, & au plus de 1 à 63.

La simplicité d'un Système demande que les valeurs de  $c$  & de  $s$  soient exprimées en nombres entiers. C'est pourquoy si  $c$  est égal à 1,  $s$  sera 2, 3 ou 4, & l'octave sera 31, 43 ou 55. Si  $c$  est égal à 2,  $s$  sera 4, 5, 6, 7, 8 ou 9, & l'octave 62, 74, 86, 98, 110 ou 122. Si  $c$  est égal à 3,  $s$  sera 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 ou 14, & l'octave 81, 93, 105, 117, 129, 141, 153, 165, 177 ou 189, & ainsi de suite; où il faut remarquer que lorsque  $s$  est multiple de  $c$ , le Système retombe dans l'un des premiers qui suppose  $c$  égal à 1. Si l'on supposoit  $c$  égal à zero &  $s$  égal à 1, l'octave seroit 12, c'est à dire qu'elle seroit divisée en 12 semi-tons moyens.

## III.

*Table des Systèmes tempérés comparés au Système Diatonique juste.*

Les Systèmes tempérés se réduisent à ceux qui supposent  $c=1$ ,  $s=2, 3, 4$ , & l'octave divisée en 31, 43 & 55 parties; parceque les nombres qui marquent les parties de l'octave deviendroient trop grands si l'on supposoit  $c=2, 3, 4, 5$ , &c. ce qui est opposé à la simplicité qui doit être dans un Système. Nous y ajoutetons neantmoins le Système qui suppose  $c=0$ , & qui divise l'octave en 12 semi-tons égaux, parcequ'étant fort simple il a eu ses partisans.

Nous appellerons ces Systèmes, *Systèmes des semi-tons moyens, des 31 parties, des 43 merides, & des 55 commas*; & afin de faire le choix du plus parfait, nous commencerons par comparer les intervalles tempérés de chacun de ces Systèmes à ceux du *Système Diatonique juste*, ce que nous ferons par le moyen de la Table suivante.

\* Voyez la Table suivante.

\* Cette Table contient plusieurs colonnes. Dans la I. sont les noms des *Intervalles Diatoniques*, dont les consonances sont en capitales, & les dissonances en romaines.

Nous y avons ajouté les caractères qui les désignent, savoir les chiffres Arabes 2, 3, 4, 5, 6, 7, qui marquent les intervalles mineurs, & les chiffres Romains II, III, IV, V, VI, VII, qui marquent les intervalles majeurs: de plus nous appelons les secondes, les tierces & les quarts *petits intervalles*, & les quintes, les sixtes & les septièmes *grands intervalles*. Nous mettons le triton au rang de la quarte majeure, & la fausse quinte au rang de la quinte mineure, à cause de l'analogie qu'elles ont avec les intervalles majeurs & mineurs.

La II. colonne contient *les élémens des intervalles du Système Diatonique juste*, dans lesquels S signifie le semiton majeur, *t* le ton mineur, & T le ton majeur: les autres intervalles sont composés de l'assemblage de ces 3 élémens.

La III. colonne contient *les intervalles du Système Diatonique juste exprimés en logarithmes*, dans lesquels connoissant les logarithmes de S, *t*, T, on connoitra les logarithmes des autres intervalles, en prenant les sommes de ces logarithmes en la place des élémens marqués dans la II. colonne.

La IV. contient les élémens *des Systèmes tempérés* qu'on trouve aisément par ceux de la colonne II, en mettant *s c* en la place de S, & *2s c* en la place de T & de *t*.

La V. colonne contient *le Système temperé des 12 semitons moyens*, qui suppose  $c=0$  &  $s=1$ , & par conséquent l'octave 12*s* divisée en 12 parties égales qu'on appelle semitons moyens.

Cette colonne, aussi-bien que les 3 suivantes, est subdivisée en 3 autres colonnes; dont la première marque les parties qui composent chaque intervalle de ce Système, en supposant  $s=1$  &  $c=0$  de la colonne IV. La seconde contient l'octave 301.0300, & 1 douzième partie 25.0858 de l'octave multipliée par les nombres de la première colonne. La troisième contient les différences des intervalles de ce Système temperé avec ceux du Système juste de la III. colonne. Dans ces différences le signe —



TABLE pour comparer les Systèmes tempérés

I. Intervalles Diato- niques.		II. Elemens du Systé- me juste.	III. Système Diatonique juste en lo- garithmès.	IV. Elemens des Systé- mes tem- pérés.	V. Système temperé des 12 semi-tons moyens.			
					Semi- tons.	$c=0,5=1$	Diffé- rer.	
VIII. OCTAVE		3T, 2t, 2s  comma	301.0300  5.3950	12s 7c  c	12  0	301.0300	0.0000	
Petits Intervalles.	2	Seconde min.	S	28.0287	s c	1	25.0858	-2.9429
	II.	Sec. maj. { min. ou Ton { maj.	t T	45.7575 51.1525	2s c	2	50.1717	4.4142 -0.9808
	3	TIERCE MIN.	T S	79.1812	3s 2c	3	75.2575	-3.9237
	III.	TIERCE MAJ.	T t	96.9100	4s 2c	4	100.3433	3.4333
	4	QUARTE	T t S	124.9387	5s 3c	5	125.4292	0.4905
	IV.	Triton	2T t	148.0625	6s 3c	6	150.5150	2.4525
	5	Fausse quinte	T t 2S	152.9675	6s 4c	6	150.5150	-2.4525
	V.	QUINTE	2T t S	176.0913	7s 4c	7	175.6008	-0.4905
	6	SIXTE MIN.	2T t 2S	204.1200	8s 5c	8	200.6867	-3.4333
Grands Intervalles.	VI.	SIXTE MAJ.	2T 2t S	221.8488	9s 5c	9	225.7725	3.9237
	7	sept. { minime. { mineure.	2T 2t 2S 3T t 2S	249.8775 255.2725	10s 6c	10	250.8583	0.9808 -4.4142
VII.	septième maj.	3T 2t S	273.0013	11s 6c	11	275.9442	2.9429	

avec le *Système Diatonique juste.*

VI. Système tempéré des 31 parties.			VII. Système tempéré des 43 merides, ou des 301 eptamer.			VIII. Système tempéré des 55 comma.		
Parties.	C=1.S=2	Differen-ces.	Merides.	C=1.S=3 Eptamerides.	Differen-ces.	Comma.	C=1.S=4	Differen-ces.
31	301.0300	0.0000	43	301.0000	0.0300	55	301.0300	0.0000
1	9.7106	4.3156	1	7.0000	1.6050	1	5.4753	0.0783
3	29.1319	1.1032	4	28.0000	-0.0287	5	27.3664	-0.6623
5	48.5532	2.7957 -2.5993	7	49.0000	3.2425 -2.1525	9	49.2595	3.5020 -1.8931
8	77.852	-1.4960	11	77.0000	-2.1812	14	76.6258	-2.5554
10	97.1064	0.1964	14	98.0000	1.0900	18	98.5188	1.6088
13	126.2382	1.2997	18	126.0000	1.0613	23	125.8853	0.9466
15	145.6597	-2.4028	21	147.0000	-1.0625	27	147.7784	-0.2841
16	155.3703	2.4028	22	154.0000	1.0325	28	153.2516	0.2841
18	174.7916	-1.2997	25	175.0000	1.0913	32	175.1447	-0.9466
21	203.9236	-0.1964	29	203.0000	-1.1200	37	202.5112	-1.6088
23	223.3448	1.4960	32	224.0000	2.1512	41	224.4042	2.5554
26	252.4768	2.5993 -2.7957	36	252.0000	2.1225 -3.2725	46	251.7705	1.8930 -3.5020
28	271.8981	-1.1032	39	273.0000	-0.0013	50	273.6636	0.6623

marque que les intervalles de ce Systême sont plus petits que ceux du Systême juste.

Ce Systême a son usage chés les Joueurs d'Instrumens les moins habiles, à cause de sa simplicité & de sa facilité, pouvant transposer les notes *ut, re, mi, fa, sol, la, si*, sur telle touche qu'ils veulent, sans aucun changement dans les intervalles : mais les différences des intervalles de ce Systême avec ceux du Systême Diatonique juste étant trop grandes, les habiles Joueurs d'Instrumens l'ont rejeté.

La VI. colonne marque le *Systême temperé des 31 parties* en supposant  $c=1$  &  $s=2$  : elle est subdivisée en 3 colonnes comme la précédente.

M. Hugens après avoir trouvé exactement les intervalles de ce Systême dans son Cycle harmonique \*, en montre l'excellence contre l'injuste arrest prononcé par le P. Mersenne, & auparavant par Salinas qui ne connoissoit point l'Auteur de ce Systême. Il fait remarquer la simplicité que ce Systême apporte à la theorie des tons, & le peu de différence qu'il a avec le Systême temperé, dont tous se servent, & qui est rapporté par Zarlin, qui suppose la tierce majeure & la sixte mineure justes, mais les autres intervalles augmentés ou diminués d'un quart de comma. Nous avons crû qu'il étoit plus à propos de comparer immédiatement les intervalles des Systêmes temperés à ceux du Systême juste qu'à un autre temperé, puisque le juste est la regle des autres.

\* *Hist. des*  
*Ouvrag. des*  
*Sçavans.*  
Oët. 1691.  
art. X.

La VII. colonne marque notre *Systême temperé des 43 merides* ou des 301 *Eptamerides*, qui suppose l'octave  $125-47c = 301.0000$ ,  $c=1$  &  $s=3$ , ou bien  $c=7$  &  $s=21$ .

Quoique ce Systême se déduise de la formule précédente en diminuant le logarithme de l'octave de 300, il doit néanmoins son origine à un autre principe. J'ay trouvé que le semi-ton majeur diminué de 287 se réduisoit à 28.0000, & que 301.0000 & 28.0000 étoient divisibles par 7 : ôtant de l'octave les 2 semitons majeurs 56.0000, il restoit 245.0000 pour la valeur des 5 tons, dont chacun étoit par conséquent 49.0000 qui est encore divisible par

7. Divisant donc ces nombres par 7, & retranchant les 4. zeros, l'octave s'est trouvé divisée en 43 parties égales, que j'ay appelé *Merides*, dont chacune est subdivisée naturellement en 7 parties, que j'ay appelé *Eptamerides*, qui suffisent pour la pratique: mais en faveur de ceux qui aiment la theorie, j'ay encore subdivisé ces Eptamerides en 10 *Decamerides*.

La VIII. colonne contient le *Système temperé des 55 comma*, qui est celui dont les Musiciens ordinaires se servent. Dans ce *Système*  $c$  est égal à 1 &  $s$  égal à 4. On appelle comma les parties 5.473 dans lesquelles l'octave est divisée, parcequ'elles ne different du veritable comma 5.3950 que de 783 qui n'en est que  $\frac{1}{6}$ .

Je n'ay point mis les *Systèmes* temperés de 19 ni de 67 parties, parceque tous deux faisant  $c$  égal à 1, le premier suppose  $s$  égal à 1 qui est au dessous de  $1\frac{1}{2}$ , & le second suppose  $s$  égal à 5 qui est au-dessus de  $4\frac{1}{2}$ . Nous avons montré cy-dessus que les valeurs de  $s$  ne devoient point passer ces deux termes.

Je ne parle point aussi du *Système* temperé rapporté par Zarlin qui est aussi décrit dans la Lettre de M. Hugen, parcequ'il ne suppose point l'octave divisée en parties égales pour en donner un certain nombre à chaque intervalle, & marquer par-là les rapports de ces intervalles entre eux & à l'octave.

Pour déterminer ce que l'on doit penser de la justesse de chaque *Système* temperé, il faut jeter les yeux sur les differences marquées dans les troisièmes colonnes de chaque *Système* temperé, dans lesquelles le signe — marque les differences défailantes, ce qui arrive lorsque l'intervalle temperé est plus petit que le juste de la colonne III, & les differences qui n'ont point de signes sont excédantes, ce qui arrive lorsque l'intervalle temperé est plus grand que le juste.

L'on sçait que les logarithmes dont nous nous servons ne sont pas absolument justes, parcequ'ils sont presque tous incommensurables; mais que plus le nombre des

chiffres est grand moins l'erreur est grande, & que cet erreur ne monte pas à la moitié de l'unité du dernier chiffre, parceque si les chiffres qu'on retranche sont plus petits que la moitié de cette unité, on les neglige, & que s'ils sont plus grands, on augmente le dernier chiffre de 1.

Pour juger des erreurs qui viennent de la part des logarithmes, ou des differences marquées dans les troisièmes colonnes de chaque Systême, il faut les comparer à quelque chose de connu par les Musiciens, sçavoir 1°. A nos Eptamerides, parcequ'elles commencent à être continuës dans les monochordes que l'on fait. Ces Eptamerides sont presque la cinquième partie du comma. 2°. Au comma 5.3950 qui est la difference du ton mineur au ton majeur. 3°. A l'Octave 301.0300 qui est l'intervalle le plus connu. 4°. Aux vibrations que font les sons dont nous examinons l'intervalle.

I. Si l'on se sert, comme nous avons fait, de tous les 7 chiffres marquez dans les logarithmes des petites Tables de Vlâcq, l'erreur qui n'est au plus que de  $\frac{1}{2}$  de l'unité du dernier chiffre, est moindre que  $\frac{1}{20000}$  de nos Eptamerides, que  $\frac{1}{107000}$  d'un comma, que  $\frac{1}{2020000}$  d'une octave, ou enfin qu'une vibration sur 8685800, ce qui n'est absolument d'aucune conséquence.

Si l'on retranche les 3 derniers chiffres de ces logarithmes, l'erreur dans les autres qui forment nos Décamerides n'est au plus que  $\frac{1}{20}$  d'une Eptameride,  $\frac{1}{102}$  d'un comma,  $\frac{1}{2021}$  de l'octave, & 1 vibration sur 8685.

Enfin si l'on retranche les 4 derniers chiffres comme nous avons fait pour en former nos Eptamerides, l'erreur ne sera au plus que  $\frac{1}{2}$  Eptameride, ou  $\frac{1}{11}$  d'un comma, ou  $\frac{1}{202}$  d'une octave, ou 1 sur 870 vibrations: ce degré de précision suffit pour la pratique.

II. Il est aisé de juger de la difference des intervalles tempérés aux intervalles justes par les Eptamerides, parceque nous les avons marquées dans les troisièmes colonnes de chaque Systême par le chiffre qui est devant le point: ceux qui sont après le point marquent une partie d'une

d'une Eptameride divisée en 10000. C'est ainsi que nous voyons que la quinte du Systême de 31 est trop foible d'une Eptameride &  $\frac{2997}{10000}$  ou  $\frac{3}{10}$  de plus, cette comparaison des différences aux Eptamerides est la plus simple.

Si l'on veut sçavoir quelle partie du comma est une différence, il faut diviser le comma 5.3950 par cette différence; ainsi l'on voit que la précédente différence 1.2997 est 4 fois dans le comma où est  $\frac{1}{4}$  du comma.

De même si l'on divise l'octave 301.0300 par cette différence 1.2997, l'on trouvera que cette différence sera  $\frac{1}{31}$  de l'octave.

Enfin si l'on divise 4343000 vibrations par la même différence 1.2997, l'on trouvera que la différence sera de 1 vibration sur 334 vibrations que doit faire l'un des sons qui forment l'intervalle.

III. Si l'on compare les grands intervalles de tous les Systêmes aux petits, l'on trouvera, 1°. Que la somme des 2 intervalles également éloignés des extrêmes fait l'octave 301.0300, (ou 301.0000 dans la VII colonne), parcequ'ils sont complémens l'un de l'autre à l'octave.

2°. Qu'un intervalle & son complément ont la même différence, excepté que dans l'un elle est excédante, & dans l'autre elle est défailante: néanmoins celles de la VII colonne ne sont pas tout à fait les mêmes, leur somme ou leur différence étant 300, qu'on peut négliger, parceque 300 n'est que  $\frac{1}{31}$  d'une Eptameride.

3°. La seconde majeure étant double dans la III colonne, sa différence à celle des autres colonnes sera double, & la somme de ces différences sera le comma 5.3950. La même chose arrivera à la septième mineure qui est son complément.

On voit par-là que pour trouver le Systême temperé le plus exact, il suffit d'examiner les petits intervalles, puisqu'ils ont les mêmes différences.

IV. Si l'on compare le même intervalle dans tous les Systêmes temperés, pourvu que l'on en ôte le Systême de 12 de la colonne V, l'on fera les remarques sui-

vantes sur les autres Systèmes de 31, de 43 & de 55.

1°. Que l'intervalle est le plus petit dans l'un des Systèmes extrêmes, & le plus grand dans l'autre, & que le Système. 43 tient le milieu ; ainsi la quarte est la plus petite dans le Système 55, & la plus grande dans le Système 31.

2°. Cette analogie se trouvera de même dans tous les Systèmes tempérés possibles. Supposons, par exemple,  $c$  égal à 3. 1°. Si  $s$  est égal à 6, 9, 12 multiples de 3, ces Systèmes seront, comme nous avons dit, les mêmes que les trois Systèmes précédens de 31, de 43 & de 55, qui supposent  $c$  égal à 1 &  $s$  égal à 2, 3, 4, & par conséquent les différences seront aussi les mêmes. 2°. Si  $s$  est 25, 26 ou tout autre nombre entre 24 & 36, ou entre 36 & 48, les différences de ces nouveaux Systèmes iront en augmentant ou en diminuant par ordre entre les différences qui sont dans les Systèmes de 31, de 43 & de 55. 3°. Enfin si  $s$  est 5 qui est au-dessous de 6, ou 13, 14 qui sont au-dessus de 12, les différences suivront la même analogie, c'est à dire, elles continueront d'augmenter ou de diminuer à proportion de ce que  $s$  s'éloignera des extrêmes 6 & 12.

3°. Les différences sont défailiantes dans le triton & la tierce mineure, & excédantes dans la quarte & la tierce majeure. A l'égard de la seconde mineure elle est défailiante dans les Systèmes de 55 & de 43, & excédante dans le Système de 31. La seconde majeure a une différence excédante, & l'autre défailiante. Le contraire arrive dans les différences des grands intervalles.

4°. Les différences les plus petites sont aux quartes & aux quintes dans le Système de 55, aux tierces & aux sixtes dans le Système de 31, & à la seconde mineure & septième majeure dans le Système de 43.

#### IV.

##### *Du choix du Système temperé.*

I. Nous avons trouvé que les termes de la valeur de  $s$

étoient entre  $1\frac{2}{3}$  &  $4\frac{2}{3}$ , ainsi nous rejettons les Systèmes tempérés dont le rapport de  $c$  à  $s$  est au-dessous de  $1$  à  $1\frac{2}{3}$ , & au-dessus de  $1$  à  $4\frac{2}{3}$ , & nous n'admettons que ceux dont le rapport est de  $3$  à quelque nombre entre  $5$  &  $14$ .

L'on voit par-là que le Système des  $12$  semi-tons moyens doit être rejeté, d'autant plus que les différences des tierces & des sixtes sont environ les  $\frac{2}{3}$  d'un comma.

II. Un Système temperé doit être simple, & pour cela il doit diviser l'octave dans un petit nombre de parties, en rendant les différences des intervalles tempérés à ceux qui sont justes, les moindres qu'il est possible. C'est pourquoy il faut prendre l'un des Systèmes qui supposent  $c$  égal à  $1$ , &  $s$  égal à  $2, 3, 4$ , c'est à dire l'un des Systèmes de  $31$ , de  $43$  & de  $55$ , & rejeter ceux qui supposent  $c$  égal à  $2, 3, 4, 5$ , &c.

III. L'usage montre dans la Musique que des consonances tempérées ou également altérées ne choquent pas tant l'oreille que des consonances plus altérées, mêlées avec d'autres plus justes, & c'est en cela que le Système juste devient insupportable par les consonances altérées d'un comma mêlées avec les autres qui sont justes. C'est pourquoy le Système de  $43$  qui tient un milieu entre les deux autres de  $31$  & de  $55$  leur est préférable; car dans ce Système de  $43$  la tierce majeure, les quartes, les quintes & la sixte mineure ont pour différence  $1$  Eptameride assez précise, n'ayant pas  $\frac{1}{3}$  d'Eptameride de plus.

La tierce mineure & la sixte majeure ont à la vérité  $2\frac{5}{6}$  d'Eptameride de différence : mais l'expérience montre qu'une grande différence est plus supportable dans les consonances, dont le rapport est exprimé par de grands nombres, comme dans la tierce mineure qui est de  $5$  à  $6$ , que dans les intervalles dont les rapports sont exprimés par de petits nombres, comme dans la quinte qui est de  $2$  à  $3$ .

IV. Pour confirmer le choix que nous faisons du Système des  $43$  merides, nous apporterons les raisons suivantes.



1. En ôtant 300 de l'octave 301.0300, on réduit nôtre Systême à des nombres si simples qu'on en peut retrancher les 4 derniers zeros, & le reste donne justement nos Eptamerides.

Ces 300 que nous retranchons de l'octave sont de nulle conséquence ; car ils ne sont que  $\frac{1}{33}$  d'une Eptameride, ou  $\frac{1}{110}$  d'un comma qui n'est nullement sensible.

2. Ces Eptamerides qui se trouvent divisibles par 7, nous donnent nos Merides ; de sorte que cet avantage nous donne des parties qui se divisent naturellement en d'autres parties, ce qui ne se rencontre point dans les autres Systêmes.

3. Nos Merides multipliées par 7 forment nos Eptamerides, qui sont des logarithmes avec lesquels on trouve tout d'un coup dans les Tables ordinaires le nombre des vibrations du son le plus aigu des deux qui forment l'intervalle marqué par ces Eptamerides, en supposant que le plus grave en fasse 10000, & que les logarithmes aient 4 pour figurative ; ainsi la quinte étant de 25 Merides ou de 175 Eptamerides, on trouvera dans les grandes Tables de Vlacq, ou par les petites Tables, que 4.1750000 est le logarithme du nombre des 14963 vibrations du son aigu, & par conséquent que le rapport de deux sons qui font une quinte tempérée ont leurs vibrations dans le rapport de 10000 à 14963.

Le même avantage arrive lorsqu'on joint les Décamerides aux Eptamerides.

Dans les autres Systêmes il faut faire plusieurs opérations pour trouver ce rapport, par exemple, dans le Systême de 31, la quinte étant de 18 parties, il faut faire cette analogie comme 31 est à 18 ; ainsi 3010300 est à 1747916 & 4.1747916 est le logarithme de 14955, ce qui demande une multiplication & une division.

4. Nos Eptamerides sont telles qu'en ajoutant 1 ou 2 à nos Merides, on restitue l'intervalle juste avec une précision telle que l'erreur n'est pas de  $\frac{1}{6}$  d'Eptameride, ou de  $\frac{1}{33}$  d'un comma, ou d'une vibration sur 2590 ; ainsi ajoutant une Eptameride à la quinte qui est de 25 Merides,

elle devient juste. Cette précision sera dix fois plus grande si on y ajoute nos décamerides.

M. Hugen n'a point eu en vûe de donner cet avantage au Systême des 31 parties, & il ne s'y trouve pas si naturellement, non-plus qu'au Systême des 55 comma.

5. Le temperament de nôtre Systême paroît plus naturel que celui des deux autres, en ce que l'octave & le semi-ton majeur ne causant point l'inconvenient qui se trouve dans le Systême juste, mais seulement les tons majeurs & mineurs, nous n'alterons point sensiblement l'octave & le semi-ton, & nous prenons un milieu arithmetique entre les 3 tons majeurs & les 2 mineurs.

Nous concluons donc que le Systême des 43 Merides est le plus parfait & le seul qu'on doit retenir pour profiter de tous les avantages qu'on peut tirer des Systêmes temperés dans la Musique & même dans toute l'Acoustique; ce que nous avons amplement expliqué dans les Memoires de l'Academie des Sciences des années 1701 & 1702.

Nous croïons devoir ajouter que le jugement de l'Auteur du Supplément du Journal des Sçavans du dernier Mars 1707 est porté trop legerement, lorsqu'il dit: *Que le Systême de M. Sauveur pour la division du Monochorde, n'est proprement qu'une extension de celui de M. Hugen, qu'il a intitulé Cycle Harmonique.* Pourquoi l'appelle-t-il Systême de M. Hugen? qui le reconnoît être d'un autre; & en tout cas pourquoi le Systême de 43 est-il une extension ou une imitation de celui de 31 plutôt que l'un & l'autre de celui de 55? Il devroit plutôt dire que ces trois Systêmes sont des extensions où des conclusions de la formule  $125 - \frac{1}{76}$  à laquelle M. Hugen n'a peut-être pas pensé, & je puis dire comme lui, *qu'on pourra me croire, qu'en imaginant mon Systême je ne pensois point à celui qu'on attribué à M. Hugen.* L'Auteur du Journal ajoute, *qu'à la verité M. Hugen n'a divisé l'octave qu'en 31 intervalles égaux.... & M. Sauveur l'a divisé en 40, [il faut écrire 43] parties qu'il appelle Merides, mais cette difference est infiniment legere.* On peut dire avec même raison que la

différence du Systême de M. Hugens à celui des 55 comma est aussi infiniment legere, & cet Auteur sembleroit insinuer par-là que la naissance du Systême de 43 n'est l'effet que du caprice ou d'un esprit qui veut se singulariser, & qu'on peut se servir indifferemment de tous ces Systêmes: L'on voit par les raisons que j'ay apportées ce que l'on doit penser là-dessus. On ne sçauroit trop souhaiter que ceux qui font profession de parler des Ouvrages d'autrui gardent la plus exacte moderation dans le jugement qu'ils en portent, pour ne pas priver le public de tous les avantages qu'il peut tirer des découvertes qui se font dans les Sciences.

## DES MOUVEMENTS

*Variés à volonté, comparés entr'eux  
& avec les uniformes.*

PAR M. VARIGNON.

1707.  
6. Juillet.

DAns les Mémoires de 1693. j'ay donné une Règle générale des Mouvements accélérés suivant les puissances des tems, en voici présentement pour toutes les variations possibles de vitesses réglées sur telles affections des tems qu'on voudra, avec la manière de comparer tous ces mouvemens, soit accélérés, soit retardés, soit tantôt l'un & tantôt l'autre, entr'eux & avec les uniformes.

### DÉFINITION I.

Par le mot d'*Instant* nous entendrons ici une particule de tems infiniment petite, ou (pour parler comme quelques modernès depuis M. Descartes) indéfiniment petite, c'est à dire, moindre que quelque grandeur assignable de tems que ce soit: C'est ce qu'en langage des Anciens l'on appelleroit *minor quavis quantitate datâ*. C'est aussi ce qu'on entend par les *Elémens* d'un corps ou d'un espace,

& par les *points* dont on dit quelquefois que ce corps ou cet espace est composé.

### DÉFINITION II.

Quoique dans le mouvement il n'y ait de réel ou d'absolu que la masse ou quantité de matière du corps nu, l'espace qu'il parcourt, la force qui le lui fait parcourir, & le tems qu'il y emploie, on ne laisse pas d'ordinaire d'y concevoir encore une autre chose qu'on appelle *vitesse*. Par ce mot on entend le rapport de l'espace au tems employé à le parcourir : de sorte que plus cet espace est grand par rapport à ce tems, ou ce tems petit par rapport à cet espace, plus dit-on qu'a été grande la vitesse avec laquelle il aura été parcouru.

### COROLLAIRE.

Suivant ce langage on voit qu'en prenant  $e$  pour l'espace parcouru, &  $t$  pour le tems employé à le parcourir, la fraction  $\frac{e}{t}$  exprimera tellement la vitesse de ce mouvement, qu'elle en fera la mesure précise pendant toute sa durée, si cette vitesse y est toujours la même ; &  $\frac{de}{dt}$ , pendant chaque instant  $dt$  de sa durée, quelle qu'en soit la vitesse, en prenant ici  $d$  pour la caractéristique d'un infiniment petit.

*Il est ici à remarquer que l'espace & le tems étant des grandeurs hétérogènes, ce n'est point proprement elles qu'on compare ensemble dans le rapport qu'on appelle vitesse, mais seulement les grandeurs homogènes qui les expriment, lesquelles sont ici, & seront toujours dans la suite, ou deux lignes, ou deux nombres, ou deux telles autres grandeurs homogènes qu'on voudra.*

### DÉFINITION III.

On appelle ici en général *Mouvement varié* ou de *vitesse variées*, celui dont les vitesses croissent ou décroissent de quelque manière ou suivant quelque proportion que ce soit : On le dit *accélééré* ou *croissant*, tant qu'elles croissent ou augmentent ; & *retardé* ou *décroissant*, tant

qu'elles décroissent ou diminuent : La vitesse en sera aussi dite *accélérée* dans le premier cas, & *retardée* dans le second. La quantité dont elle augmentera à chaque instant, sera aussi appelée son *accélération* ou son *accroissement instantané* ; & la quantité dont elle diminuera à chaque instant, sera de même appelée son *retardement* ou son *décroissement instantané*. Nous appellerons aussi *vitesse entière instantanée*, ou simplement *vitesse*, tout ce que le corps mù en aura à chaque instant de son mouvement : je dis *simplement vitesse*, toute vitesse étant instantanée.

#### DÉFINITION IV.

Un mouvement, soit toujours accéléré, soit toujours retardé, soit tantôt accéléré, & tantôt retardé, en un mot varié ou de vitesses variées de quelque manière que ce soit, sera dit dans la suite *varié* ou *varier continuellement*, ou bien aussi de *vitesse continuellement variée*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens instantanés s'en feront de suite dans des instans non interrompus, & seront tous de même genre, par exemple tous finis, tous infiniment petits du premier genre, tous infiniment petits du second, &c. non-seulement les accroissemens entr'eux, & les décroissemens aussi entr'eux, mais encore les accroissemens de même genre que les décroissemens, quelques rapports qu'ils aient d'ailleurs entr'eux. Au contraire un mouvement ou des vitesses seront dites *varier discontinuellement* ou *par sauts*, lorsque les accroissemens ou les décroissemens, ou les uns & les autres, n'en feront plus ainsi de même genre, ni dans des instans de suite & non interrompus.

#### DÉFINITION V.

De même un mouvement ou des vitesses qui croissent toujours sans décroître, ou qui décroissent toujours sans croître, seront dites *croître* ou *décroître continuellement* lorsque leurs accroissemens ou leurs décroissemens instantanés seront tous de même genre & sans interruption. Ces accroissemens ou décroissemens de même genre, faits ainsi de suite dans des instans non interrompus, suivant quelque

quelque proportion qu'ils se fassent, seront aussi appelés dans la suite *accroissemens* ou *décroissemens continus*. Au contraire lorsque les vitesses croîtront ou décroîtront autrement, on les dira *croître* ou *décroître discontinuément* ou *par sauts* ; & leurs accroissemens ou décroissemens instantanées seront aussi pour lors appelés *discontinus* ou *par sauts*.

Suivant le même langage un mouvement sera dit *continuellement accéléré* ou *croître continuellement*, lorsque les vitesses en croîtront toutes continuellement ; & *continuellement retardé* ou *décroître continuellement*, lorsqu'elles décroîtront toutes continuellement.

#### DÉFINITION VI.

Un mouvement continuellement accéléré sera dit aussi *uniformément* ou *arithmétiquement accéléré* lorsque les accélérations ou les accroissemens continus des vitesses en seront tous égaux entr'eux ; & s'il est continuellement retardé, on le dira aussi *uniformément* ou *arithmétiquement retardé* lorsque les retardemens ou décroissemens continus de vitesses en seront pareillement tous égaux entr'eux.

#### DÉFINITION VII.

On appelle d'ordinaire *Mouvement uniforme* celui dont la vitesse est toujours la même. Mais parceque les parties d'un même corps peuvent avoir des vitesses uniformes toutes différentes, comme lorsqu'il se meut en roulant, ou même seulement en glissant en ligne courbe, on prend d'ordinaire pour la vitesse celle de son centre de gravité, laquelle est la même que celle de chacune de ses parties lorsqu'il se meut seulement en glissant & en ligne droite, & ainsi du chemin qu'il parcourt. C'est aussi de cette façon que nous prendrons tout cela dans la suite.

## PROPOSITION GÉNÉRALE.

*La somme des vitesses entières instantanées d'un corps mû avec quelque variation continuë de vitesses que ce soit, est toujours proportionnelle à la longueur du chemin qu'elles lui font parcourir l'une après l'autre par instans.*

## DEMONSTRATION.

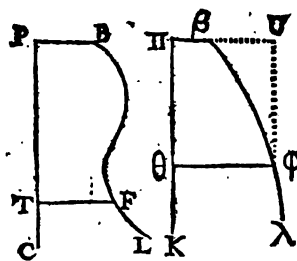
Soit  $e$  cet espace parcouru pendant le tems  $t$ , &  $de$  le parcouru pendant chaque instant  $dt$ , avec une vitesse instantanée appelée  $u$ . Le Corol. de la Déf. 2. donnera  $u = \frac{de}{dt}$ , ou  $u dt = de$ . Donc  $\int u dt = e$ . Ce qu'il falloit démontrer.

## COROLLAIRE I.

Suivant cela si l'on appelle  $u, v$ , les vitesses entières instantanées de deux corps quelconques  $C, K$ , mûs de mouvemens continuëment variés aussi quelconques pendant les tems  $t, \theta$ ; &  $e, s$ , les espaces ou longueurs qu'ils parcourent pendant ces tems: l'on aura toujours ici  $\int u dt :: e. s$ .

## COROLLAIRE II.

Cela étant, si l'on suppose deux Courbes  $BFL, \beta\phi\lambda$ ,



dont les ordonnées  $TF, \theta\phi$ , expriment ce que les corps  $C, K$ , ont de vitesse actuelle ( $u, v$ ) à la fin des tems ( $t, \theta$ ) exprimés de même par les abscisses  $PT, P\theta$ , des axes  $PC, PK$ , de ces Courbes; & ainsi des autres coordonnées correspondantes de ces mêmes Courbes; le

Corollaire 1. donnera les espaces  $PBFT (\int u dt)$ ,  $P\beta\phi\theta (\int v d\theta)$ , comme les longueurs  $e, s$ , parcourues par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $PT (t)$ ,  $P\theta (\theta)$ : c'est à dire en général,  $PBFT. P\beta\phi\theta :: e. s$ .

## COROLLAIRE III.

Il suit encore de ces deux Corollaires que si la vitesse  $v$  du corps  $K$  est constante & toujours la même, comme lorsqu'il se meut d'un mouvement uniforme quelconque, ayant alors  $\int v d\theta = v\theta$ , & l'espace  $\Pi\beta\phi\theta$  changé en parallélogramme  $\Pi\psi\phi\theta$ , si l'on suppose encore le corps  $C$  mû d'une vitesse  $u$  continuellement variée quelconque, il suit (dis-je) de ces deux Corollaires que l'on aura toujours ici  $\int u dt. v\theta :: e. e$ . Et  $PBFT. \Pi\psi\phi\theta :: e. e$ .

Voici présentement quelques exemples de ces trois Corollaires : nous allons commencer par les deux premiers, jusqu'aux Regles 10. & 11. qui se déduiront de même du dernier.

## EXEMPLE I.

Trouver le rapport des espaces  $e, e$ , parcourus par deux corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , avec des vitesses  $u, v$ , variées de la manière que les expriment les deux équations

$$u = \frac{a^2 \sqrt{tt + 2at}}{a + t^2}, \quad v = \frac{\theta^2 \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^2}, \quad \text{dont les quantités}$$

$a, n, v$ , sont constantes, & le reste variable.

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura  $\int u dt = \int \frac{a^2 dt \sqrt{tt + 2at}}{a + t^2}$ , &  $\int v d\theta = \int \frac{\theta^2 d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^2}$ . Donc

$$(\text{Corol. I.}) \int \frac{a^2 dt \sqrt{tt + 2at}}{a + t^2} : \int \frac{\theta^2 d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^2} :: e. e.$$

Pour trouver présentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie, soit

$$a + t = x, \text{ ou } t = x - a : \text{l'on aura } \frac{a^2 dt \sqrt{tt + 2at}}{a + t^2} =$$

$$= \frac{a^2 dx \sqrt{xx - aa}}{x^2}. \text{ Soit de plus } x\pi = \frac{a^2}{x - a}, \text{ ou } x = \frac{a^2}{x - a}$$

$$x - \frac{a^2}{x} = a : \text{l'on aura } dx = \frac{1}{2} a^{\frac{1}{2}} x a - x^{-\frac{1}{2}} \times d\pi, \text{ \&}$$

Ff ij



$$\begin{aligned}
 x^n &= a^{\frac{n}{2}} \times a - z^{-\frac{n}{2}}. \text{ Donc } \frac{a^n dx}{x^n} \sqrt{xx - aa} = \\
 &= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{1}{2} + n} \times a - z^{-\frac{1}{2}} \times dz \sqrt{\frac{a^3}{a - z} - aa}}{a^{\frac{n}{2}} \times a - z^{-\frac{n}{2}}} \\
 &= \frac{\frac{1}{2} a^{\frac{1-n}{2}} \times a - z^{\frac{n-1}{2}} \times dz \sqrt{a^3 - a^2 + aa z}}{a - z^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \frac{1}{2} a^{\frac{1-n}{2}} \times a - z^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z} \text{ intégrable tant que } n \text{ fera un} \\
 &\text{nombre entier \& positif pair plus grand que 2.}
 \end{aligned}$$

Soit aussi  $\theta\theta + aa = yy$ , ou  $\theta = \sqrt{yy - aa}$ : l'on aura  
 $d\theta = y dy \times \sqrt{yy - aa}^{-\frac{1}{2}}$ , &  $\theta = \sqrt{yy - aa}$ . Donc  $\frac{\theta d\theta \sqrt{\theta\theta + aa}}{a^v}$   
 $= \frac{yy dy \times \sqrt{yy - aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v}$  intégrable aussi tant que  $v$  sera un  
 nombre entier & positif impair quelconque.

Donc suivant l'Analogie trouvée d'abord, l'on aura ici

en général  $\int \frac{a^{\frac{1-n}{2}} \times a - z^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2} \cdot \int \frac{yy dy \times \sqrt{yy - aa}^{\frac{v-1}{2}}}{a^v} :: c. e.$   
 dont les deux premiers termes sont (ainsi qu'on le vient  
 de dire) intégrables tant que  $n$  est un nombre entier &  
 positif pair plus grand que 2, &  $v$  un nombre entier &  
 positif impair quelconque. Donc aussi,

1°. Si l'on suppose  $n=4$ , &  $v=1$ : cette supposition

$$\begin{aligned}
 \text{donnant } \int \frac{a^{\frac{1-n}{2}} \times a - z^{\frac{n-4}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2} &= \int \frac{a^{\frac{1}{2}} \times a - z^0 \times z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \\
 &= \int \frac{a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{1}{2}} dz}{2} = \frac{1}{2} a^{\frac{1}{2}} z^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} z \sqrt{ax} \text{ (à cause qu'on a supposé} \\
 \text{ci-dessus } xx &= \frac{a^3}{a - z}, \text{ ou } z = \frac{axx - a^3}{xx}) = \frac{axx - a^3}{3xx} \sqrt{\frac{axx - a^3}{xx}} \\
 &= \frac{axx - a^3}{3x^3} \sqrt{xx - aa} = \text{(à cause qu'on a aussi supposé ci-} \\
 \text{dessus } a + z &= x, \text{ ou } z + 2at = xx - aa) =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{aat + 2at^2}{3 \times a + t^3} \sqrt{tt + 2at}; \& \int \frac{yy dy \times \overline{yy - aa}^{\frac{r-1}{2}}}{a^2} =$$

$$= \int \frac{yy dy \times \overline{yy - aa}}{a^2} = \int \frac{yy dy}{a^2} = \frac{y^3 - a^3}{3a^2} \text{ (à cause qu'on a supposé}$$

$$\text{ci-dessus } \overline{00 + aa = yy}) = \frac{00 + aa}{3a} \sqrt{\overline{00 + aa} - \frac{1}{3}aa} : \text{l'on au-}$$

$$\text{ra ici } \frac{aat + 2at^2}{a + t^3} \sqrt{tt + 2at} \cdot \frac{00 + aa}{a} \sqrt{\overline{00 + aa} - aa} : \text{c. e. e.}$$

c'est à dire, les espaces  $e, e$ , parcourus par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , en raison des deux premiers termes de cette Analogie.

2°. Si  $n = 6$ , &  $r = 3$ , cette hypothèse donnant

$$\int \frac{a^{\frac{1}{2}-n} \times a - z^{\frac{n-1}{2}} \times dz \sqrt{z}}{2} = \int \frac{a^{-\frac{1}{2}} \times a - z \times dz \sqrt{z}}{2} = \int \frac{az^{\frac{1}{2}} dz - z^{\frac{3}{2}} dz}{2a^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}az^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}z^{\frac{5}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}}} = \frac{9az - 3z^3}{15} \sqrt{\frac{z}{a}} \text{ (à cause de } xx = \frac{a^2}{a-z}, \text{ ou}$$

$$\text{de } z = \frac{axx - a^2}{xx}) = \frac{9aaxx - 9a^4}{15xx} - \frac{3}{15} \times \frac{axx - a^2}{x^4} \times \sqrt{\frac{xx - aa}{xx}} =$$

$$= \frac{2aax^2 + a^4xx - 3a^6}{15x^5} \sqrt{xx - aa} \text{ (à cause de } a + t = x, \text{ ou de}$$

$$tt + 2at = xx - aa) = \frac{2aaxa + t^2 + a^4 \times a + t^2 - 3a^6}{15xa + t^3} \sqrt{tt + 2at}$$

$$= \frac{0a^2t + 13a^4t + 8a^5t^2 + 2aat^4}{15 \times a + t^3} \sqrt{tt + 2at}; \& \int \frac{yy dy \times \overline{yy - aa}^{\frac{r-1}{2}}}{a^2}$$

$$= \int \frac{yy dy \times \overline{yy - aa}}{a^2} = \int \frac{y^2 dy - ayy dy}{a^2} = \frac{\frac{2}{3}y^3 - \frac{1}{2}aay^2}{a^2} + \frac{2}{15}aa = \frac{3y^3 - 5aay^2 + 2a^3}{15a^2}$$

$$\text{(à cause de } \overline{00 + aa = yy}) = \frac{3 \times 00 + aa^2 - 5aax00 + aa}{15a^2} \sqrt{\overline{00 + aa} + \frac{2}{15}aa}$$

$$= \frac{30^4 + aa00 - 2a^4}{15a^2} \sqrt{\overline{00 + aa} + \frac{2}{15}aa} : \text{l'on aura pareillement ici}$$

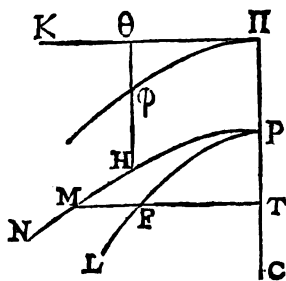
$$\frac{10a^2t + 13a^4t + 8a^5t^2 + 2aat^4}{a + t^3} \sqrt{tt + 2at} \cdot \frac{30^4 + aa00 - 2a^4}{a^2} \sqrt{\overline{00 + aa} + 2aa} :$$

c. e. c'est à dire que les espaces  $e, e$ , parcourus encore par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , seront presentement ici en raison des deux premiers termes de cette Analogie.

On pourroit de même trouver les rapports de ces longueurs parcourues dans plusieurs autres cas des équations proposées ; mais ces deux suffisent pour faire voir la manière de les trouver tous à l'infini en suivant le chemin qu'en vient de tenir pour ces deux-ci.

## REMARQUE.

1°. Soit l'hyperbole équilatère  $PHMN$ , dont le demi-axe transverse soit  $\Pi P = a$ , les abscisses  $PT = t$ , & les appliquées



$MT$  : l'on aura  $MT = \sqrt{tt - + 2at}$  pour son équation ; & en faisant

$$\overline{\Pi T}^n (a - + t^n) . \overline{\Pi P}^n (a^n) :: MT$$

$$( \sqrt{tt - + 2at} ) . TF = \frac{a^n \sqrt{tt - + 2at}}{a - + t^n} .$$

Si l'on donne le nom de  $u$  à  $TF$ ,

cette Analogie donnera la première  $u = \frac{a^n \sqrt{tt - + 2at}}{a - + t^n}$  des

deux équations proposées. D'où l'on voit que la Courbe  $PFL$  qui passera par tous les points  $F$  ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que

$$\text{l'espace } PFT \text{ sera} = \int \frac{u^n dt \sqrt{tt - + 2at}}{a - + t^n} .$$

2°. Si l'on suppose la même hyperbole équilatère  $PHMN$ , dont l'axe conjugué  $\Pi K$  ait ses abscisses  $\Pi \Theta = \theta$ , &  $\Theta H$  pour ses appliquées extérieures parallèles à  $\Pi T$  ; l'on aura aussi  $\Theta H = \sqrt{\theta\theta - + aa}$  pour son équation ; & en

$$\text{faisant } \overline{\Pi P}^n (a^n) . \overline{\Pi \Theta}^n (\theta^n) :: \Theta H ( \sqrt{\theta\theta - + aa} ) . \theta\phi = \frac{\theta^n \sqrt{\theta\theta - + aa}}{a^n} .$$

Si l'on donne le nom de  $v$  à  $\theta\phi$ , cette Analogie donnera la seconde  $v = \frac{\theta^n \sqrt{\theta\theta - + aa}}{a^n}$  des équations proposées. D'où

l'on voit que la Courbe  $\Pi\phi$  qui passera par tous les points  $\phi$  ainsi trouvés, sera celle de cette équation ; & conséquemment aussi que l'espace  $\Pi\phi\theta$  sera  $= \int \frac{\theta^n d\theta \sqrt{\theta\theta - + aa}}{a^n} .$

Donc suivant l'Analogie générale  $\int \frac{a^n dt \sqrt{t^{2n-1} + 2at}}{a + t^n}$ .

$\int \frac{\theta^v d\theta \sqrt{\theta^{2v-1} + a\theta}}{a + \theta^n} :: e. s. \text{ de la Solution de l'Exemple précédent; l'on aura pareillement en général } PFT. \Pi\phi\theta :: e. s. \text{ conformément au Corol. 2. de la Proposition. Et suivant cette même Solution les aires } PFT, \Pi\phi\theta, \text{ seront quarrables tant que } n \text{ sera un nombre entier positif pair plus grand que 2, \& } v \text{ un nombre entier positif impair quelconque.}$

Il est encore à remarquer que l'hyperbole  $PHMN$ , qui a donné naissance aux deux Courbes précédentes  $PFL, \Pi\phi$ , leur en doit donner d'opposées qui leur soient semblables, comme elle a la sienne, & autant de branches qu'elle en a : c'est une chose trop aisée à déduire de leurs équations pour s'arrêter ici à le faire voir.

## EXEMPLE II.

Soient presentement les vitesses  $u, v$ , des corps  $C, K$ , à la fin des tems  $t, \theta$ , variées de la manière que les expriment les deux équations  $u = \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}, v = \frac{\theta^{v-1}}{\theta^{2v} - a^{2v}}$ , dans les grandeurs  $a, n, v$ , sont encore constantes, & le reste variable : On demande les espaces ou longueurs  $e, e$ , parcourus pendant ces tems avec des vitesses ainsi variées.

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici  $\int u dt = \int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}}$ , &  $\int v d\theta = \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}}$ . Donc (Corol. 1.)  $\int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} \cdot \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} :: e. s.$

Pour trouver presentement les deux intégrales qui font les deux premiers termes de cette Analogie,

1°. Soit  $t^{2n} = a^{2n-1} x x$ , & par conséquent  $t = a^{\frac{n-1}{2n}} x^{\frac{1}{2}}$  : ce qui donne  $dt = \frac{1}{2} a^{\frac{n-1}{2n}} x^{\frac{1-n}{2n}} dx$ , &  $t^{n-1} = a^{\frac{n-1}{2}} x^{\frac{n-1}{2}}$ . Donc

$$\frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n} a^{\frac{n-1}{n}} dx}{a^{2n-1} \times x x + a^{2n}} = \frac{\frac{1}{n} a^{\frac{n-1}{n}} dx}{a^{2n-1} \times x x + a^{2n}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{n} a^{n-1} dx}{a^{2n-1} \times x x + a^{2n}} \text{ (en multipliant le haut \& le bas de}$$

$$\text{cette fraction par } a^{1-n}) = \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx + aa}, \text{ dont l'inté-}$$

$$\text{grale dépend de la quadrature du cercle.}$$

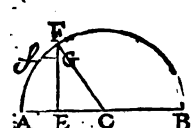
Pour le voir soit  $x = a \sqrt{\frac{2a}{y} - 1} = a \sqrt{2ay^{-1} - 1}$ ; & par conséquent  $dx = \frac{aay^{-1} dy}{\sqrt{2ay^{-1} - 1}}$  positif à cause que  $x$  &  $y$  croissent alternativement, &  $xx + aa = \frac{2a^3}{y} - aa + aa =$

$$= \frac{2a^3}{y}. \text{ Donc } \frac{dx}{xx + aa} = \frac{aay^{-1} dy}{\frac{2a^3}{y} \sqrt{2ay^{-1} - 1}} = \frac{dy}{2ay \sqrt{2ay^{-1} - 1}} =$$

$$= \frac{dy}{2a \sqrt{2ay - yy}} = \frac{1}{2aa} \times \frac{ady}{\sqrt{2ay - yy}}. \text{ Donc aussi } \int \frac{\frac{1}{n} a^{1-n} dx}{xx + aa}$$

$$\left( \int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} \right) = \int \frac{\frac{1}{n} a^{1-n}}{2aa} \times \frac{ady}{\sqrt{2ay - yy}} = \frac{1}{2na^{n+1}} \times \int \frac{ady}{\sqrt{2ay - yy}}.$$

Mais si l'on fait le demi-cercle  $AFB$ , dont le centre soit  $O$ ;  $Ff$ , un de ses élémens; son diamètre  $AB = 2a$ ; les abscisses  $AE = y$ , auxquelles  $fG$  soit parallèle, & rencontre l'ordonnée  $FE$  en  $G$ : ce demi-cercle donnant  $EF (\sqrt{2ay - yy})$ .  $FC (a) :: Gf (dy)$ .



$Ff = \frac{ady}{\sqrt{2ay - yy}}$ , l'on aura l'arc  $BF = \int \frac{ady}{\sqrt{2ay - yy}}$ .

Donc enfin  $\int \frac{t^{n-1} dt}{t^{2n} + a^{2n}} (\int u dt) = \frac{BF}{2na^{n+1}}$ , en prenant

$$AE (y) = \frac{2a^3}{xx + aa} = \frac{2a^{2n+1}}{t^{2n} + a^{2n}}, \text{ suivant les suppositions}$$

précédentes de  $x = a \sqrt{\frac{2a}{y} - 1}$ , & de  $t^{2n} = a^{2n-2} \times xx$ .

2°. Si l'on suppose présentement  $\theta^{2n} = a^{2n-2} \times ss$ , comme l'on

l'on a fait  $t^{1-n} = a^{1-n} \times x x$  dans le nomb. 1. on trouvera ici  $\frac{\theta^{n-1} d\theta}{\theta^{1-n} - a^{1-n}} = \frac{a^{1-n}}{v} \times \frac{ds}{ss - aa}$ , comme l'on a trouvé là

$$\frac{t^{n-1} dt}{t^{1-n} + a^{1-n}} = \frac{a^{1-n}}{n} \times \frac{dx}{xx + aa}. \text{ Et si l'on prend ensuite ici}$$

$s = a \sqrt{2ax - x^2} + 1$ , comme l'on a fait là  $x = a \sqrt{2ay - y^2} + 1$  ;

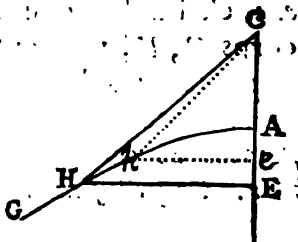
on trouvera ici  $\frac{ds}{ss - aa} = \frac{dz}{2a\sqrt{2ax - x^2} + x^2} = \frac{adz}{2aa\sqrt{2ax - x^2} + x^2}$ , comme

l'on a trouvé là  $\frac{dx}{xx + aa} = \frac{dy}{2a\sqrt{2ay - y^2} + y^2} = \frac{ady}{2aa\sqrt{2ay - y^2} + y^2}$ . Donc

$$\text{aussi } \int \frac{a^{1-n}}{v} \times \frac{ds}{ss - aa} \left( \int \frac{\theta^{n-1} d\theta}{\theta^{1-n} - a^{1-n}} \right) = \int \frac{a^{1-n}}{2v a a} \times \frac{adz}{2\sqrt{2ax - x^2} + x^2}$$

$$= \frac{1}{v a^{n+1}} \times \int \frac{a a dz}{2\sqrt{2ax - x^2} + x^2}.$$

Mais si l'on fait l'hyperbole équilatère  $AHC$ , dont le centre soit  $C$ ,  $Hh$ , un de ses éléments ; son demi-axe transverse  $AC = a$  ; & ses abscisses  $AE = z$  ; cet hyperbole donnant ses appliquées  $HE = \sqrt{2ax - x^2} + x$ , l'on aura le triangle rectangle  $CEH = \frac{a+x}{2} \sqrt{2ax - x^2}$ , & la différence



$$HCh - HhE = \frac{1}{2} dz \sqrt{2ax - x^2} + \frac{a+x}{2} \times \frac{adx + xdz}{\sqrt{2ax - x^2}} =$$

$$= \frac{2ax dz + x x dz + \frac{1}{2} a a dz}{\sqrt{2ax - x^2}} : \text{ de sorte que si l'on en retranche le quadrilatère élémentaire } HhE = dz \sqrt{2ax - x^2} =$$

$$= \frac{2ax dz + x x dz}{\sqrt{2ax - x^2}}, \text{ il restera le triline élémentaire } HCh =$$

$$= \frac{a a dz}{2\sqrt{2ax - x^2}}. \text{ Donc le triline intégral } HAC = \int \frac{a a dz}{2\sqrt{2ax - x^2}} ;$$

$$\& \text{ par conséquent } \frac{1}{v a^{n+1}} \times \int \frac{a a dz}{2\sqrt{2ax - x^2}} = \frac{HAC}{v a^{n+1}}.$$

$$\text{Mais on vient de trouver } \int \frac{\theta^{n-1} a \theta}{\theta^{1-n} - a^{1-n}} = \frac{1}{v a^{n+1}} \times \int \frac{a a dz}{2\sqrt{2ax - x^2}}.$$

Donc enfin  $\int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \frac{HAC}{va^{v+1}}$ , en prenant  $AE(z) = \frac{2a^3}{ss - aa} = \frac{2a^{2v+1}}{\theta^{2v} - a^{2v}}$ , suivant les suppositions précédentes de  $s = a\sqrt{\frac{2a}{z} + 1}$ , & de  $\theta^{2v} = a^{2v-2} \times ss$ .

3°. Presentement, puisque (nomb. 1.) l'arc circulaire  $BF$  donne  $\frac{BF}{2na^{v+1}} = \int \frac{t^{v-1} dt}{t^{2v} + a^{2v}} = \int u dt$ , & que (nomb. 2.)

le triline hyperbolique  $HAC$  donne de même  $\frac{HAC}{va^{v+1}} = \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} = \int u d\theta$ ; l'Analogie  $\int \frac{t^{v-1} dt}{t^{2v} + a^{2v}} : \int \frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}} :: e. e.$

que le Corol. 1. de la Prop. a donné au commencement de cette Solution-ci, se changera ici en  $\frac{BF}{2na^{v+1}} : \frac{HAC}{va^{v+1}} ::$

$e. e.$  c'est à dire que les longueurs  $e, e$ , parcourûes par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , avec les vitesses  $u, v$ , exprimées par les deux équations supposées, seront toujours entr'elles comme les deux premiers termes de cette Analogie, quelques valeurs qu'on assigne aux exposans  $n, v$ . Ce qu'il falloit trouver.

## REMARQUE.

La manière dont les différentielles  $\frac{t^{v-1} dt}{t^{2v} + a^{2v}}$ ,  $\frac{\theta^{v-1} d\theta}{\theta^{2v} - a^{2v}}$ , viennent d'être intégrées dans les nomb. 1. & 2. de la Solution précédente, fait évidemment voir en général que l'intégrale d'une différentielle telle que  $\frac{x^{v-1} dx}{x^{2v} \pm a^{2v}}$ , quelque nombre que  $n$  puisse signifier, dépend toujours de la quadrature du cercle ou de l'hyperbole: du cercle, lorsque le signe douteux  $\pm$  se prend pour  $+$ ; & de l'hyperbole, lorsqu'il se prend pour  $-$ : c'est à dire que l'intégrale de  $\frac{x^{v-1} dx}{x^{2v} \pm a^{2v}}$  dépend toujours de la quadrature du cercle,

& que celle de  $\frac{x^{n-1}dx}{x^{2n}-a^{2n}}$  dépend de même toujours de la quadrature de l'hyperbole, ainsi que M. Leibnitz l'a dit dans les Actes de Leipfik de 1702. pag. 219.

## EXEMPLE III.

Soient les dernières vitesses instantanées  $u, v$ , des corps  $C, K$ , à la fin des tems  $t, \theta$ , telles que les expriment les deux équations  $u = \sqrt[3]{aat + b^3}$ ,  $v = \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}$  : on demande les espaces ou longueurs  $e, e$ , parcourus pendant ces tems avec des vitesses ainsi variées, les grandeurs  $a, b$ , étant constantes, & le reste variable.

SOLUT. Suivant ces deux équations l'on aura ici  $\int u dt = \int dt \sqrt[3]{aat + b^3}$ ,  $\int v d\theta = \int d\theta \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}$ ; & par conséquent (Corollaire 1.)  $e. e :: \int dt \sqrt[3]{aat + b^3}$ .  $\int d\theta \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}$ . Pour avoir ces deux intégrales,

1°. Soit  $x = \sqrt[3]{aat + b^3}$  : l'on aura  $t = \frac{x^3 - b^3}{aa}$ , &  $dt = \frac{3x^2 dx}{aa}$ ; & par conséquent aussi  $\int dt \sqrt[3]{aat + b^3} = \int \frac{3x^2 dx}{aa} = \frac{3x^4}{4aa} - \frac{3b^4}{4aa} = \frac{3aat + 3b^3}{4aa} \sqrt[3]{aat + b^3} - \frac{3b^4}{4aa}$ .

2°. Soit  $y = \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6}$  : l'on aura  $\theta = \frac{y^3 - b^3}{aa}$ , &  $d\theta = \frac{3y^2 dy}{aa}$ ; & par conséquent aussi  $\int d\theta \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6} = \int \frac{3y^2 dy}{aa} \sqrt[3]{y^3} = \int \frac{3y^4 dy}{a^3} = \frac{3y^5}{5a^3} - \frac{3b^5}{5a^3} = \frac{3aa\theta + 3b^3}{5a^3} \times \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6} - \frac{3b^5}{5a^3}$ .

Donc on aura ici  $\frac{3aat + 3b^3}{4aa} \sqrt[3]{aat + b^3} - \frac{3b^4}{4aa}$ .  $\frac{3aa\theta + 3b^3}{5a^3} \times \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6} - \frac{3b^5}{5a^3} :: e. e$ . ou  $5a^3t + 5ab^3 \times \sqrt[3]{aat + b^3} - 5ab^4$ .  $4aa\theta + 4b^3 \times \sqrt[3]{a^4\theta\theta + 2aa\theta b^3 + b^6} - 4b^5 :: e. e$ . c'est à dire, les espaces  $e, e$ , parcourus encore par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , en raison des deux premiers termes de chacune de ces deux Analogies.



## REGLES GÉNÉRALES.

*Des mouvemens de vitesses variées suivant les puissances des tems.*

La Proposition précédente donnera comme ci-dessus, le raport des espaces parcourus dans tel autre exemple qu'on voudra, sur quelques affections des tems qu'on veuille regler les variations des vitesses, cette Proposition les comprenant toutes : de sorte qu'il n'y aura de difficulté que dans les intégrations qui y pourroient être requises, lesquelles ne sont point de son ressort. Mais comme il est fort ordinaire de regler les variations des vitesses sur les puissances des tems, & que les intégrations y sont faciles, je me contenteray de rapporter seulement ici les Regles des mouvemens qui en résultent.

*Noms généraux.*

Pour cela soient les corps mûs	C, K.
Les tems partiels écoulés depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tel instant qu'on voudra.	t, θ.
Les espaces parcourus pendant ces tems.	e, ε.
Les vitesses à la fin de ces tems, ou de ces espaces.	u, u.
Les durées totales depuis le commencement de ces mouvement jusqu'à leurs plus grandes ou moindres vitesses possibles.	D, Δ.
Les longueurs parcourues pendant ces tems entiers.	L, Λ.
Les premieres vitesses de ces mouvemens.	V, U.
Les exposans des tems écoulés, ou de ce qu'il en reste à écouler jusqu'à la fin des totaux.	n, π.

Dans la suite lorsqu'on parlera des Tems écoulés, on les prendra toujours depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tels de leurs instans qu'on voudra ; & les Tems à écoa-

ler se prendront depuis ces instans jusqu'à ce que les vitesses de ces mouvemens soient devenues les plus grandes ou les moindres qu'elles puissent être : Ces dernières vitesses se prendront à la fin des tems écoulés, & les premières au commencement de ces mêmes tems.

## R E G L E I.

*Pour comparer entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés.*

$$\frac{u^r}{n+1 \times u} = \frac{v^{\theta}}{v+1 \times v}, \text{ ou } \overline{n+1} \times v^{\theta} = \overline{v+1} \times u^r.$$

Il est manifeste que cette Regle des mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, laquelle résulte des suppositions  $u=r$ , &  $v=\theta$ , qui donnent  $\int u dt = \frac{r^{n+1}}{n+1}$ , &  $\int v d\theta = \frac{\theta^{v+1}}{v+1}$ , sera des mouvemens accélérés suivant les puissances des tems écoulés, en prenant  $n$  &  $v$  positives ; & qu'elle sera aussi une Regle des mouvemens retardés suivant la raison réciproque de ces mêmes tems, en y prenant au contraire  $n$  &  $v$  négatives : de sorte qu'elle peut servir non-seulement à comparer entr'eux les mouvemens accélérés, en y prenant  $n$  &  $v$  positives ; mais aussi à comparer entr'eux les mouvemens retardés, en y prenant  $n$  &  $v$  négatives, & même les accélérés avec les retardés, en y prenant un de ces exposans  $n$  ou  $v$  positif & l'autre négatif. Voici seulement un exemple des accélérés dans l'hypothèse de Galilée touchant la chute des corps.

Dans cette hypothèse les vitesses acquises à la fin des chutes faites en lignes droites, en vertu des seules pesanteurs des corps qui tombent suivant ces lignes, étant comme les tems écoulés depuis le commencement jusqu'à la fin des chutes ; l'on y aura  $n=1=v$ , &  $t.\theta::u.v=\frac{u^2}{2}$ . Et ces valeurs de  $n$ ,  $v$ ,  $u$ , substituées dans la précédente Regle, la changera pour ici en  $\frac{2 \times n \theta^2}{2} = 2 \times u t$ , ou en

$e\theta\theta = est$ , d'où résulte  $e.e :: t.t.\theta\theta$ . c'est à dire que les espaces parcourus doivent être ici comme les quarrés des tems employés à les parcourir, & pareillement aussi comme les quarrés des vitesses acquises à la fin de ces tems, ainsi qu'on le sçait d'ailleurs.

La même chose se peut encore tirer immédiatement de la Regle  $\frac{t^{n+1}}{n+1 \times e} = \frac{\theta^{v+1}}{v+1 \times e}$  résultante de l'Analogie

$e.e :: \frac{ut}{n+1} \cdot \frac{v\theta}{v+1} :: \frac{t^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{\theta^{v+1}}{v+1}$ . puisqu'en faisant  $n=1=v$ , cette Regle donnera tout d'un coup  $\frac{t^2}{2e} = \frac{\theta^2}{2v}$ , ou  $e.e :: t.t.\theta\theta$ . comme ci-dessus.

## REMARQUE.

*Sur les mouvemens variés commencés avec des vitesses finies.*

Il est visible que cette dernière Regle & la précédente, supposant  $u.v :: t^n.\theta^v$ , supposent aussi que les vitesses instantanées  $u, v$ , commencent à zero en croissant de même que les tems  $t, \theta$ , lorsque  $n, v$ , sont positives; & que ces vitesses commencent par être infinies au commencement de ces tems, en décroissent à mesure qu'ils augmentent, lorsque  $n, v$ , sont négatives. Voici présentement de pareilles Regles pour le cas où les premières vitesses seroient finies dans cette même hypothèse des vitesses réglées sur les puissances des tems.

Outre les noms précédens soient  $r, s$ , les vitesses acquises pendant les tems  $t, \theta$ . Il est manifeste que par quelques vitesses finies  $V, U$ , que commencent les mouvemens des corps  $C, K$ , dont les acquises  $r, s$ , commencent à zero, les entières instantanées de ces mouvemens, seront  $V+r=u, U+s=v$ , & leurs sommes  $\int u dt = \int V+r \times dt, \int v d\theta = \int U+s \times d\theta$ : de sorte que

I. L'on aura  $\int u dt = \int V+r \times dt, \int v d\theta = \int U+s \times d\theta$ , si l'on suppose seulement  $r=t^n, s=\theta^v$ , c'est à dire, les

seules vitesses acquises  $r, s$ , en raison des puissances  $n, v$ , des tems écoulés  $t, \theta$ . Donc cette hypothèse donnera  

$$\int u dt = \int V \times dt + \int t^n dt = V \times t + \frac{t^{n+1}}{n+1} = \frac{n+1 \times V \times t + t^{n+1}}{n+1}$$
 (à cause de  $r = t^n$ )  $= \frac{n+1 \times V + t^n}{n+1} \times t$  (à cause que  $u = V + r$  donne  $r = u - V$ )  $= \frac{n \times V + u}{n+1} \times t$ ; &  $\int u d\theta = \int U \times d\theta + \int \theta^v d\theta =$   
 $= U \times \theta + \frac{\theta^{v+1}}{v+1} = \frac{v+1 \times U \times \theta + \theta^{v+1}}{v+1}$  (à cause de  $s = \theta^v$ )  $= \frac{v+1 \times U + \theta^v}{v+1} \times \theta$  (à cause que  $u = U + s$  donne  $s = u - U$ )  $= \frac{v \times U + u}{v+1} \times \theta$ . Donc (Cor. I. Prop. gén.)  $e. e. :$   
 $\frac{n \times V + u}{n+1} \times t, \frac{v \times U + u}{v+1} \times \theta$ . Ce qui donnera  $\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{\theta} = \frac{v \times U + u}{v+1} \times \frac{\theta}{t}$   
 pour Règle générale de l'hypothèse qu'on fait ici.

## RÈGLE II.

*De comparaison des mouvemens variés commencés par des vitesses finies, & dont les seules acquises varieroient suivant les puissances des tems écoulés.*

$$\frac{n \times V + u}{n+1} \times \frac{t}{\theta} = \frac{v \times U + u}{v+1} \times \frac{\theta}{t}.$$

Il est à remarquer que ces mouvemens rendus accélérés par  $n, v$ , positives, deviendroient retardés si elles étoient négatives, ainsi qu'on l'a déjà remarqué des mouvemens de la Règle I. Mais avec cette différence que les premières vitesses, que cette hypothèse de  $n, v$ , négatives, rendroit infinies dans l'une & l'autre de ces deux Règles au commencement des tems  $t, \theta$ , s'éteindroient tout à fait après des tems infinis dans la première, & que dans celle-ci elles ne pourroient jamais devenir moindres que les finies  $V, U$ , lesquelles après un tems infini resteroient les dernières de toutes les possibles, au lieu qu'on les y suppose les premières. Ainsi l'hypothèse de  $n, v$ , négatives ne sçauroient s'accorder ici avec la supposition qu'on y fait que les vitesses initiales  $V, U$ , sont finies. Voici donc

240 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
seulement quelques exemples de cette seconde Regle  
touchant les mouvemens accélérés.

1°. Dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur, laquelle donne  $n=1=v$ , si l'on imagine les corps C, K, jettés directement de haut en bas avec des vitesses initiales  $V, U$ , non-seulement la précédente Regle 2. se réduira ici à  $\frac{V+n}{2} \times \frac{t}{1} = \frac{v+u}{2} \times \frac{\theta}{1}$ ; mais encore la supposition de  $r=t^n, s=\theta^n$ , qui vient de donner cette Regle, donnera ici  $t=r=n-V, \theta=s=u-V$ . Donc cette Regle se changera ici en  $\frac{n+V \times n-V}{2} = \frac{u+U \times u-U}{2}$ , c'est à dire, en  $\frac{nn-VV}{2} = \frac{uu-UU}{2}$ . D'où résulte  $e. t :: nn-VV. uu-UU$ . c'est à dire que les espaces parcourus pendant les tems  $t, \theta$ , doivent être ici comme les différences dont les quarrés des dernières vitesses surpassent les quarrés des premières. Ce qui s'accorde parfaitement avec la première Regle: aussi celle-ci la rend-elle en y faisant  $V=0=U$ , comme dans celle-là.

2°. Si l'on suppose  $n=2=v$ , & qu'on imagine encore les corps C, K, jettés avec des vitesses initiales  $V, U$ , non-seulement la précédente Regle 2. se changera ici en  $\frac{2 \times V+n}{3} \times \frac{t}{1} = \frac{2 \times u+u}{3} \times \frac{\theta}{1}$ ; mais encore la supposition de  $t^n=r=n-V, \theta^n=s=u-U$ , donnera ici  $t=Vn-V, \theta=Vu-U$ . Donc cette Regle se changera ici en  $\frac{2 \times V+n \times Vn-V}{6} = \frac{2 \times u+u \times Vu-U}{6}$ ; ce qui donne les espaces  $e. t :: 2 \times V-n \times Vn-V. 2U-u \times Vu-U$ . Et ainsi des autres valeurs positives de  $n, v$ , à l'infini.

II. Voilà pour les mouvemens variés, commencés par des vitesses finies, & dont les seules aquises suivroient les raisons des puissances quelconques des tems employés à les aquerir. Mais si (les noms demeurant les mêmes) on suppose présentement que les vitesses entières instantanées  $V \rightarrow t(r), U \rightarrow s(u)$ , suivent ici les raisons des puissances  $n, v$ , des tems qui seroient requis pour les aquerir depuis zero jusqu'à ces valeurs; soient  $y, z$ , les tems pa-  
reillement

reillement requis pour aquerir dans cette hypothèse les vitesses  $V, U$ , comme si elles eussent commencé à zero : de sorte que  $y+t, z+\theta$ , soient les tems entiers qui seroient ici requis pour aquerir les vitesses entières instantanées  $u=V+t, v=U+s$ , depuis zero jusqu'à elles.

La presente hypothèse donnera  $u=y+t, v=z+\theta$  ; &  $\int u dt = \int y+t \times dt, \int v d\theta = \int z+\theta \times d\theta$ , en supposant  $dy=dt, dz=d\theta$ . Mais si l'on prend  $p=y+t, \& q=z+\theta$  ; cette supposition donnant  $dp=dy+dt=2dt, \& dq=dz+d\theta=2d\theta$  ; on  $\frac{1}{2}dp=dt, \frac{1}{2}dq=d\theta$  ; l'on aura aussi  $\int y+t \times dt = \int \frac{p^2 dp}{2} = \frac{p^{n+1}}{2n+2} = \frac{y+t^{n+1}}{2n+2}$ , &  $\int z+\theta \times d\theta = \int \frac{q^2 dq}{2} = \frac{q^{n+1}}{2n+2} = \frac{z+\theta^{n+1}}{2n+2}$ . Donc  $\int u dt = \frac{y+t^{n+1}}{2n+2}$ , &  $\int v d\theta = \frac{z+\theta^{n+1}}{2n+2}$ .

Telles seroient ici les sommes de vitesses entières instantanées, qui depuis zero se seroient succedées pendant les tems totaux  $y+t, z+\theta$  : de sorte qu'en faisant  $t=0=\theta$ , & conséquemment aussi  $u=V, v=U$ , l'on auroit pareillement ici  $\int V \times dt = \frac{y^{n+1}}{2n+2}$ , &  $\int U \times d\theta = \frac{z^{n+1}}{2n+2}$ , pour les sommes de vitesses qui depuis zero jusqu'à  $V, U$ , se seroient succedées d'instant en instant pendant les tems  $y, z$ . Donc en retranchant ces sommes des précédentes, l'on aura ici  $\int u dt = \frac{y+t^{n+1} - y^{n+1}}{2n+2}$ , &

$\int v d\theta = \frac{z+\theta^{n+1} - z^{n+1}}{2n+2}$ , pour les sommes de vitesses entières instantanées  $V+t(u), U+s(v)$ , faites des vitesses initiales  $V, U$ , & des acquises  $t, s$ , pendant les tems  $t, \theta$ , lesquelles vitesses entières instantanées se seroient effectivement succedées pendant ces tems commencés à zero.

Mais l'hypothèse qu'on fait ici de  $u(V+r) = y+t^r$ ,  
 $v(U+s) = z+\theta^s$ ; & conséquemment aussi de  $V=y^r$ ,  
 $U=z^s$ ; donnant  $y+t^{r+1} = u^{\frac{n+1}{n}}$ ,  $z+\theta^{s+1} = v^{\frac{p+1}{p}}$ ,  
 $y^{r+1} = V^{\frac{n+1}{n}}$ ,  $z^{s+1} = U^{\frac{p+1}{p}}$ ; la substitution de ces va-  
 leurs dans les sommes précédentes des vitesses entières  
 instantanées  $u(V+r)$ ,  $v(U+s)$ , qui se sont succédées  
 pendant les seuls tems  $t$ ,  $\theta$ , commencés à zero, donnera

$$\text{pour ces sommes } \text{fuit} = \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{2n+2}, \text{ fuit } \theta = \frac{v^{\frac{p+1}{p}} - U^{\frac{p+1}{p}}}{2p+2}.$$

$$\text{Donc (Cor. 1. Prop. gén.) e. s. : } \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1} : \frac{v^{\frac{p+1}{p}} - U^{\frac{p+1}{p}}}{p+1}.$$

$$\text{Ce qui donne } \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{p+1}{p}} - U^{\frac{p+1}{p}}}{p+1 \times s} \text{ pour Regle}$$

générale des mouvemens commencés par des vitesses fi-  
 nies, & dont les entières instantanées  $u$ ,  $v$ , faites de ces  
 initiales  $V$ ,  $U$ , & des acquises  $r$ ,  $s$ , pendant les tems  $t$ ,  $\theta$ ,  
 seroient variées en raison des puissances des tems requis  
 pour aquerir ainsi ces sommes entières depuis zero, com-  
 me si les vitesses initiales  $V$ ,  $U$ , commençoient à zero en  
 s'accéléraut jusqu'à  $u$ ,  $v$ .

### REGLE III.

*De comparaison des mouvemens commencés par des vitesses  
 finies, & variés de manière que leurs entières instantanées,  
 faites de ces initiales & des acquises pendant les tems pro-  
 posés, suivissent les raisons des puissances quelconques des  
 tems requis pour les aquerir toutes entières, comme si les  
 initiales commençoient elles-mêmes à zero.*

$$\frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{p+1}{p}} - U^{\frac{p+1}{p}}}{p+1 \times s}.$$

Il est manifeste que le cas de  $n$ ,  $p$ , négatives, est ici  
 possible comme celui de  $n$ ,  $p$ , positives; que dans le pre-  
 mier les mouvemens seront ici retardés, & accélérés dans

le second, en commençant toujours dans l'un & dans l'autre par les vitesses initiales  $V, U$ , supposées. Ainsi cette troisième Règle a cela de conforme avec la première, qu'elle convient aux mouvemens retardés comme aux accélérés dans la raison supposée: en voici quelques exemples.

1°. Si l'on suppose  $n=1=v$ , cette Règle 3. se réduira à  $\frac{u^2-V^2}{2e} = \frac{v^2-U^2}{2e}$ ; ce qui donne encore ici  $e. e :: u^2-V^2. v^2-U^2$ . comme dans la Règle 2. nomb. 1. d'où l'on voit qu'en ce cas ces deux Règles se réduisent à la même; mais elles sont fort différentes dans les autres. Par exemple,

2°. Si l'on suppose  $n=2=v$ , la précédente Règle 3. se réduira à  $\frac{u^{\frac{3}{2}}-V^{\frac{3}{2}}}{3e} = \frac{v^{\frac{3}{2}}-U^{\frac{3}{2}}}{3e}$ ; ce qui donne ici  $e. e :: u^{\frac{3}{2}}-V^{\frac{3}{2}}. v^{\frac{3}{2}}-U^{\frac{3}{2}} :: u\sqrt{u}-V\sqrt{V}. v\sqrt{v}-U\sqrt{U}$ . Au lieu que la Règle 2. nomb. 2. y donnoit  $e. e :: u+2V \times V-u-U \times U$ . Et ainsi des autres valeurs arbitraires de  $n, v$ , à l'infini.

III. Pour ce qui est de l'hypothèse de  $V+t=s, U+t=s$ , elle seroit toujours impossible, de quelques valeurs qu'on supposât les exposans  $n, v$ . Car,

1°. Si on les fait positifs, le cas  $t=0, \theta=0$ , rendroit ici pour lors  $V+t=s, U+t=s$ ; & par conséquent  $V=s, U=s$ . Ce qui est contre l'autre hypothèse qu'on fait ici des vitesses initiales  $V, U$ , réelles & finies.

2°. Si l'on faisoit  $n, v$ , négatives, comme si elles étoient  $-n, -v$ , l'hypothèse précédente se réduiroit à  $\overline{V+t} \times t^n = 1, \overline{V+t} \times \theta^v = 1$ ; ce qui dans le cas de  $t=0, \theta=0$ , rendroit  $V, U$ , infinies; ce qui est encore contre l'autre hypothèse qu'on fait ici de ces vitesses initiales seulement finies.

IV. Il est enfin à remarquer qu'en faisant  $V=0, U=0$ , dans les deux dernières Règles 2. & 3. elles se changeront l'une & l'autre en la première où cela se trouve ainsi. Car,



1°. La Regle 2. art. 1. se changera pour lors tout d'un coup en  $\frac{u^{\frac{n}{n+1}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{\theta}{v+1}}}{v+1 \times e}$ , qui est la première, ainsi qu'on l'a déjà remarqué dans le nomb. 1. art. 1.

2°. La Regle 3. art. 2. se changera aussi pour lors en  $\frac{\frac{u^{\frac{n}{n+1}}}{n+1 \times e}}{n+1 \times e} = \frac{\frac{v^{\frac{\theta}{v+1}}}{v+1 \times e}}{v+1 \times e}$ . Mais cette hypothèse des premiè-

res vitesses  $V=0$ ,  $U=0$ , rendant aussi les tems  $y=0$ ,  $z=0$ , requis (art. 2.) pour les aquerir si elles commençoient à zero, la supposition qu'on fait de  $u=y+1$ ,  $v=z+1$  dans cette Regle 3. art. 2. se réduiroit ici à

$u=t^n$ ,  $v=\theta^v$ ; ce qui donneroit  $t=u^{\frac{1}{n}}$ ,  $\theta=v^{\frac{1}{v}}$ , &  $ut=u^{\frac{1}{n}+1}=\frac{u^{\frac{n+1}{n}}}{n}$ ,  $v\theta=v^{\frac{1}{v}+1}=\frac{v^{\frac{v+1}{v}}}{v}$ . Donc en substituant  $ut$ ,  $v\theta$ , au lieu de leurs valeurs dans la précédente équation

$\frac{\frac{u^{\frac{n}{n+1}}}{n+1 \times e}}{n+1 \times e} = \frac{\frac{v^{\frac{\theta}{v+1}}}{v+1 \times e}}{v+1 \times e}$ , en laquelle l'hypothèse de  $V=0$ ,  $U=0$ , vient de changer la Regle 3. elle se changera enfin ici en  $\frac{u^{\frac{n}{n+1}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{\theta}{v+1}}}{v+1 \times e}$ , qui est encore la première

Regle en laquelle il falloit aussi faire voir que la troisième se réduit en y supposant  $V=0$ ,  $U=0$ , comme dans cette première Regle.

3°. Puisque (nomb. 2.) la supposition présente donne  $u=t^n$ ,  $v=\theta^v$ , & conséquemment aussi  $t=u^{\frac{1}{n}}$ ,  $\theta=v^{\frac{1}{v}}$ , la substitution de ces valeurs de  $u$ ,  $v$ ,  $t$ ,  $\theta$ , dans cette première Regle  $\frac{u^{\frac{n}{n+1}}}{n+1 \times e} = \frac{v^{\frac{\theta}{v+1}}}{v+1 \times e}$ , la changeroit aussi en

$\frac{t^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e} = \frac{\theta^{\frac{v+1}{v}}}{v+1 \times e}$  déjà observée dans l'exemple de

cette première Regle, & en  $\frac{\frac{t^{\frac{n+1}{n}}}{n+1 \times e}}{n+1 \times e} = \frac{\frac{\theta^{\frac{v+1}{v}}}{v+1 \times e}}{v+1 \times e}$  qui en

seroit encore une troisième de l'hypothèse de ces deux. Là : toutes trois également déduites de la seconde & de la

troisième en y faisant  $V=0$ ,  $U=0$ , & toutes trois aussi pour la même hypothèse des vitesses entières instantanées  $u$ ,  $v$ , variées suivant les puissances  $n$ ,  $v$ , des tems écoulés  $t$ ,  $\theta$ .

4°. Il est encore manifeste que les deux dernières de ces trois Regles de la même hypothèse de  $n=1$ ,  $v=0$ , auroient pû se tirer de même de la première, & par-là on en auroit eu trois de cette même hypothèse, la première desquelles auroit compris les tems  $t$ ,  $\theta$ , avec les vitesses  $u$ ,  $v$ ; la seconde, les seuls tems; & la troisième, les seules vitesses : mais ce détail n'a pas paru nécessaire, non plus que dans les précédentes Regles 1. & 3. ni dans les suivantes, où l'on l'a aussi négligé. Ceux qui le voudront dans ces autres Regles, le pourront faire à peu près comme celui-ci.

Il est vrai qu'il y a des cas où la variété des Regles résultantes de ce détail pour une même hypothèse, en fournit quelquefois de plus commodes les unes que les autres pour certaines questions faites dans cette hypothèse. Par exemple, on a vû ci-dessus dans l'application des trois premières Regles à l'hypothèse de  $n=1$ ,  $v=0$ , c'est à dire, des vitesses en raison des tems dans la première & dans la troisième, qu'on fait d'ordinaire avec Galilée dans la chute des corps: on a vû, dis-je, que la première & la troisième de ces Regles, sont plus commodes que la seconde pour tirer de cette hypothèse le rapport des espaces parcourus que Galilée en a déduit, & plusieurs autres en différentes manières après lui : sçavoir que dans cette hypothèse les espaces parcourus depuis le commencement des chutes, doivent toujours être entr'eux comme les quarrés des tems employés à les parcourir, ou (ce qui revient au même suivant l'hypothèse) comme les quarrés des vitesses acquises à la fin de ces espaces ou de ces tems. Le détail d'où peuvent résulter de telles commodités, se fera (dis-je) dans les autres Regles à peu près de même qu'on l'a vû dans les trois premières: ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

*Voilà pour les mouvemens variés suivant les raisons directes ou réciproques des puissances des tems écoulés. Voici présentement pour ceux dont les vitesses suivroient de pareilles raisons des puissances de ce qui resteroit des tems à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenues les plus grandes ou les plus petites qu'elles puissent être.*

## R E G L E IV.

*Pour comparer entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems à écouler.*

$$\frac{V - u \times D + n^2}{n + 1 \times 2} = \frac{V - v \times \Delta + o^2}{v + 1 \times 2}.$$

Cette Regle résulte des vitesses  $u, v$ , exprimées par les équations  $u = \frac{V}{D^n} \times D - t^n$ ,  $v = \frac{U}{\Delta^n} \times \Delta - \theta^n$ , lesquelles font assez voir que lorsque  $t = D$ , &  $\theta = \Delta$ , les dernières vitesses  $u, v$ , sont les plus petites qu'elles puissent être dans le cas de  $n, v$ , positives, ou les mouvemens sont ici retardés; & les plus grandes qu'elles puissent être dans le cas de  $n, v$ , négatives, ou les mouvemens sont ici accélérés: ces dernières vitesses se trouvant nulles ou zero à la fin des durées totales  $D, \Delta$ , dans le premier cas, & infinies dans le second.

Mais ces tems totaux n'étant connus que lorsqu'on les prend pour des durées observées d'autres mouvemens de la Regle 1. accélérés dans le premier cas, ou retardés dans le second: ces tems ou durées totales  $D, \Delta$ , n'étant (dis-je) connus que dans cette hypothèse, pour les bannir de la Regle précédente, & n'y laisser que les tems partiels  $t, \theta$ , écoulés depuis les commencemens des mouvemens jusqu'aux vitesses  $u, v$ , qui se trouvent à la fin de ces tems variables: les égalités  $u = \frac{V}{D^n} \times D - t^n$ ,  $v = \frac{U}{\Delta^n} \times \Delta - \theta^n$ ,

donneront  $D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}$ , &  $\Delta = \frac{\theta \times U^{\frac{1}{n}}}{U^{\frac{1}{n}} - v^{\frac{1}{n}}}$ ; lesquelles

valeurs de  $D$ ,  $\Delta$ , substituées en leurs places dans la précédente Regle 4. la changeront en celle-ci qui sera aussi générale qu'elle.

### REGLE V.

*Pour comparer encore entr'eux les mouvemens variés suivant les puissances des tems à écoulér.*

$$\frac{t}{n+1 \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\theta}{v+1 \times e} \times \frac{V^{\frac{v+1}{v}} - u^{\frac{v+1}{v}}}{V^{\frac{1}{v}} - u^{\frac{1}{v}}}.$$

Cette Regle est encore des mouvemens retardés lorsque  $n$  &  $v$  sont positives, & accélérés lorsqu'elles sont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit tirer, en voici seulement un pour l'hypothèse de Galilée, où les retardemens uniformes des corps jettés directement en haut, donnent  $n = 1 = v$ , à cause que les vitesses ainsi retardées, y seroient en raison des tems à écoulér depuis elles jusqu'à leur entière extinction : ce cas réduisant la Regle précédente à  $\frac{t}{2e} \times \frac{V^2 - u^2}{V - u} = \frac{\theta}{2e} \times \frac{V^2 - u^2}{V - u}$ , ou à  $\frac{t}{2} \times \overline{V+u} = \frac{\theta}{2} \times \overline{V+u}$ , l'on y auroit  $e. e :: t \times \overline{V+u} . \theta \times \overline{V+u}$ . c'est à dire, les espaces ainsi parcourus par les corps  $C$ ,  $K$ , pendant les tems  $t$ ,  $\theta$ , en raison des produits de ces tems par les sommes des premières & dernières vitesses qui se trouvent au commencement & à la fin de ces mêmes tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux ces espaces seroient ici comme ces sommes de vitesses.

Il est pareillement manifeste que cette même hypothèse de  $n = 1 = v$ , donneroit ici  $t, \theta :: e \times \overline{V+u} . e \times \overline{V+u}$ . c'est à dire, les tems employés à parcourir les espaces  $e$ ,  $e$ , en raison des produits de ces espaces par les sommes réciproques des premières & des dernières vitesses qui se trouvent au commencement & à la fin de ces tems : d'où l'on voit aussi que lorsque ces espaces sont égaux, ces mê-

mes tems sont en raison réciproque de ces sommes de vitesses; & pareillement lorsque ces sommes de vitesses sont égales, les espaces parcourus sont comme les tems employés à les parcourir.

Si l'on suppose présentement que les tems  $t$ ,  $\theta$ , écoulés depuis le commencement des mouvemens, soient enfin devenus égaux aux tems ou durées totales  $D$ ,  $\Delta$ : cette hypothèse rendant non-seulement  $t=D$ , &  $\theta=\Delta$ ; mais encore

$e=L$ , &  $e=\Delta$ ; la quatrième Règle  $\frac{\sqrt{v \times D + u^2}}{n+1 \times e} = \frac{\sqrt{v \times \Delta + u^2}}{n+1 \times e}$

se changera ici en  $\frac{v \times D}{n+1 \times L} = \frac{v \times \Delta}{n+1 \times \Delta}$ , qui en fera une sixième

pareillement générale des mouvemens dont il s'agit ici, pris présentement comme complets, c'est à dire, depuis leurs commencemens jusqu'à l'entière extinction de leurs vitesses dans le cas de  $n$ ,  $v$ , positives où ils sont retardés; ou bien jusqu'à ce que leurs dernières vitesses soient devenues infinies dans le cas de  $n$ ,  $v$ , négatives où ces mouvemens seront accélérés.

#### R È G L E VI.

*Pour comparer entr'eux les précédens mouvemens retardés ou accélérés; pris présentement depuis leurs commencemens jusqu'à ce que leurs dernières vitesses soient devenues nulles ou infinies.*

$$\frac{v \times D}{n+1 \times L} = \frac{v \times \Delta}{n+1 \times \Delta}, \text{ ou } \overline{n+1} \times \Delta \times v \times D = \overline{n+1} \times L \times v \times \Delta.$$

Cette Règle est, dis-je, encore des mouvemens retardés lorsque  $n$  &  $v$  sont positives, & accélérés lorsqu'elles sont négatives.

Entre une infinité de Corollaires qu'on en pourroit encore tirer, voici seulement encore celui des mouvemens retardés dans l'hypothèse de Galilée, qu'on vient de voir (Règle 5.) donner ici  $n=1=v$ . Cela étant, il est visible que la présente Règle 6. donnera ici  $\Delta \times v \times D = L \times v \times \Delta$ ; d'où résulte,

$$1^{\circ}. L. \Delta ::$$

1°.  $L. \Delta :: V \times D. U \times \Delta$ . c'est à dire, les espaces parcourus pendant les tems totaux, comme les produits de ces tems par les premières vitesses : de sorte que ces espaces totaux seront comme les premières vitesses lorsque les tems totaux seront égaux, & comme ces tems totaux lorsque les premières vitesses seront égales.

2°.  $V. U :: L \times \Delta. \Delta \times D :: \frac{L}{D}. \frac{\Delta}{\Delta}$ . c'est à dire, les premières vitesses comme les quotiens des espaces totaux, ou parcourus pendant les tems totaux, divisés par ces mêmes tems : de sorte que ces vitesses premières seront comme ces espaces lorsque les tems totaux seront égaux ; & en raison réciproque de ces tems, lorsque les espaces parcourus pendant ces tems seront égaux entr'eux.

3°.  $D. \Delta :: L \times U. \Delta \times V :: \frac{L}{V}. \frac{\Delta}{U}$ . c'est à dire, les tems totaux comme les quotiens des espaces parcourus pendant ces tems, divisés par les premières vitesses : de sorte que ces vitesses étant égales, les tems totaux seront comme les espaces parcourus pendant ces tems ; & lorsque ces espaces seront égaux, les tems totaux seront en raison réciproque des premières vitesses.

*Voilà pour les mouvemens variés dont les vitesses suivroient les raisons directes ou réciproques des tems à écouler depuis elles jusqu'à ce qu'elles fussent devenuës les plus petites ou les plus grandes qu'elles puissent être. On a aussi vu dans la Regle 1. & dans le nomb. 3. de l'art. 4. qui suit la Regle 3. tout ce qui concerne les mouvemens variés dont les vitesses suivroient les raisons directes ou réciproques des puissances des tems écoulés depuis leurs commencemens jusqu'à elles. On a, dis-je, trouvé dans les six Regles précédentes la manière de comparer entr'eux, à volonté, les mouvemens variés de chacune. Voici présentement pour comparer aussi à volonté un des mouvemens variés de la première Regle avec un de ceux des Regles 4. 5. & 6. lesquelles se trouveront encore dans la seconde des Remarques qui suivent le treizième Regle.*

## REGLE VII.

*Pour comparer les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés de la Regle 1. avec les variés suivant les puissances des tems à écouler de la Regle 4.*

$$\frac{n^r}{n+1 \times o} = \frac{v - v \times \Delta + v \theta}{v+1 \times o}.$$

Cette Regle résulte des vitesses  $n, v$ , exprimées par les équations  $n = v^r$ , &  $v = \frac{v}{\Delta^r} \times \Delta - \theta^r$ , dont la première exprime un mouvement accéléré du corps  $C$ , & la seconde un retardé du corps  $K$ , lorsque les exposans  $n$  &  $v$  sont tous deux positifs, comme ici; mais lorsqu'ils sont tous deux négatifs, c'est au contraire le mouvement du corps  $C$  qui est retardé, & celui du corps  $K$  qui est accéléré. Si un de ces exposans est positif, & l'autre négatif, ces mouvemens seront tous deux accélérés, ou tous deux retardés: accélérés l'un & l'autre, si  $n$  est positive, &  $v$  négative; ou retardés l'un & l'autre, si  $n$  est négative, &  $v$  positive.

Il est encore manifeste par la seconde des équations précédentes, que lorsque  $\theta = \Delta$ , les dernières vitesses ( $v$ ) du corps  $K$ , sont les plus petites qu'elles puissent être dans le cas de  $v$  positive, & les plus grandes qu'elles puissent être dans le cas de  $v$  négative.

Si l'on veut présentement chasser le tems total  $\Delta$  de la Regle précédente, l'équation  $v = \frac{v}{\Delta^r} \times \Delta - \theta^r$  donnant

$$\Delta = \frac{\theta \times v^{\frac{1}{r}}}{v^{\frac{1}{r}} - v^{\frac{1}{r}}}, \text{ cette Regle se changera ici en une autre}$$

$$\frac{n^r}{n+1 \times o} = \frac{\theta}{v+1 \times o} \times \frac{v^{\frac{r+1}{r}} - v^{\frac{r+1}{r}}}{v^{\frac{1}{r}} - v^{\frac{1}{r}}}, \text{ qui sera aussi générale qu'elle.}$$

## REGLE VIII.

*Pour comparer encore les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, avec les variés suivant les puissances des tems à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 7.*

$$\frac{n^2}{n+1 \times e} = \frac{\theta}{n+1 \times e} \times \frac{U^{\frac{n+1}{n}} - v^{\frac{n+1}{n}}}{U^{\frac{1}{n}} - v^{\frac{1}{n}}}.$$

Ces mouvemens seront encore accélérés ou retardés selon que  $n$  &  $v$  y seront positives ou négatives, ainsi que dans la précédente Regle 7.

Entre une infinité de Corollaires qu'on peut tirer de celle-ci, en voici seulement un pour l'hypothèse de Galilée, où les accélérations uniformes des corps qui tombent en lignes droites, & les retardemens pareillement uniformes des corps jettés en haut suivant les mêmes lignes, donnent  $n=1=v$ , à cause que les vitesses en tombant y seroient en raison des tems écoulés depuis le commencement des chutes jusqu'à ces vitesses, & celles des corps en montant y seroient en raison des tems à écouler depuis elles jusqu'à leur entière extinction: ce cas réduisant la Regle précédente à  $\frac{n^2}{2e} = \frac{\theta}{2e} \times \frac{v^2 - v^2}{v - v} = \frac{\theta}{2e} \times \overline{U - +v}$ ,

l'on y auroit  $e. e. : n^2. \theta \times \overline{U - +v}$ . c'est à dire, les espaces ainsi parcourus par les corps  $C, K$ , pendant les tems  $t, \theta$ , en raison du produit du premier ( $t$ ) de ces tems par la vitesse ( $n$ ) du corps  $C$  acquise pendant ce tems, au produit du second tems ( $\theta$ ) par la somme ( $U - +v$ ) de la première & de la dernière vitesse dont le corps  $K$  se meut au commencement & à la fin de ce tems. D'où l'on voit qu'en tems égaux l'espace ( $e$ ) parcouru d'un mouvement accéléré par le corps  $C$ , seroit à l'espace ( $e$ ) parcouru d'un mouvement retardé par le corps  $K$ , comme la dernière vitesse ( $n$ ) du corps  $C$ , à la somme ( $U - +v$ ) de la première & de la dernière vitesse du corps  $K$ .



Il est pareillement manifeste que cette même hypothèse de  $n=1=v$ , donneroit ici  $t. \theta :: e \times \overline{U} + v. en$ . c'est à dire, les tems employés à parcourir les espaces  $e, e$ , par les corps  $C, K$ , en raison du produit du premier de ces espaces par la somme des vitesses première & dernière du corps  $K$ , au produit du second de ces mêmes espaces par la dernière vitesse du corps  $C$ . D'où l'on voit aussi que lorsque ces espaces sont égaux, les tems employés à les parcourir par les corps  $C, K$ , sont en raison réciproque de la dernière des vitesses du premier de ces corps, à la somme faite de la première & de la dernière vitesse du second ; & pareillement que lorsque cette somme de vitesses du corps  $K$ , est égale à la dernière vitesse du corps  $C$ , les espaces parcourus par ces corps, sont comme les tems employés à les parcourir.

Il est encore à remarquer que lorsque la dernière vitesse ( $v$ ) du corps  $K$  est devenuë nulle ou infinie, ayant alors  $\theta = \Delta$ , &  $e = \Lambda$ , la septième Règle  $\frac{nt}{n+1 \times e} = \frac{\overline{v \times \Delta} + v\theta}{v+1 \times v}$ , se changera pour lors en  $\frac{nt}{n+1 \times e} = \frac{v \times \Delta}{v+1 \times \Lambda}$ , qui en sera une neuvième générale des mouvemens dont il s'agit ici, en prenant celui du corps  $C$  comme l'on voudra, & celui du corps  $K$  comme complet, c'est à dire, depuis son commencement jusqu'à l'entière extinction de sa vitesse dans le cas de  $v$  positive où il est retardé, ou bien jusqu'à ce que sa dernière vitesse soit devenuë infinie dans le cas de  $v$  négative où ce mouvement seroit accéléré.

## RÈGLE IX.

*Pour comparer les mouvemens variés suivant les puissances des tems écoulés, avec les variés suivant les puissances des tems à écouler pris presentement depuis leur commencement jusqu'à ce que leurs dernières vitesses soient devenuës nulles ou infinies.*

$$\frac{nt}{n+1 \times e} = \frac{v \times \Delta}{v+1 \times \Lambda}, \text{ ou } \overline{v-1 \times \Delta} \times nt = \overline{n-1 \times e} \times v \times \Delta$$

Cette Règle est encore des mouvemens accélérés ou retardés selon que  $n$  &  $v$  y seront positives ou négatives, comme dans les Règles 7. & 8.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit encore tirer de celle-ci, en voici seulement encore un dans l'hypothèse de Galilée, qu'on vient de voir (*Règle 8.*) donner ici  $n=1=v$ . Cela étant, il est visible que la présente Règle 9. donnera ici  $\Lambda \times ut = e \times U \times \Delta$ , d'où résulte,

1°.  $e. \Lambda :: ut. U \times \Delta$ . C'est à dire, l'espace parcouru par le corps  $C$  d'un mouvement accéléré, à l'espace parcouru par le corps  $K$  d'un mouvement retardé jusqu'à l'extinction de sa vitesse, comme le produit de la dernière vitesse du corps  $C$  par le tems employé à l'acquies, au produit de la première du corps  $K$  par le tems total employé jusqu'à l'entière extinction de cette vitesse. De sorte que si ces tems  $t, \Delta$ , sont égaux, les espaces  $e, \Lambda$ , parcourus par les corps  $C, K$ , seront entr'eux comme la dernière vitesse du premier de ces corps, à la première du second.

2°.  $t. \Delta :: e \times U. \Lambda \times u$ . C'est à dire, les tems précédens entr'eux comme les produits des espaces parcourus pendant ces tems, multipliés par les vitesses précédentes réciproquement prises. De sorte que ces vitesses seront comme ces espaces lorsque les tems précédens seront égaux; & en raison réciproque de ces tems lorsque les espaces seront égaux entr'eux.

3°.  $u. U :: e \times \Delta. \Lambda \times t$ . C'est à dire, la dernière vitesse du mouvement accéléré du corps  $C$ , à la première du retardé du corps  $K$ , en raison composée de la directe des espaces parcourus par ces corps, & de la réciproque des tems qu'ils y ont employés, celui du corps  $K$  allant jusqu'à l'entière extinction de la sienne. De sorte que ces vitesses (dernière du corps  $C$ , & première du corps  $K$ ) seront comme ces espaces lorsque ces tems seront égaux; & en raison réciproque de ces tems, lorsque ces espaces seront égaux entr'eux.

4°. Enfin l'on aura  $e=\Lambda$ , lorsque  $u=U$ , &  $t=\Delta$ , c'est

à dire que lorsque la dernière vitesse du corps C sera égale à la première du corps K, & la durée du mouvement accéléré du premier de ces corps, pareillement égale au tems total du mouvement retardé du second jusqu'à l'entière extinction de sa vitesse; les espaces ainsi parcourus par ces corps seront alors égaux entr'eux. D'où l'on voit que dans la présente hypothèse de Galilée, si un corps tombé de quelque hauteur que ce soit en vertu de sa seule pesanteur, est rejeté en haut suivant la même ligne, & avec la vitesse qu'il avoit acquise à la fin de sa chute, il remontera précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, dans un tems précisément égal à celui qu'il avoit mis à tomber, à la fin duquel tems sa vitesse d'ascension étant éteinte, il retombera comme auparavant. Ce qui s'accorde avec ce que Galilée en a dit dans le Scholie de la Prop. 23. de son *Traité De motu naturaliter accelerato*.

*Voilà, ce me semble, assez d'exemples de ce que les Corollaires 1. & 2. de la Proposition générale sont capables de donner pour la comparaison des mouvemens variés à volonté, avec d'autres variés aussi de la même ou de telle autre manière qu'on voudra. Voici aussi quelque chose de ce que son Corol. 3. peut donner de même pour la comparaison des mouvemens variés avec les uniformes, en supposant presentement le corps K mû d'un mouvement uniforme quelconque, & le corps C mû encore d'un mouvement varié suivant une puissance aussi quelconque des tems. Les Regles s'en trouveront encore à la manière des exemples précédens, aussi-bien que pour toute autre variation des vitesses du corps C, réglée sur telle autre affëction des tems qu'on voudra: Les quatre suivantes suffiront, en y supposant toujours les noms généraux qui précèdent la première Regle.*

#### REGLE X.

*Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems écoulés.*

$$\frac{ut}{n+1 \times s} = \frac{v\theta}{s}, \text{ ou } ut = \overline{n+1} \times v\theta.$$

Les mouvemens variés du corps C dans cette Regle,

dans laquelle on lui suppose  $u = t^n$ , sont accélérés lorsque  $n$  est positive, & des retardés lorsque  $n$  est négative.

Elle donne d'abord 
$$\left\{ \begin{array}{l} u, v :: \overline{n+1} \times e \theta. et :: \frac{\overline{n+1} \times e}{t}. \frac{e}{\theta}. \\ t, \theta :: \overline{n+1} \times e v. eu :: \frac{\overline{n+1} \times e}{n}. \frac{e}{v}. \\ e, e :: ut. \overline{n+1} \times v \theta. \end{array} \right.$$

Ce sont-là, dis-je, autant de Corollaires généraux de la Règle dont il s'agit ici : en voici présentement l'application à quelques hypothèses.

1°. Si  $u = v$ , l'on aura  $t, \theta :: \overline{n+1} \times e. e.$  ou  $e, e :: t. \overline{n+1} \times \theta.$

2°. Si  $t = \theta$ , l'on aura  $u, v :: \overline{n+1} \times e. e.$  ou  $e, e :: u. \overline{n+1} \times v.$

3°. Si  $e = e$ , l'on aura  $u, v :: \overline{n+1} \times \theta. t.$  ou  $t, \theta :: \overline{n+1} \times v. u.$

4°. Si  $u = v$ , &  $t = \theta$ , l'on aura  $\overline{n+1} \times e = e.$

5°. Si  $u = v$ , &  $e = e$ , l'on aura  $t = \overline{n+1} \times \theta.$

6°. Si  $t = \theta$ , &  $e = e$ , l'on aura  $u = \overline{n+1} \times v.$

7°. Si  $u, v :: e. e.$  l'on aura  $t = \overline{n+1} \times \theta.$

8°. Si  $t, \theta :: e. e.$  l'on aura  $u = \overline{n+1} \times v.$

9°. Si  $u, v :: \theta. t.$  l'on aura  $\overline{n+1} \times e = e.$

10°. Si  $u, v :: t, \theta.$   $\left\{ \begin{array}{l} e, e :: uu. \overline{n+1} \times vv :: tt. \overline{n+1} \times \theta\theta. \\ u, v :: \sqrt{\overline{n+1} \times e}. \sqrt{e} :: t, \theta. \end{array} \right.$

11°. Si  $u, v :: e, e.$   $\left\{ \begin{array}{l} t, \theta :: \overline{n+1} \times uv. uu :: \overline{n+1} \times ee. ee. \\ u, v :: \sqrt{\overline{n+1} \times \theta}. \sqrt{t} :: e, e. \end{array} \right.$

12°. Si  $t, \theta :: e, e.$   $\left\{ \begin{array}{l} u, v :: \overline{n+1} \times \theta\theta. tt :: \overline{n+1} \times ee. ee. \\ t, \theta :: \sqrt{\overline{n+1} \times v}. \sqrt{u} :: e, e. \end{array} \right.$

Réciproquement si toutes ces égalités ou Analogies conclues des supposées depuis le nomb. 1. jusqu'au nomb. 12. sont vraies, les supposées le sont aussi.

*J'apperois en corrigeant cette épreuve, que les suppositions des nomb. 4. 5. & 6. ne sont que des cas de celles qui les suivent ; ainsi on les peut passer, l'Imprimeur ne me permettant pas d'en substituer d'autres pour en remplir la place.*

Il est à remarquer que la Regle générale qui vient de donner toutes ces particulières, en pourroit encore donner plusieurs autres pareillement conformes à tout ce qu'on y peut encore faire d'autres hypothèses touchant les rapports de celles qu'on voudra des choses que cette Regle générale contient ; & tout cela sans toucher encore à la généralité de l'exposant  $n$ . De sorte que si on le veut détailler, chacune des Regles précédentes en fournira encore une infinité d'autres selon les différentes valeurs qu'on peut donner sans fin à ce nombre  $n$ .

Par exemple, la Regle  $n-1 \times e = e$  du nomb. 4. dans laquelle on suppose que la vitesse uniforme & constante  $v$  du corps  $K$ , est égale à la dernière des accélérées  $u$  du corps  $C$ , & les tems  $t, \theta$ , des mouvemens de ces corps, aussi égaux entr'eux ; si l'on y détermine de plus l'exposant  $n$  des puissances des tems du corps  $C$ , suivant lesquelles les vitesses ( $u$ ) de ce corps s'augmentent, cette Regle fournira encore les suivantes.

1°. Si  $n=1$ , comme dans l'hypothèse de Galilée, où les vitesses des mouvemens accélérés suivent la raison des tems employés à les aquerir ; la précédente Regle  $n-1 \times e = e$  donnera ici  $2e = e$ , ou  $e = \frac{1}{2}e$  : c'est à dire que l'espace ( $e$ ) parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, sera seulement la moitié de celui ( $e$ ) qui seroit parcouru en même tems, ou dans un tems égal, d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées, ainsi que Galilée l'a dit dans la Prop. 1. de son Traité *De motu naturaliter accelerato*.

2°. Si  $n=2$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses ( $u$ ) qui croîtroient dans la raison des quarrés des tems ( $t$ ) employés à les aquerir ; la Regle précédente  $n-1 \times e = e$ , donneroit  $3e = e$ , ou  $e = \frac{1}{3}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit seulement le tiers de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées.

3°. Si

3°. Si  $n=3$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les cubes des tems employés à les aquerir ; la Regle précédente donneroit de même  $4e=e$ , ou  $e=\frac{1}{4}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit seulement le quart de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées.

4°. Si  $n=4$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les quatrièmes puissances des tems employés à les aquerir ; la Regle précédente  $\overline{n-1} \times e=e$ , donneroit ici  $5e=e$ , ou  $e=\frac{1}{5}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit seulement la cinquième partie de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées. Et ainsi à l'infini de toutes les valeurs entières positives qu'on peut donner sans fin au nombre indéterminé  $n$ .

5°. Si l'on suppose presentement  $n=\frac{1}{2}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les racines quarrées des tems employés à les aquerir ; la Regle précédente  $\overline{n-1} \times e=e$ , donneroit ici  $\frac{1}{2}\overline{-1} \times e=e$ , ou  $e=\frac{2}{3}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit les deux tiers de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées.

6°. Si  $n=\frac{1}{3}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les racines cubiques des tems employés à les aquerir ; la précédente Regle  $\overline{n-1} \times e=e$ , donneroit aussi  $\frac{1}{3}\overline{-1} \times e=e$ , ou  $e=\frac{3}{4}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit les trois quarts de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées.

7°. Si  $n=\frac{1}{4}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les racines quatrièmes ou quarrées-quarrées de tems employés à les aquerir ; la précédente Regle  $\overline{n-1} \times e=e$ , donneroit de même  $\frac{1}{4}\overline{-1} \times e=e$ ,

ou  $e = \frac{1}{2}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit égal à quatre cinquièmes de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées.

8°. Si  $n = \frac{1}{2}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses qui croîtroient comme les racines cinquièmes des tems employées à les aquerir ; la précédente Regle  $n + 1 \times e = e$ , donneroit encore ici de même  $\frac{1}{2} + 1 \times e = e$ , ou  $e = \frac{1}{2}e$  : c'est à dire qu'en ce cas l'espace parcouru d'un mouvement ainsi accéléré, seroit égal à cinq sixièmes de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées. Et ainsi de toutes les autres valeurs rompuës & positives qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé  $n$ .

*Voilà pour la comparaison des mouvemens uniformes ( $v = 0^\circ = 1$ ) avec les accélérés dont les vitesses ( $v = t^n$ ) suivroient telles puissances des tems, qu'on voudroit exprimer par  $n$  positive, soit qu'on prit cet exposant des tems pour un nombre entier ou rompu. Voions presentement aussi quelque chose de ce que cette comparaison donnera lorsque  $n$  sera négative, & changera par-là le mouvement accéléré du corps  $C$  en mouvement retardé, l'équation parabolique  $v = t^n$  se changeant pour lors en l'hyperbolique  $v = t^{-n}$  ou  $v = \frac{1}{t^n}$ , qui rend toujours les vitesses initiales ( $v$ ) infinies, & ne les réduit à zero qu'après un tems infini.*

Mais parceque l'espace  $e$  parcouru par le corps  $C$ , pendant le tems  $t$ , d'un mouvement ainsi retardé suivant la raison réciproque des puissances  $t^n$  des tems, seroit infini ou contradictoire pendant quelque tems fini que ce fût, si l'exposant  $n$  étoit un nombre entier ou une fraction plus grande que l'unité ; nous ne prendrons plus cet exposant que pour une fraction négative moindre que l'unité dans la Regle  $n + 1 \times e = e$  dont il s'agit ici ; & même seulement pour en faire voir la fécondité, les vitesses initiales que  $n$  négative y exige infinies, étant trop au-dessus de la nature.

9°. Soit donc presentement  $n = -\frac{1}{2}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses  $v$  du corps  $C$ , décroissantes suivant la raison réciproque des racines quarrées des

tems employés à leur décroissement ; la Regle précédente  $\overline{n-1} \times e = e$ , donneroit pareillement ici  $\overline{-\frac{1}{2}-1} \times e = e$ , ou  $e = 2e$  ; ce qui feroit voir qu'en ce cas l'espace ( $e$ ) parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit double de l'espace ( $e$ ) parcouru pendant un même tems quelconque d'une vitesse uniforme égale à la dernière des diminuées.

10°. Si  $n = -\frac{1}{3}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes suivant la raison réciproque des racines cubiques des tems employés à leur décroissement ; la précédente Regle  $\overline{n-1} \times e = e$ , donneroit ici  $\overline{1-\frac{1}{3}} \times e = e$ , ou  $2e = 3e$  : c'est à dire qu'en ce cas le double de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au triple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des diminuées.

11°. Si  $n = -\frac{1}{4}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes en raison réciproque des quatrièmes racines des tems employés à leur décroissement ; la précédente Regle  $\overline{n-1} \times e = e$ , donneroit  $\overline{1-\frac{1}{4}} \times e = e$ , ou  $3e = 4e$  : c'est à dire qu'en ce cas le triple de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au quadruple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des diminuées.

12°. Si  $n = -\frac{1}{5}$ , ainsi qu'il arriveroit dans le cas des vitesses décroissantes en raison réciproque des cinquièmes racines des tems employés à leur décroissement ; la précédente Regle  $\overline{n-1} \times e = e$ , donneroit  $\overline{1-\frac{1}{5}} \times e = e$ , ou  $4e = 5e$  : c'est à dire qu'en ce cas le quadruple de l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé, seroit égal au quintuple de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la dernière des diminuées. Et ainsi de toutes les autres valeurs négatives rompuës moindres que l'unité, qu'on peut donner à l'infini au nombre indéterminé  $n$ .

*Ce détail de la Regle du nomb. 4. qui précède la presente Remarque, fait voir assez comment chacune des autres Regles tirées de la dixième générale qui les précède, en peut donner*



de même une infinité d'autres selon les différentes valeurs qu'on peut donner sans fin au nombre indéterminé  $n$ , ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage. Nous n'avons détaillé cette Regle du nomb. 4. qui précède la presente Remarque, préféra- blement aux autres, que pour faire voir qu'outre la Prop. 1. du Traité De motu naturaliter accelerato de Galilée, la double hypothèse des tems égaux, & des dernières vitesses aussi égales entr'elles, que cet Auteur fait dans cette Proposition, nous en pourroit encore donner une infinité d'autres par le moyen de cette seule Regle, qui pour cela n'exige pas même cette dou- ble hypothèse de  $u=u$  & de  $t=\theta$ , la simple de  $u.v::\theta.t.$  suf- fisant pour en conclure les mêmes choses avec plusieurs autres que cette double hypothèse de Galilée ne donneroit pas.

## REGLE XI.

Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler.

$$\frac{V-u \times D + ut}{n+1 \times e} = \frac{v\theta}{e}.$$

Cette Regle résulte de la vitesse uniforme ou constante  $v$  du corps  $K$  pendant le tems  $\theta$ , & de celle du corps  $C$  exprimée par l'équation  $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^n$ , laquelle fait assez voir que lorsque  $t=D$ , la dernière vitesse  $u$  de ce corps, est la plus petite qu'elle puisse être dans le cas de  $n$  positive, où son mouvement seroit retardé; & la plus grande qu'elle puisse être dans le cas de  $n$  négative, où le mouvement de ce corps  $C$ , seroit accéléré: cette dernière vitesse  $u$  se trouvant nulle ou zero à la fin du tems total  $D$  du mou- vement de ce corps dans le premier cas, & infinie dans le second. Mais ce tems total  $D$  n'étant connu que de la manière qu'il a été marqué à la suite de la Regle 4. si on le veut banir de celle-ci, & n'y laisser que les tems partiels  $t$ ,  $\theta$ , écoulés depuis le commencement des mouvemens jusqu'à tels instans qu'on voudra, l'équation

$$u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^n \text{ donnant } D = \frac{t \times V^{\frac{1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}}, \text{ la substitution}$$

de cette valeur de  $D$  dans la Regle précédente la changera en celle-ci qui sera aussi générale qu'elle.

## R E G L E X I I.

*Pour comparer encore les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler, ainsi que dans la précédente Regle 11.*

$$\frac{t}{n+1 \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{v\theta}{e}.$$

Le mouvement varié du corps  $C$ , est encore ici retardé lorsque  $n$  est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, comme dans la précédente Regle 11. Et si l'on prend presentement le tems écoulé ( $t$ ) pour la durée entière ( $D$ ) de tout le mouvement varié du corps  $C$ , jusqu'à la plus grande ou moindre vitesse possible; cette hypothèse donnant  $t = D$ , &  $e = L$ , elle changera encore la Regle 11. en celle-ci.

## R E G L E X I I I.

*Pour comparer les mouvemens uniformes avec les variés suivant les puissances des tems à écouler pris presentement depuis leur commencement jusqu'à leurs plus grandes ou moindres vitesses possibles.*

$$\frac{V \times D}{n+1 \times L} = \frac{v\theta}{e}, \text{ ou } V \times D \times e = \overline{n+1} \times v\theta \times L.$$

Le mouvement varié du corps  $C$ , est encore ici retardé lorsque  $n$  est positive, & accéléré lorsqu'elle est négative, ainsi que dans les précédentes Regles 11. & 12.

Entre une infinité de Corollaires qu'on pourroit tirer de celle-ci à la manière de ceux qu'on a tiré de la dixième, en voici seulement un : C'est que si l'on suppose  $V = v$ , &  $D = \theta$ , elle donnera  $e = \overline{n+1} \times L$ , c'est à dire qu'en ce cas l'espace ( $e$ ) parcouru de vitesse uniforme égale à la première des variées, comme ci-dessus (Reg. 11. & 12.) sera à l'espace ( $L$ ) parcouru de ce mouvement varié jusqu'à la plus grande ou moindre vitesse

possible ::  $n \rightarrow 1$ . 1. De sorte que si l'on suppose de plus  $n=1$ , ainsi qu'il doit arriver lorsque ce mouvement varié est uniformément retardé, comme dans l'hypothèse de Galilée, où les vitesses d'un corps jetté directement en haut décroissent en raison des tems à employer jusqu'à leur entière extinction, c'est à dire, dans la raison que croissent celles qu'il aquieroit en raison des mêmes tems employés à tomber le long de la même ligne d'une hauteur propre à lui donner à la fin de cette ligne la même vitesse qu'il y avoit en partant de bas en haut; l'on auroit  $e. Z :: 2. 1.$  ou  $e = 2Z$ . D'où l'on voit que dans cette hypothèse de Galilée, l'espace parcouru d'un mouvement uniformément retardé jusqu'à zero, ne seroit que la moitié de celui qui seroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la première des retardées.

On a vû dans le nomb. 1. de la Remarque qui suit la Regle 10. que dans cette même hypothèse de Galilée, l'espace parcouru d'une vitesse uniforme égale à la dernière des accélérées d'une chute faite en vertu de la seule pesanteur, dans un tems égal à celui du mouvement uniforme, seroit aussi double de ce qu'il y en auroit de parcouru dans cette chute. Donc en supposant les tems & les vitesses uniformes égales de part & d'autre, l'on aura pareillement l'espace parcouru d'un mouvement uniformément accéléré en descendant, égal à celui qui seroit parcouru en même tems suivant la même ligne en remontant avec des vitesses uniformément retardées, dont la première seroit égale à la dernière des accélérées. D'où l'on voit que suivant l'hypothèse de Galilée un corps tombé en ligne droite, & ensuite jetté en haut suivant la même ligne d'une vitesse égale à la dernière de celles qu'il avoit acquises en tombant, remonteroit précisément à la même hauteur d'où il étoit tombé, & dans un tems égal à celui de sa chute, sa vitesse d'ascension s'éteignant précisément au point où il avoit commencé de tomber. D'où l'on voit aussi que dans cette hypothèse de Galilée, un corps jetté directement en haut emploieroit à re-

tomber un tems précisément égal à celui qu'il auroit mis à monter, & qu'il auroit à chaque point en retombant la même vitesse qu'il y avoit en montant, ainsi qu'on l'a déjà conclu de la Regle 9. nomb. 4.

## REMARQUE I.

Il est encore à remarquer que si dans les trois Regles précédentes 11. 12. & 13. lesquelles sont  $\frac{V - u \times D + ut}{n + 1 \times e} = \frac{v\theta}{e}$ ,

$$\frac{t}{n + 1 \times e} \times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{v\theta}{e}, \text{ \& } \frac{V \times D}{n + 1 \times L} = \frac{v\theta}{e}, \text{ on}$$

suppose le corps  $C$  égal au corps  $K$ , ou que c'est le même de part & d'autre; & qu'on y prenne  $v, U, \theta, \Delta, e, \Lambda, v$ , au lieu de  $u, V, t, D, e, L, n$ , suivant les noms généraux, comme pour comparer le mouvement uniforme du corps  $K$ , avec un mouvement varié de ce même corps suivant les puissances  $v$  des tems à écouler jusqu'à la plus grande ou moindre vitesse possible; l'équation  $u = \frac{V}{D^n} \times D - t$ ,

qui avec  $v = \theta = 1$ , a donné ces trois Regles, se changeant alors en  $v = \frac{U}{\Delta^v} \times \Delta - \theta$ , ces mêmes Regles se changeront aussi

$$\text{pour lors en ces trois-ci: } \frac{U - v \times \Delta + v\theta}{v + 1 \times e} = \frac{v\theta}{e}, \frac{\theta}{v + 1 \times e}$$

$$\times \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}} = \frac{v\theta}{e}, \text{ \& } \frac{U \times \Delta}{v + 1 \times \Lambda} = \frac{v\theta}{e}, \text{ lesquelles com-}$$

parées par ordre avec celles-là, donneront encore ces

$$\text{trois-ci: } \frac{V - u \times D + ut}{n + 1 \times e} = \frac{U - v \times \Delta + v\theta}{v + 1 \times e}, \frac{t}{n + 1 \times e}$$

$$\times \frac{V^{\frac{n+1}{n}} - u^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{1}{n}} - u^{\frac{1}{n}}} = \frac{\theta}{v + 1 \times e} \times \frac{U^{\frac{v+1}{v}} - v^{\frac{v+1}{v}}}{U^{\frac{1}{v}} - v^{\frac{1}{v}}}, \text{ \& } \frac{V \times D}{n + 1 \times L}$$

$$= \frac{U \times \Delta}{v + 1 \times \Lambda}, \text{ qui sont les mêmes que les 4. 5. 6. \& pour}$$

les mêmes usages.

*Voilà, ce me semble, assez d'exemples pour faire sentir l'usage immense de la Proposition générale qui les précède. Nous n'y avons pris les vitesses que suivant les affections des tems, quoique cette Proposition pût aussi s'appliquer aux hypothèses où ces vitesses seroient supposées suivre les affections des espaces parcourus ou à parcourir, si ces hypothèses étoient possibles: C'est ce que nous examinerons quelque jour. En attendant voici comment cette même Proposition générale donne encore les Regles des mouvemens accélérés, qui se trouvent dans les Mémoires de 1693. pag. 95.*

## REMARQUE II. \*

Outre les noms précédens soient  $m, \mu$ , les masses des corps  $C, K$ ; &  $f, \phi$ , les premières forces qui en commencent les mouvemens, telles que sont les pesanteurs dans les corps graves. Soit de plus  $f. \phi :: bm. \beta\mu$ . quel que soit le raport de  $b$  à  $\beta$ : l'on aura  $f\beta\mu = \phi bm$ . Donc en multipliant cette égalité par celle  $e \times \int u dt = e \times \int u d\theta$  qui résulte de l'Analogie  $\int u dt : \int u d\theta :: e. e$ . démontrée dans la Proposition générale, Corol. 1. l'on aura pareillement  $f\beta\mu e \times \int u dt = \phi bme \times \int u d\theta$ . pour Regle générale d'où se tire celles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Pour le voir, soit présentement  $b = \beta$ ; qu'au lieu de  $t, \theta$ , on prenne en général  $x, y$ , pour les abscisses des axes de Courbes quelconques dont les vitesses  $u, v$ , soient les ordonnées; & qu'on suppose  $u. v :: x^n. y^n$ . au lieu de  $u. v :: t^n. \theta^n$ . Et par conséquent aussi  $\int u dt. \int u d\theta :: x^{n+1}. y^{n+1}$ . quelles que soient les variables  $x, y$ , substituées au lieu de  $t, \theta$ ; la Regle qu'on vient de trouver, se changera ici en  $me\phi y^{n+1} = \mu ef x^{n+1}$ , laquelle est la première des deux Regles des Mem. de 1693. pag. 95. où l'on appelloit  $e, g, f, h, r, s, x, z, v, y, p$ , ce qu'on appelle ici  $m, \mu, e, e, f, \phi, u, v, x, y, n$ .

Si l'on considère de plus que la supposition qu'on fait ici de  $b = \beta$  dans l'équation  $f\beta\mu = \phi bm$  qui se trouve au commencement de cette Remarque-ci, rend pareillement  $f\mu = \phi m$ , la dernière Regle qu'on vient de tirer de la générale

générale qui la précède se changera pareillement en  $ey^{n+1} = ex^{n+1}$  : d'où résulte  $ey. ex :: x^n. y^n$  (*hyp.*) ::  $u, v$ . Et la substitution de  $u, v$ , au lieu de  $ey, ex$ , dans cette dernière Regle, la changera de même en  $um\phi y^n = v\mu f x^n$  qui sera aussi la seconde des deux Regles des Mémoires de 1693. pag. 95.

Il est pourtant à remarquer que l'égalité  $ex\,s\,u\,d\,t = ex\,s\,u\,d\,\theta$  résultante de la Proposition générale, pouvant subsister seule, & sans être multipliée par la supposée  $f\beta\mu = \phi b m$ , cette multiplication y est purement arbitraire, & ce d'autant plus qu'elle pourroit également donner  $f\beta\mu ex\,s\,u\,d\,\theta = \phi b m ex\,s\,u\,d\,t$ , &  $f\beta\mu ex\,s\,u\,d\,t = \phi b m ex\,s\,u\,d\,\theta$  : c'est pour cela qu'on ne s'en est point servi dans ce Mémoire. Il ne faut cependant pas dire que l'introduction des masses  $m, \mu$ , & des pesanteurs ou forces vives  $f, \phi$ , des corps mûs, soit pareillement arbitraire dans toutes les Regles de leurs mouvemens : elle est indispensable dès qu'on n'y fait aucun usage de leurs vitesses, par exemple dans celle-ci  $m ex\,s\,\phi\,d\,\theta = \mu ex\,f\,f\,d\,t$  qui est pour des mouvemens quelconques ; & même dans celle-ci  $m\mu\phi = \mu\mu f$  qui est pour des mouvemens uniformes, dont  $f, \phi$ , ne sont forces vives qu'aux premiers instans, quoiqu'on y fasse mention des vitesses, quelles qu'elles soient.

## REMARQUE III.

Il est aussi à remarquer qu'en faisant  $v=0, U=v, \Delta=0$ , &  $\Lambda=0$ , dans les Regles 1. 4. 6. elles donneront immédiatement les 10. 11. 13. La seconde Regle en donnera de même une quatorzième  $\frac{n \times v + u}{n+1} \times \frac{t}{t} = \frac{v\theta}{t}$ , laquelle sera des mouvemens uniformes du corps  $K$ , à comparer avec les variés du corps  $C$ , commencés par des vitesses finies dont les seules augmentations suivissent les puissances des tems écoulés, comme dans cette Regle 2.

Et si l'on vouloit, comme dans la Regle 3. que les vitesses entières du corps  $C$ , faites de chaque initiale finie & de ses augmentations, suivissent les puissances des tems qui seroient requis pour aquerir ces sommes de vitesses si

266 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
elles commençoient à zero, l'on auroit encore une quin.

zième Regle  $\frac{t}{n+1 \times e} \times \frac{u^{\frac{n+1}{n}} - V^{\frac{n+1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}} - V^{\frac{1}{n}}} = \frac{v\theta}{e}$ , laquelle ser-

viroit de même à comparer les mouvemens ainsi variés du corps C avec les uniformes du corps K.

Enfin si l'on fait  $n=o=v$ ,  $V=u$ ,  $U=v$ ,  $L=e$ ,  $\Delta=\epsilon$ ,  $D=t$ , &  $\Delta=\theta$ ; toutes les Regles précédentes de comparaison entr'eux des mouvemens variés, ou avec les uniformes, se réduiront à la seule  $\frac{u}{t} = \frac{v}{\theta}$  de comparaison des seuls uniformes entr'eux: la plupart s'y réduiront (dis-je) immédiatement, & les autres par retour à celles-là. Mais c'est assez parler de ces Regles, à l'exemple desquelles chacun en pourra présentement tirer de la Proposition générale, pour le moins autant d'autres qu'il y voudra faire d'hypothèses différentes des précédentes. Voici donc seulement quelque chose touchant les forces ou pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.

## OBSERVATIONS GÉNÉRALES

### *Sur les Forces ou Pesanteurs propres à produire les mouvemens précédens.*

Dans les Mémoires de 1700. 1701. 1703. & 1706. j'ay donné plusieurs Regles pour trouver ces sortes de forces ou pesanteurs, suivant quelques lignes que les corps se meuvent. Mais parceque pour trouver ces forces lorsque ces lignes sont courbes, il faudroit entrer dans la nature des courbures de ces mêmes lignes, lesquelles ne sont point de ce sujet-ci, outre que dans les Mémoires précédens j'ay donné assez d'exemples de cette recherche pour les mouvemens en lignes courbes, je ne la ferai ici que pour ceux qui seroient en lignes droites suivant les hypothèses précédentes. Pour cela voici seulement deux de ces Regles.

La première est pour connoître quelle raison suit cha-

cune de ces forces ou pesanteurs : Cette Regle est  $y = \frac{dv}{dt}$ , laquelle se trouve dans les Mém. de 1700. pag. 23. où ces forces sont exprimées par  $y$ , les vitesses entières qui en résultent, par  $v$ ; & les tems employés aux mouvemens en question, par  $t$ . Mais parceque nous avons pris par tout dans ce Mémoire-ci  $u, v$ , pour les vitesses des corps  $C, K$ ;  $t, \theta$ , pour les tems ou les durées de leurs mouvemens, à la fin desquelles ces vitesses se trouvent; & que nous prendrons dans la suite  $f, \phi$ , pour les forces ou pesanteurs cherchées de ces corps, productrices ou accélératrices ou retardatrices de ces vitesses; cette Regle se changera ici en  $f = \frac{du}{dt}$  pour le corps  $C$ , & en  $\phi = \frac{dv}{d\theta}$  pour le corps  $K$ .

La seconde Regle que nous emprunterons encore des Mémoires précédens, est pour comparer entr'elles les forces centrales ou pesanteurs de différens corps, c'est à dire, de masses différentes : elle se trouve aussi dans les Mém. de 1700. pag. 235. & dans ceux de 1706. pag. 183. & 186. art. 7. & 10. la voici. Après avoir pris dans ces Mémoires  $m, \mu$ , pour les masses des corps mûs, & le reste comme nous venons de faire, j'y ay trouvé en général que les espaces parcourus en vertu de ces forces vives & actuelles pendant les instans  $dt, d\theta$ , doivent être entr'eux ::  $\mu f dt^2. m \phi d\theta^2$ . Mais ces forces ne produisant que  $du, dv$ , de vitesses pendant ces instans  $dt, d\theta$ , dans les corps  $C, K$ ; les espaces parcourus en vertu de ces forces ou de ces vitesses pendant ces instans, doivent être aussi entr'eux ::  $du dt. dv d\theta$ . Donc  $du dt. dv d\theta :: \mu f dt^2. m \phi d\theta^2$ . ou  $du. dv :: \mu f dt. \mu \phi d\theta$ . ce qui donne  $m \phi d\theta du = \mu f dt dv$ , ou  $f. \phi :: \frac{m du}{dt}. \frac{\mu dv}{d\theta}$ . pour Regle de comparaison entr'elles des forces centrales ou pesanteurs des corps  $C, K$ , mûs en lignes droites.



## REGLES

*Des Forces ou Pesanteurs cherchées.*

$$1^{\circ}. \begin{cases} f = \frac{du}{dt} \text{ pour le corps C.} \\ \varphi = \frac{dv}{dt} \text{ pour le corps K.} \end{cases}$$

$$2^{\circ}. f. \varphi :: \frac{m du}{dt} . \frac{\mu dv}{dt} . \text{ pour tous les deux.}$$

$$I. \text{ Cela posé, les hypothèses } u = \frac{a^n \sqrt{tt+2at}}{a-t^2},$$

$$v = \frac{\theta^r \sqrt{\theta\theta+aa}}{a^r} \text{ de l'Exemple 1. de la Prop. générale,}$$

$$\text{donnant } \frac{du}{dt} = \frac{a^n}{a-t^2} \times \frac{a-t^2-n \times tt+2at}{\sqrt{tt+2at}}, \&$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v-t \times \theta^{r-1} + vaa\theta^{r-1}}{a^r \times \sqrt{\theta\theta+aa}},$$

1<sup>o</sup>. Suivant la première des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici  $f = \frac{a^n}{a-t^2} \times \frac{a-t^2-n \times tt+2at}{\sqrt{tt+2at}}$  pour le

corps C, &  $\varphi = \frac{v-t \times \theta^{r-1} + vaa\theta^{r-1}}{a^r \times \sqrt{\theta\theta+aa}}$  pour le corps K:

c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs  $f, \varphi$ , de ces corps, propres à leur donner les vitesses supposées, devroient suivre ici chacune dans chacun d'eux la raison des grandeurs correspondantes liées avec elles par le signe  $=$ , qui ne signifie ici que des égalités de raisons ou de rapports, ces grandeurs n'étant pas homogenes avec ces forces; ce qui soit dit ici une fois pour toutes.

2<sup>o</sup>. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici  $f. \varphi ::$

$$\frac{ma^n}{a-t^2} \times \frac{a-t^2-n \times tt+2at}{\sqrt{tt+2at}} . \frac{\mu}{a^r} \times \frac{v-t \times \theta^{r-1} + vaa\theta^{r-1}}{\sqrt{\theta\theta+aa}} .$$

C'est à dire que les forces vives ou pesanteurs requises  $f, \varphi$ , des corps  $C, K$ , dans l'Exemple 1. de la Prop. générale, seroient entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

II. Les hypothèses  $x = \frac{t^{n-1}}{t^{2n} + a^{2n}}$ ,  $y = \frac{\theta^{n-1}}{\theta^{2n} - a^{2n}}$ , de l'Exemple 2. de la Proposition générale, donnant  $\frac{dx}{dt} = \frac{n-1 \times a^{2n} t^{n-2} - n-1 \times t^{2n}}{t t \times t^{2n} + a^{2n}}$ , &  $\frac{dy}{d\theta} = \frac{1 - n \times a^{2n} \theta^{n-2} - n-1 \times \theta^{2n}}{\theta \theta \times \theta^{2n} - a^{2n}}$ ,

1°. La première des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, donnera ici  $f = \frac{n-1 \times a^{2n} t^{n-2} - n-1 \times t^{2n}}{t t \times t^{2n} + a^{2n}}$

pour le corps  $C$ , &  $\varphi = \frac{1 - n \times a^{2n} \theta^{n-2} - n-1 \times \theta^{2n}}{\theta \theta \times \theta^{2n} - a^{2n}}$  pour le corps

$K$ : c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs  $f, \varphi$ , de ces corps, propres à leur donner les mouvemens supposés, devroient être chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici  $f, \varphi :: \frac{m}{t t} \times \frac{n-1 \times a^{2n} t^{n-2} - n-1 \times t^{2n}}{t^{2n} + a^{2n}}$ .

$\frac{\mu}{\theta \theta} \times \frac{1 - n \times a^{2n} \theta^{n-2} - n-1 \times \theta^{2n}}{\theta^{2n} - a^{2n}}$ . c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs ici requises  $f, \varphi$ , des corps  $C, K$ , devroient être entr'elles comme les grandeurs qui leur répondent dans cette Analogie.

III. Les hypothèses  $x = \sqrt[3]{aat + b^3}$ ,  $y = \sqrt[3]{a^3\theta\theta + 2aab\theta^2 + b^3}$ , de l'Exemple 3. de la Proposition générale, donnant  $\frac{dx}{dt} = \frac{aa}{3\sqrt[3]{aat + b^3}}$ , &  $\frac{dy}{d\theta} = \frac{2a^3\theta + 2ab^2}{3\sqrt[3]{a^3\theta\theta + 2aab\theta^2 + b^3}}$ ,

1°. La première des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, donnera ici  $f = \frac{1}{\sqrt[3]{aat + b^3}}$

pour le corps  $C$ , &  $\phi = \frac{aab + b^3}{\sqrt{a^4\theta\theta + 2aab\theta^3 + b^6}}$  pour le corps  $K$ : c'est à dire que les forces centrales, forces vives, ou pesanteurs  $f$ ,  $\phi$ , de ces corps, propres à leur donner les mouvemens supposés, devraient être ici chacune dans chacun d'eux comme les grandeurs qu'on leur voit ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux mêmes Regles, l'on aura pareillement ici  $f. \phi :: \frac{ma}{\sqrt{aas + b^3}}. \frac{2\mu aab + 2\mu b^3}{\sqrt{a^4\theta\theta + 2aab\theta^3 + b^6}}$ . c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs ici requises  $f$ ,  $\phi$ , des corps  $C$ ,  $K$ , y devraient être entr'elles comme les termes qui leur répondent dans cette Analogie.

*Voilà pour les trois Exemples de la Proposition générale, voici présentement pour les Regles qui ont été déduites de cette Proposition.*

IV. Les hypothèses  $u = t^n$ ,  $v = \theta^r$ , de la première Règle des mouvemens précédens, donnant  $du = nt^{n-1}dt$ , &  $dv = r\theta^{r-1}d\theta$ , l'on y aura  $\frac{du}{dt} = nt^{n-1} = \frac{u^n}{t} = n\frac{u^{n-1}}{t}$ , &  $\frac{dv}{d\theta} = r\theta^{r-1} = \frac{v^r}{\theta} = r\frac{v^{r-1}}{\theta}$ . Donc,

1°. Suivant la première des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici  $f = t^{n-1} = \frac{u}{t} = n\frac{u^{n-1}}{t}$  pour le corps  $C$ , &  $f = \theta^{r-1} = \frac{v}{\theta} = r\frac{v^{r-1}}{\theta}$  pour le corps  $K$ : c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs  $f$ ,  $\phi$ , de chacun de ces corps dans la Règle 1. des mouvemens précédens, suivront la raison des grandeurs ici correspondantes.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura pareillement ici  $f. \phi :: mn\frac{u^{n-1}}{t}. \mu r\frac{v^{r-1}}{\theta} :: \frac{mn\mu}{t}. \frac{\mu^r v}{\theta} :: mn\frac{u^{n-1}}{t}. \mu r\frac{v^{r-1}}{\theta}$ . c'est à dire que les forces vives ou pesanteurs  $f$ ,  $\phi$ , des corps  $C$ ,  $K$ , dans la première Règle des mouvemens pré-

cédens, seront entr'elles comme les termes qui leur répondent dans ces Analogies.

3°. Voilà en général pour cette première Regle des mouvemens. Soit presentement en particulier  $n=1$ ,  $v=1$ , dans les nomb. 1. & 2. du present art. 4. ainsi que dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur. Le nomb. 1. donnera  $f=1$ ,  $\phi=1$ ; & le nomb. 2. donnera de même  $f.\phi::m.\mu$ . c'est à dire les pesanteurs  $f, \phi$ , des corps  $C, K$ , constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps. Et ainsi de toutes les autres valeurs arbitraires de  $n, v$ , qu'on peut supposer à l'infini.

V. Les hypothèses de  $u=\sqrt[n]{t^n}$ ,  $v=\sqrt[n]{\theta^n}$ , de la seconde Regle des mouvemens précédens, donnant encore  $du=nt^{n-1}dt$ , &  $dv=v\theta^{v-1}d\theta$  comme celles de la Reg. 1. art. 4. l'on aura dans ces hypothèses  $\frac{du}{dt}=nt^{n-1}$

$$=\frac{nu-nv}{t}=n\times\frac{u-v}{t^{\frac{n-1}{n}}}, \text{ \& } \frac{dv}{d\theta}=v\theta^{v-1}=\frac{v v-vv}{\theta}=\frac{v}{\theta}$$

$$=v\times\frac{v-u}{v^{\frac{v-1}{v}}}. \text{ Donc,}$$

1°. Suivant la première des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, ces forces ou pesanteurs seront ici  $f=t^{n-1}=\frac{u-v}{t^{\frac{n-1}{n}}}$  pour le

corps  $C$ , &  $\phi=\theta^{v-1}=\frac{v-u}{v^{\frac{v-1}{v}}}$  pour le corps  $K$ : c'est à dire que les forces centrales ou pesanteurs  $f, \phi$ , propres à donner à chacun de ces corps les vitesses supposées dans la Regle 2. des mouvemens précédens, doivent suivre chacune dans chacun d'eux, la raison de la grandeur qu'on lui voit ici correspondante.

2°. Suivant la seconde des deux précédentes Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura pareillement  $f.\phi::mnt^{n-1}.\mu v\theta^{v-1}::\frac{mnn-mnv}{t}.\frac{\mu vv-\mu v v}{\theta}::$

$m n \times \frac{u-v}{t^{\frac{n-1}{n}}}. \mu v \times \frac{v-u}{v^{\frac{v-1}{v}}}$ . c'est à dire que dans la Regle 2. des mouvemens précédens, les forces ou pesanteurs  $f, \phi$ , des corps  $C, K$ , propres à leur donner les vi-

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 telles supposées dans cette Regle, devroient toujourns être  
 entr'elles comme les termes qui leur correspondent dans  
 ces Analogies.

3°. Voilà pour le général de cette seconde Regle des  
 mouvemens précédens. Soient presentement en particu-  
 lier  $n=1$ ,  $v=1$ , dans les nomb. 1. & 2. du present art. 5.  
 ainsi que dans l'hypothèse de Galilée sur la pesanteur.  
 Le nomb. 1. donnera ici  $f=1$ ,  $\phi=1$ ; & le nomb. 2. don-  
 nera de même  $f.\phi::m.\mu$ . c'est à dire encore les pesan-  
 teurs  $f, \phi$ , des corps  $C, K$ , ici constantes, & entr'elles  
 comme les masses de ces corps, ainsi que (*art. 4. nomb. 3.*)  
 dans la Regle 1. des mouvemens précédens. Et de même  
 de toutes les autres valeurs arbitraires de  $n, v$ , qu'on peut  
 supposer à l'infini.

V1. Les hypothèses  $u=\sqrt{y+t^2}$ ,  $v=\sqrt{z+\theta^2}$ , de la Re-  
 gle 3. des mouvemens précédens, en y prenant  $y, z$ , pour  
 les tems qu'il y faudroit pour aquerir les vitesses initiales  
 $V, U$ , si elles commençoient à zero : ces hypothèses,  
 dis-je, donnant  $du=\frac{ndy}{\sqrt{y+t^2}}+\frac{ndt}{\sqrt{y+t^2}}$ , &  $dv=\frac{vdz}{\sqrt{z+\theta^2}}+\frac{v d\theta}{\sqrt{z+\theta^2}}$   
 $\times \frac{1}{\sqrt{z+\theta^2}}$ ; ou  $du=2ndt \times \frac{1}{\sqrt{y+t^2}}$ , &  $dv=2v d\theta \times \frac{1}{\sqrt{z+\theta^2}}$ ,  
 à cause que dans cette Regle 3. on suppose  $dy=dt$ , &  
 $dz=d\theta$ ; l'on y aura  $\frac{du}{dt}=2n \times \frac{1}{\sqrt{y+t^2}}=2n \frac{1}{u}$ , & de  
 même  $\frac{dv}{d\theta}=2v \times \frac{1}{\sqrt{z+\theta^2}}=2v \frac{1}{v}$ , à cause que les hypo-  
 thèses précédentes donnent  $u^2=y+t^2$ , &  $v^2=z+\theta^2$ .  
 Donc,

1°. Suivant la première des deux Regles des forces ou  
 pesanteurs cherchées, l'on aura en général  $f=\frac{n-1}{u^2}$   
 pour le corps  $C$ , &  $\phi=\frac{v-1}{v^2}$  pour le corps  $K$ , dans les  
 hypothèses de la Regle 3. des mouvemens précédens.

2°. La seconde des précédentes Regles des forces cher-  
 chées, donnera aussi en général dans ces mêmes hypothè-  
 ses pour ces deux corps ensemble  $f.\phi::m \frac{n-1}{u^2} . \mu \frac{v-1}{v^2}$ .

3°. Il suit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que si l'on y fait  $n=1$ , &  $v=1$ , le premier donnera  $f=1$ ,  $\phi=1$ ; & le second,  $f.\phi::m.\mu$  c'est à dire encore, les forces ou pesanteurs  $f, \phi$ , des corps  $C, K$ , constantes, & entr'elles comme les masses de ces corps, ainsi que (art. 4. & 5. nomb. 3.) dans les Reg. 1. & 2. des mouvemens précédens.

VII. Les hypothèses  $u = \frac{V}{D^n} \times \overline{D-t}^n$ ,  $v = \frac{U}{\Delta^r} \times \overline{\Delta-\theta}^r$ , des Regles 4. 5. & 6. dans lesquelles les seules  $u, v, t, \theta$ , sont variables, donnant  $\frac{du}{dt} = \frac{-nV}{D^n} \times \overline{D-t}^{n-1} = \frac{-nu}{D-t}$ , &  $\frac{dv}{d\theta} = \frac{-rU}{\Delta^r} \times \overline{\Delta-\theta}^{r-1} = \frac{-rv}{\Delta-\theta}$ ,

1°. Suivant la première des deux Regles des forces ou pesanteurs cherchées, l'on aura ici encore en général  $f = -\frac{u}{D-t} = \frac{-u}{D-t}$  pour la force cherchée ou la pesanteur du corps  $C$ , &  $\phi = -\frac{v}{\Delta-\theta} = \frac{-v}{\Delta-\theta}$  pour celle du corps  $K$ .

2°. Et la seconde de ces Regles donnera aussi en général pour les forces ou pesanteurs de ces deux corps comparées ensemble,  $f.\phi::\frac{-mnV}{D^n} \times \overline{D-t}^{n-1} . \frac{\mu v U}{\Delta^r} \times \overline{\Delta-\theta}^{r-1} :: \frac{-mn u}{D-t} . \frac{-\mu v}{\Delta-\theta}$ .

3°. Il suit en particulier de ces deux nomb. 1. & 2. que si l'on y fait  $n=1$ ,  $v=1$ , le premier donnera  $f=-1$ ,  $\phi=-1$ ; & le second,  $f.\phi::\frac{-mV}{D} . \frac{\mu U}{\Delta} :: mV \times \Delta . \mu U \times D$ . c'est à dire encore les pesanteurs  $f, \phi$ , des corps  $C, K$ , constantes, ainsi que ci-dessus dans les nomb. 3. des art. 4. 5. & 6. mais ici entr'elles comme les termes correspondans de ces Analogies.

# OBSERVATIONS SUR LE SUC NOURRICIER DES PLANTES.

PAR M. RENEAUME.

1707.  
28. Juin.

*Reg. de l'A-  
cademie 27.  
Juin 1699.*

**T**ous les Botanistes qui ont anatomisé les Plantes avec exactitude, trouvent une grande analogie entre elles & les animaux : elles ont des parties à peu près de même structure, des fonctions & des maladies assez semblables, & les vaisseaux qui constituent l'essence du corps organisé, sont destinez dans les Plantes & dans les animaux à des usages qui ont beaucoup de rapport ensemble ; à la circulation près, qu'on n'a pû encore démontrer dans les Plantes, quoique plusieurs Auteurs aient tâché de la persuader. Pour suivre cette analogie je donnai en 1699 un Memoire contenant l'observation suivante, qui ne fut point imprimé pour lors, & qui se lie naturellement avec celles du présent Memoire.

Les Plantes, aussi bien que les animaux, font une déperdition de substance en deux manieres différentes ; sçavoir par la transpiration sensible, & par l'insensible. La dernière se remarque assez, lorsqu'en Esté pendant les grandes chaleurs & sur la fin du jour, des Plantes qui étoient le matin en bon état, droites & vives, sont affaissées, paroissent à demi flétries, & se penchent vers la surface de la terre : à peu près comme les animaux & les hommes mêmes, qui fatiguez de la dissipation que cause pendant les brûlantes chaleurs de l'Esté une trop grande transpiration, paroissent foibles & languissans.

A l'égard de la transpiration sensible, ce qu'on auroit peine à croire, il a été moins facile de se la persuader. J'entends par transpiration sensible l'évacuation qui se fait

par les pores des feuilles des Plantes, d'une matiere trop grossiere pour s'exhaler & s'évaporer sur le champ. Les premieres fois que je l'ai remarquée, je crus d'abord que ce que j'appercevois d'humide sur les feuilles de quelques arbres, étoit quelques restes de la rosée, & ce n'a été que par plusieurs observations réitérées que je me suis convaincu du contraire: car j'y remarquai, 1°. Que cette humidité étoit onctueuse, gluante & douce. 2°. Qu'elle se trouvoit en plus grande quantité sur les feuilles exposées au Soleil, que sur celles qui étoient à l'ombre. 3°. Ces feuilles paroissoient luisantes en plusieurs endroits; par mouchetures, tantôt comme de petits points sans nombre, tantôt par espaces d'une ligne de diametre, quelquefois plus; aiant trouvé des feuilles entierement couvertes de cette humidité sur le dessus, c'est à dire cette partie lisse de la feuille qui regarde le Ciel, & qui en est la partie interne, lorsque les boutons ne sont pas encore épanouis. 4°. La nuit & le matin, surtout avant le lever du Soleil, on n'apperçoit aucun vestige de cette matiere sur les feuilles des Plantes; & il y a lieu de croire que comme c'est une espece de manne, elle se liquefie par l'humidité, & qu'elle est enlevée & dissipée par la vertu deterfive de la rosée; à peu près de même que le sont les autres matieres sulphureuses, qui attachées à la surface des corps, y causent des inégalités & empêchent que ces mêmes corps ne reflechissent assez de lumiere pour paroître blancs: car c'est en exposant à la rosée les linges, la cire, le suif & l'ivoire qu'on les blanchit. 5°. Enfin j'ai plusieurs fois observé des abeilles ramassant cette matiere sur les feuilles des arbres, elles s'en chargent de même qu'elles le font de la matiere qu'elles ramassent dans le fond des fleurs, qui est d'une même nature, & qui se trouve répandue sur les surfaces internes du fond de la fleur; ce qui fait qu'en la ramassant elles ne gâtent point les fleurs. Et c'est la raison pour laquelle le miel, comme l'a remarqué Plin, retient le goût des Plantes sur lesquelles il a été ramassé; & que dans certains endroits il est exquis,

L. 2. c. 13.



278 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
dans d'autres il est mediocre, & dans d'autres tres-per-  
nicieux.

Cette manne se rencontre en grande quantité sur les  
arbres suivans : *Acer montanum candidum*. C. B. Pin. *Acer*  
*campestre & minus*. C. B. P. *Tilia femina folio majore*. C.  
B. P. & *Tilia femina folio minore*. C. B. P. J'en ai trouvé  
sur une infinité d'autres, dont le dénombrement seroit  
ennuyeux. J'en ai trouvé même sur plusieurs Plantes, &  
il n'y a guère de fleurs qui n'en contiennent une bonne  
quantité : c'est dont tout le monde peut s'assurer, en su-  
çant le fond du tuyau de la plupart des fleurs d'une seule  
pièce, comme celle du Jasmin, &c. Entre les fleurs celle  
de la grande Centaurée en est le plus abondamment  
chargée ; car lors même qu'elle n'est pas encore épa-  
notie, si l'on presse les écailles de son calice, il en sort  
plusieurs gouttes fort considérables, d'une eau tres-lim-  
pide, un peu gluante, & d'une douceur fort agreable au  
goût, qui n'est autre chose que la manne détrempee par  
l'humidité de la rosée.

Si les arbres dont j'ai parlé en produisoient une assez  
grande quantité, on en pourroit faire usage ; car ayant  
détrempe beaucoup de feuilles qui en étoient chargées  
dans de l'eau, & ayant passé cette eau, j'en bus, & je  
trouvai qu'elle étoit purgative. La saveur de cette manne  
est d'un doux plus agreable que la manne de Calabre,  
& approche fort du sucre. On ne peut douter que cette  
manne ne soit la partie la plus exaltée & la plus travail-  
lée du suc nourricier des Plantes, qui lorsque la masse  
des liqueurs vient à être rarifiée par la chaleur, est poussé  
jusqu'aux extremités des branches, & contraint de sortir  
par les pores des feuilles qui sont moins serrés que ceux  
des autres parties. C'est ce que l'on voit tous les jours  
tres-évidemment en Calabre, dont la manne n'est autre

\* Comm. in  
*Mesum*  
Can. 2. c. 3.

\* Lib. de  
*Manna dif-*  
*ferentibus* ac  
*viribus*, &c.

chose que le suc nourricier du Fresnois sauvage extravasé,  
ainsi que l'ont prouvé \* *Angelus Palea*, & *Bartholomæus ab*  
*Urbe Veteri*, dont les observations ont été réitérées par  
\* *Donatus Antonius ab Altomari*, auxquelles on peut joindre

celle-ci ; qui prouve clairement la vérité qu'ils avoient avancée. Ajoutons à cela que suivant l'analyse faite par feu M. Bourdelin, le suc de l'Erable, qui est un des arbres qui est le plus chargé en ce país de cette manne, tient un milieu entre la manne & le sucre , approchant néanmoins plus du sucre : aussi se sert-on en Canada du suc de cet arbre pour en faire une espece de sucre , & M. Geoffroy a apporté à l'Academie de ce sucre.

Un de mes amis qui demeuroit à Grenoble , m'entretenant dans ses Lettres des prétendues merveilles de Dauphiné, me parla de la manne de Briançon. Il eut besoin de ce que je viens de dire pour se persuader que la manne n'étoit qu'une concretion du suc nourricier des arbres extravasé. Il m'apprit qu'on en trouvoit sur la plûpart des arbres de ce país , & entr'autres sur les Noyers , quoique quelques Auteurs aient assuré qu'elle ne se trouvoit que sur le *Larix*. Il ajoûtoit que les habitans de cette Province craignoient fort les années abondantes en manne pour ces arbres , parcequ'ils ont observé que les Noyers qui s'en trouvent le plus chargez , sont sujets à en mourir. Il y a lieu de penser que la grande dissipation du suc nourricier qui se fait , jointe à l'insensible transpiration qui dans cette occasion doit être tres-grande , est la cause de leur perte : car il faut une grande rarefaction pour que le suc nourricier soit contraint de sortir de ses vaisseaux. C'est ce qui fait que la manne se trouve en plus ou moins grande quantité , suivant que la chaleur est plus ou moins grande.

1707.

28. Juin

Puisqu'il se trouve de la manne sur tant d'arbres differens , on peut croire que ce qui a donné lieu à l'erreur des Anciens , ça été qu'ils ont cru que se trouvant ainsi presque indifferemment sur tant d'arbres differens , c'étoit une chose étrangere à ces arbres , dont ils ont rapporté l'origine à la rosée , & c'est pour cela qu'ils l'ont appelée miel Aërien.

On ne s'étonnera pas que cette exudation de suc causée par la rarefaction , occasionne la perte de ces Noyers

dont je viens de parler, si l'on considère la grande quantité de liqueur dont cet arbre a besoin pour sa nourriture, celle qui est employée à la nourriture de ses fruits extérieurement charnus & si nombreux. Il semble aussi que tout contribuë à ménager son suc; car son écorce dure & ferrée, le tissu ferme de ses feuilles ne laissent presque rien échapper: de plus il y a très-peu d'insectes qui l'attaquent, comme ils font la plupart des autres arbres, auxquels leur piqueure cause différentes tumeurs, qui consomment une partie assez considérable du suc nourricier; & je ne connois qu'une espèce de puceron qui fait quelques légères plaies à ses feuilles en y déposant ses œufs; ce qui ne lui cause aucune déperdition de substance. Peut-être que l'amertume de son suc & l'odeur forte en éloigne les autres: mais rien ne m'a mieux fait connoître la grande quantité de liqueur que cet arbre consume, que l'observation suivante.

On avoit fait abbatre plusieurs Noyers dans une de nos Maisons de campagne, éloignée d'une portée de mousquet de la Ville de Blois: un de ces arbres étoit planté dans un fond au-dessous d'une petite côte: sous ce lieu sont des aqueducs qui conduisent plusieurs sources au grand réservoir de la Ville, qui se distribuë ensuite à huit ou dix fontaines très-belles. Il restoit encore hors de terre environ quatre pouces du tronc de cet arbre que l'on avoit coupé: je fus fort surpris au Printemps de voir que ce reste jetta une telle quantité de liqueur, que d'abord la terre en fut imbibée & toute teinte: l'herbe y crut à l'entour beaucoup plus qu'à l'ordinaire par espaces, selon que l'inégalité du terrain avoit fait couler cette liqueur. Le bout du tronc qui jettoit cette eau étoit couvert d'une écume rougeâtre sale, comme si la liqueur avoit actuellement fermenté, & toute la liqueur retenoit cette couleur. Toute la partie ligneuse de ce tronc en étoit si humectée, que je doutai pour lors si les seuls vaisseaux qui portent le suc nourricier la fournissoient, ou si elle ne se filtroit point au travers des fibres ligneuses.

L'envie

L'envie de raisonner me fit examiner si ce ne pouvoit point être l'eau de ces sources qui passoit par les racines de cet arbre comme par un filtre : mais l'éloignement des eaux souterraines, qui est de plus de dix-huit pieds, me fit perdre cette pensée. Tous les environs de ce lieu étoient remplis d'une odeur vineuse, si forte qu'on avoit peine à la sentir long-tems, sans que la tête en fut incommodée. Cette liqueur continua de couler pendant tout le tems des deux sèves jusqu'à la fin de l'Esté : elle changea ensuite de couleur & devint noirâtre, à peu près semblable à la couleur que donne l'enveloppe charnuë des noix lorsqu'elle se pourrit, & dont quelques Teinturiers se servent. Cette liqueur ne coula plus si abondamment sur la fin. Cet écoulement fut réitéré pendant plus de trois années consécutives, sans que ce reste de tronc ait poussé aucuns sions ou rejettons.

De cette observation on peut tirer les conséquences suivantes. 1°. Que la racine dans les Plantes, leur tient lieu des parties renfermées dans le ventre de l'animal qui sont destinées à la nutrition, puisque c'est elle qui reçoit la nourriture, qui la prépare, la digere, l'altère, & la change en suc nourricier, pour être ensuite distribuée à toutes les parties. L'odeur, la couleur & même la saveur, marque combien l'altération que les sucres souffrent dans la racine est considérable ; ainsi on peut dire qu'elle contient le principe de la vegetation.

2°. Que le tronc & les branches des arbres ont quelque rapport avec les membres extérieurs de l'animal, sans lesquels il peut bien subsister, quoique quelquefois leur pourriture & mortification cause la perte entière : les rejets que poussent les troncs coupez en sont une preuve assez convaincante.

3°. Que c'est avec raison que les Païsans en taillant & émondant les arbres, abbatant des fustayes que l'on veut laisser revenir, couvrent de terre ou de bouë les plaies des arbres & les restes des troncs coupez, puisque par ce moïen ils empêchent qu'il ne leur arrive de pareils écou-

lemens qui les rendroient inutiles, & les mettroient hors d'état de pousser de nouveaux sions. J'ai souvent interrogé les Païsans sur ce sujet, sans en recevoir aucune raison qui pût m'instruire. On peut conjecturer néanmoins que les premiers qui ont mis cette pratique en usage, étoient conduits par quelqu'un qui avoit pû observer quelque chose de semblable à ce que j'ai rapporté.

4°. C'est par cette même raison que l'on fait une espece d'appareil aux plaïes des arbres que l'on a entez ou greffez, sous lequel le suc nourricier montant en abondance au Printems, se trouve resserré & contraint, & est obligé d'enfiler les vaisseaux de la greffe qu'il trouve ouverts, & fait outre cela par son épaisissement une espece de cicatrice, dont les bords se gonflant peu à peu viennent enfin à recouvrir entièrement la plaïe.

5°. Lorsque la branche d'un arbre est à demi rompue, & que l'écorce n'en est point entièrement séparée, si on la rapproche & que l'on y fasse un appareil capable d'arrêter la sève, propre à la défendre des approches de l'air qui pourroit en dessécher l'humidité, ou y causer quelque alteration, comme aux plaïes des animaux dont il est le plus dangereux ennemi; la branche reprend facilement, & se réunit. C'est dont l'expérience m'a souvent convaincu.

6°. Que ce n'étoit nullement la partie ligneuse qui restoit de ce tronc d'arbre coupé, qui filtroit la liqueur dont il a été parlé; mais que cet arbre qui étoit planté dans un terrain inégal aïant suivi le parallélisme que M. Dodart a si ingénieusement observé, il fut coupé suivant ce plan, & non pas de niveau; de sorte que les vaisseaux qui étoient du côté haut du terrain se répandant sur la surface, abreuvoient la partie ligneuse déjà échauffée par le Soleil, & causoient par ce moyen le bouillonnement & l'écume.

7°. De là on peut inférer que les blessures des arbres dans leur partie ligneuse sont peu considérables, & infiniment moins dangereuses que celles de l'écorce, la-

quelle contient & envelope en soi les vaisseaux qui servent à porter le suc nourricier dans toutes les parties de l'arbre ; & l'on voit assez le peu de danger qu'il y a de blesser la partie ligneuse d'un arbre par l'exemple des arbres creux, dans lesquels elle est presque toute cariée, comme dans les vieux Chesnes & dans les Saules, qui se trouvent assez souvent presque tous cariés, ne restant de fibres ligneuses qu'autant qu'il en faut pour soutenir l'écorce ; le reste par la carie se change en une matière terreuse & noirâtre tres-excellente, & d'un grand usage chez les Jardiniers pour élever certains arbrisseaux.

8°. On peut conjecturer que la véritable cause de la perte de ces Noyers de Dauphiné, dont il a été parlé au commencement ; ce seroit que la violente rarefaction du suc nourricier dans les vaisseaux de ces arbres, lors de ces années abondantes en manne, feroit une rupture & un déchirement de leurs vaisseaux : comme dans les hemorrhagies des animaux, qui leur occasionneroit une déperdition de substance considérable. Et l'on pourroit comparer la maladie de ces arbres, aux épuisemens que causent les hemorrhagies abondantes, & les sueurs qui les suivent, qui jettent l'animal dans une langueur, & un abattement qui le consomment peu à peu.

Enfin de ces observations on en peut tirer cette conséquence, que le suc nourricier des Plantes, aussi bien que le sang de l'animal, demande une espèce d'économie ; aussi arrive-t-il que les arbres trop fertiles, & qui à proportion de leur grandeur en dépensent le plus, quoiqu'ils ne l'emploient qu'à leurs fonctions ordinaires, sont de moindre durée que les autres.

La vigne, par exemple, est de cette nature, & on ne la taille pas seulement pour lui faire pousser du bois en plus grande quantité, mais aussi afin qu'elle ne porte point trop de fruit, comme il arrive aux sèpes qui n'ont point été taillez, que l'on réserve pour coucher dans les fosses (c'est une manière de multiplier la vigne) lorsqu'on a oublié à les coucher ou couder. Car l'année suivante ces

brins portent une quantité de fruit tres-confiderable ; ce qui fait que quand on neglige deux ou trois ans à la tailler, elle déperit & se perd entierement par la grande confumation qu'elle fait de son suc nourricier pour la production & la nourriture de tout ce fruit. Je ne parle ici que des vignes basses, telles que sont celles de la Champagne, la Bourgogne, l'Orleanois, & celles qui sont le long du cours de la Loire, qui se cultivent d'une maniere toute differente des vignes hautes d'Italie, de Dauphiné, &c.

Ce que je viens de dire n'est que trop connu des Païsans qui cultivent la vigne, entre lesquels il y en a qui lorsqu'ils ont des vignes à ferme, ne manquent guere d'en abuser sur les dernieres années de leurs baux, ou en negligeant de la tailler, ou en la taillant trop longue (ce qu'ils appellent entr'eux tirer au vin) afin d'avoir une recolte plus abondante, & par ce moïen ils la ruïnent entierement ; ce qui oblige dans les païs de vignobles la plus grande partie des Proprietaires à faire valoir leurs vignes par leurs mains. Il faut que cette friponnerie ne soit pas nouvelle, puisque l'on trouve dans le Digeste une Loi qui la défend expressement sous des peines rigoureuses.

Il y a peu de gens qui ignorent que lorsque la vigne a été taillée, elle répand par les extrémitez des parties coupées une quantité de liqueur assez confiderable (c'est ce que l'on entend quand on dit que la vigne pleure) mais peu de gens sçavent l'usage de cet écoulement. Les Dames se servent de cette liqueur pour ôter les taches de rousseurs. Quelques gens en ont fait un usage qui ne regarde point mon sujet. On peut seulement remarquer en passant que la plûpart des larmes miraculeuses sont arrivées à peu près dans le tems de cet écoulement.

Cette liqueur n'est point tour à fait insipide, elle a seulement une saveur aigrelette peu sensible : elle est plus fluide & moins travaillée que le suc nourricier ordinaire ; & venant peu à peu à s'épaissir, elle referme & cicatrise

les vaisseaux ouverts, à peu près de la même manière qu'il arrive aux plaies des animaux, que le sang réunit sans autre secours; & ces canaux des parties amputées de la vigne ainsi fermez, le suc nourricier qui monte en plus grande abondance, étant poussé successivement par celui qui le suit, est contraint d'enfiler la route des boutons, contre lesquels toutes les parties qui sont autant de petits coins faisant effort, elles les étendent & les dévelopent.

L'usage de cet écoulement est donc ce me semble de dépurier ce suc & de le déphlegmer : devenant ensuite plus épais, il se digere pour donner à la plante une nourriture plus solide & plus consistante ; autrement ce suc qui dans ce tems-là se trouve chargé de beaucoup d'acides, comme le goût des Capreoles ou Fourchettes, & même celui du fruit le montre, lesquels se trouvant noyez & trop écartez dans une trop grande quantité de liqueur, n'auroient presque pas d'effet, & ne pourroient agir sur les souffres qu'ils exaltent & dévelopent, pour donner aux fruits le goût doux & la couleur agreable qu'ils ont dans leur maturité, lorsqu'ils sont assez développés pour embarrasser la pointe de ces mêmes aigres. Une preuve tres-plausible de cela, c'est que les fruits de la vigne qui n'est point taillée, ne sont jamais ni si beaux ni si meurs, quoiqu'en plus grand nombre : ils ne meurissent même qu'avec peine, & plus tard que les autres.

Il arrive quelque chose d'assez semblable à plusieurs autres Plantes ; mais on le remarque plus sensiblement dans la plupart des Plantes qui tracent, dont le fruit ne meurit point si on les laisse ramper par leurs rejettons ; ce qui fait que lorsqu'on en veut avoir de la graine, on est obligé de les châtrer, & telles sont la Pervanche, la Colocase, l'Epimedium, &c. Le trop de fleurs & de fruits dont les Plantes sont chargées, fait qu'ils ne parviennent point en maturité. Il en est de même des Fraises, des Melons, des Courges & des Citrouilles, lorsqu'on en veut tirer des fruits plus gros & mieux nourris, on les cultive soigneusement, & on les empêche de tracer & de dé-



penfer, pour ainſi dire, une portion conſiderable de leur ſuc nourricier en rejettons, deſquels les fleurs & les fruits en conſumeroient la meilleure partie, & la déroberoient ainſi aux premiers.

Dans les arbres qu'on ne taille point ordinairement, cette dépuracion ſe compenſe par deux moiens. Le premier eſt une tranſpiration inſenſible plus abondante : l'autre eſt le long chemin que ce ſuc eſt obligé de parcourir pour parvenir de la racine à l'extrémité des branches. Auſſi leurs boutons s'épanouiſſent plus tard, & ce retardement fert à l'épaiſſiſſement neceſſaire du ſuc nourricier, & j'ai obſervé pluſieurs fois que le ſuc des branches nouvelles eſt un peu gluant, & même ſouvent laiſſeux ; ce qui prouve ſuffiſamment ce que j'ai avancé ci-deſſus, qu'il eſt beſoin que ce ſuc s'épaiſſiſſe pour donner une nourriture plus ſolide.

Enfin l'on croiroit à examiner de près la vegetation, que la nature agit par ſecouſſes ; car on trouve dans un tems tout en mouvement, dans un autre tout eſt tranquille, & dans le tems même qu'elle agit avec plus de force pour la digeſtion & préparation des ſucs, elle nous paroît oifive. Il ſemble, par exemple, qu'elle ſe propoſe deux termes dans la vegetation, dont le premier eſt la production des feuilles, des branches nouvelles, des fleurs & des embryons du fruit ; car c'eſt l'effet de ſon premier mouvement, qui eſt le plus prompt, le plus vif & le plus ſenſible. L'autre eſt l'accroïſſement des fruits, leur maturité, & celle de leurs ſemences ; & l'on voit que la ſève eſt bien plus abondante & roule dans les vaiſſeaux d'un mouvement plus précipité dans le Printems que dans le milieu de l'Eſté, qui ſont les deux tems où la ſève eſt plus abondante, & dans un plus grand mouvement que dans toute autre ſaiſon, ce qui fait diſtinguer ces deux tems par les Jardiniers qui leur donnent le nom de premiere & ſeconde ſève.

On diroit qu'il y a un eſpece de repos entre l'une & l'autre ſève : tout eſt néanmoins en mouvement, mais

c'est un mouvement doux & lent, pendant lequel les suc<sup>s</sup> se digerent plus parfaitement, & souffrent différentes alterations dans toutes les parties de l'arbre, tant par l'action de l'air qui les penetre, que par le mélange de la rosée dont les feuilles s'abreuvent & s'imbibent, auxquels se joint l'action du Soleil, qui par sa chaleur raffine ces suc<sup>s</sup>, & leur donne le dernier degré de perfection & de maturité.

Pour peu que l'on blesse l'écorce des arbres dans le tems de la sève, on apperçoit que les vaisseaux sont fort pleins de suc; & c'est ce qui fait que dans ce tems ils se dépouillent si facilement de leur peau ou écorce. Le mouvement des liqueurs dans ces vaisseaux est si sensible en ce tems-là, qu'il y a plusieurs arbres qui quand on les blesse jettent le suc fort abondamment. Car sans parler de ceux qui fournissent la manne, la thérébentine, les baumes, &c. M. Marchand a plusieurs fois tiré de l'Erbable une quantité de son suc suffisante pour en faire l'Analyse; & c'est de ce suc que l'on tire en Canada que l'on fait le sucre dont j'ai parlé ci-dessus: ils s'en servent même en boisson.

Mais on ne remarque pas que le suc nourricier augmente les arbres, à proportion aussi considérablement dans une saison que dans l'autre. Car dans la dernière sève les arbres croissent très-peu; à la vérité c'est que leur suc est retardé, comme je l'ai dit, par les préparations & alterations qu'il souffre dans les feuilles & dans les fruits, & c'est de ces préparations que dépendent la saveur & le goût des fruits; & il paroît d'autant plus vraisemblable que c'est dans ces parties que se font ces préparations, qu'il y a quelques arbres dans lesquels elles ont le même goût que le fruit, comme l'Epine vinette, & dans d'autres la couleur, comme dans certaines espèces de vignes, auxquelles le suc nourricier ne paroît avoir aucun raport, ni par son goût, ni par sa couleur.

Ce n'est pas sans fondement que j'ai avancé ci-dessus que l'action de l'air servoit beaucoup à la préparation des suc<sup>s</sup>; car son action est si forte sur les Plantes, que sa pre-

sence ou son absence en change entierement le goût. On en a une preuve bien sensible dans la Chicorée sauvage, le Pissant-lit, & autres Plantes que l'on cultive l'Hyver dans les caves, ou que l'on couvre de sable, lesquelles n'étant point exposées à l'air paroissent toutes blanches, ayant seulement les extrémités d'un jaune de souffre ou citron, de même que l'œil ou cœur des Plantes qui ne sont point encore exposées à l'air, au lieu d'un verd foncé qui est leur couleur ordinaire quand elles jouissent de l'air.

Il y a quelque tems que le coin d'un Jardin ayant été couvert & les murs tapissés pendant près de trois semaines, de maniere que la lumière n'y penetrait point les Plantes qui se trouverent par cette occasion privées de l'air; sçavoir, une Vigne de muscat, un Maronnier d'Inde, & de la Vigne Vierge, &c. qui étoient plantées dans ce lieu : quand on découvrit cet endroit se trouverent toutes blanches, & en moins de trois jours l'air par son action leur rendit leur premiere couleur, excepté la Vigne Vierge qui ayant le plus souffert, prit une couleur rouge telle qu'elle l'a sur la fin de l'Automne quand ses feuilles commencent à tomber.

La même chose arrive à la Laituë Romaine & à la Chicorée commune lorsqu'on les lie pour les faire blanchir; aux Cardons d'Espagne & aux feuilles d'Artichaud quand on les couvre, & par ce moyen ils perdent leur amertume insupportable au goût. Le Celery de même qui a un goût desagréable devient doux.

Enfin pour se convaincre de l'usage des feuilles dans la préparation des sucs, qui doivent être employés à l'augmentation & à la nourriture des fruits, comme on le vient de dire, il n'y a qu'à se ressouvenir d'une observation assez connue, & que tout le monde peut faire. Lorsque les chenilles se sont jettées en grand nombre sur des arbres fruitiers, comme il arrive certaines années, elles en dévorent & consomment toutes les feuilles, de sorte que ces arbres semblent morts; & j'ai vu de ces arbres après avoir fleuri,

venant

venant par cet accident à perdre leurs feuilles, ne produire que des avortons de fruits, sans cependant perir, & l'année suivante reproduire des fleurs & des fruits tout de nouveau. C'est ce que j'ai observé plusieurs fois sur différentes espèces de Pommiers, & rien n'est plus commun dans les hayes sur l'Aube-épine. *Mespilus apii folio sylvestris* C. B. P. Car les Chenilles ne mangent point les embryons des fruits qui sont trop durs, puisque même elles ne consomment pas toute la feuille, & c'est par la même raison que les Jardiniers craignent si fort que les Tigres ne se mettent à leurs Poiriers, particulièrement à ceux de Bon-chrétien, quoique ces insectes n'en attaquent que les feuilles.

## OBSERVATIONS

*De quelque Tache considerable dans les Satellites de Jupiter.*

PAR M. MARALDI.

**L**E soir du 26 Mars de cette année 1707, ayant observé Jupiter avec une Lunete de 34 pieds, nous remarquâmes une Tache considerable sur le disque de cette Planete. Nous commençâmes d'observer la Tache à 6 heures 50 minutes du soir, environ une demi-heure après le coucher du Soleil lorsqu'il faisoit encore jour. Elle avoit déjà passé le milieu de Jupiter, & étoit environ aux trois quarts de son diametre, frisant par son extremité meridionale la bande la plus Septentrionale des trois qui sont presentement dans Jupiter. Elle paroissoit ronde & noire comme paroissent pour l'ordinaire les ombres que les Satellites jettent sur Jupiter, ce qui nous fit penser d'abord qu'elle en pouvoit être une. Mais par la situation que les Satellites avoient alors à l'égard de Jupiter, & par leur theorie nous reconnûmes que cette Tache ne pouvoit pas être l'ombre d'aucun Satellite; car de trois

1707.  
13. Juillet.

qui paroissent alors autour de Jupiter, & qui étoient le premier, le second & le troisième, il n'y avoit que le second qui fût dans la partie inferieure de son cercle, si éloigné de la conjonction, que son ombre ne pouvoit plus rencontrer Jupiter; & les Tables aussi-bien que l'observation de l'Eclipse du même Satellite que nous fîmes deux jours auparavant, montrent que l'ombre devoit être sortie de Jupiter six heures avant la premiere observation que nous fîmes de la Tache. Elle n'étoit pas non-plus l'ombre du quatrième, comme nous le vérifiâmes non-seulement par les observations que nous fîmes dans la suite, mais aussi par les Tables, suivant lesquelles le quatrième Satellite devoit être proche de la conjonction inferieure, à peu près au même endroit de Jupiter où l'on observoit la Tache; & comme les ombres après l'opposition de Jupiter avec le Soleil restent à l'Orient des Satellites à l'égard de la Terre, celle du quatrième ne devoit se trouver à l'endroit où nous observions la Tache que sept heures après, ce que l'on trouve par la theorie du Satellite jointe à celle de Jupiter; & si cette Tache avoit été l'ombre du quatrième, on auroit dû voir en même temps le Satellite même éloigné de Jupiter près des deux de ses diametres vers l'Occident, au lieu que par les observations que nous fîmes dans la suite il étoit alors dans Jupiter.

Nous reconnûmes aussi dans la suite que cette Tache n'étoit pas une de celles qui sont sur la surface de Jupiter, & qui font leur révolution autour de son axe, parce qu'elle n'avoit pas les propriétés que l'on observe dans ces sortes de Taches, qui sont de diminuer de grandeur apparente, & de ralentir leur mouvement apparent à mesure qu'elles approchent du bord de Jupiter. Au contraire, autant qu'on peut s'en assurer par les observations que nous fîmes, cette Tache avoit un mouvement égal, & parut toujours également grande proche du bord de Jupiter, comme à l'endroit où nous commençâmes de l'observer.

On fut enfin persuadé que la Tache étoit dans le Satellite, par la conformité qu'il y avoit dans la situation & dans le mouvement de la Tache & du Satellite ; car la Tache par son mouvement à l'Occident sur le disque de Jupiter frisa, comme nous avons dit, la bande Septentrionale qui se terminoit au bord de Jupiter au même endroit d'où nous vîmes sortir le Satellite ; & quelques minutes après que la Tache commença de disparoître au bord en sortant de Jupiter, nous vîmes le Satellite qui en étoit aussi sorti.

Le peu d'intervalle de temps qui s'est passé entre le commencement de la sortie de la Tache hors de Jupiter & la sortie entière du Satellite, peut venir de la difficulté de distinguer la Tache sur le bord de Jupiter. Peut-être aussi que cette différence de temps vient de la situation que la Tache avoit dans le Satellite ; car si elle occupoit la partie Occidentale du disque du Satellite, & si sa partie claire restoit du côté d'Orient, la Tache devoit sortir de Jupiter un peu de temps avant le Satellite, comme il est arrivé par l'observation, la Tache ayant commencé de sortir au bord de Jupiter à 7 heures 49 minutes, & nous n'aperçûmes le Satellite fort petit qu'à 8 heures 6 minutes, lorsqu'il fut entièrement sorti & détaché du bord Oriental de Jupiter, y ayant eu une intervalle de 17 minutes de temps entre le commencement de la sortie de la Tache, & la fin de la sortie du Satellite du bord de Jupiter. Cet intervalle est assez conforme à celui qu'auroit employé le diametre entier du quatrième Satellite à sortir de Jupiter, de sorte qu'il paroît que le bord précédent de la Tache & le bord suivant du Satellite en faisoient le diametre entier, & qu'ainsi la Tache étoit dans le Satellite.

Nous observâmes une autre Tache considerable dans Jupiter le soir du quatrième Avril, lorsque le troisième Satellite étant dans la partie inferieure de son cercle parcouroit le disque apparent de Jupiter.

Nous reconnûmes que cette Tache qui se voyoit dans

Jupiter étoit dans le troisiéme Satellite, & nous le verifiâmes par des observations semblables à celles qui nous firent connoître que la Tache précédente étoit dans le quatriéme Satellite.

Cette nouvelle Tache paroissoit assez grande avec la Lunete de 17 pieds par laquelle nous l'observâmes toujours, n'ayant pû employer celle de 34 pieds à cause du vent auquel elle étoit exposée. Elle ne paroissoit ni si noire ni si bien terminée que celle du quatriéme : elle étoit située entre les deux bandes plus Septentrionales de Jupiter, étant un peu plus meridionale que la bande Septentrionale ; au lieu que la Tache du quatriéme Satellite avoit été un peu plus Septentrionale que la bande Septentrionale : ce qui doit arriver à cause de la différente latitude des Satellites, qui à l'égard du centre de Jupiter ont presentement une latitude Septentrionale lorsqu'ils sont dans la partie inferieure de leurs cercles, & la latitude Septentrionale du quatriéme Satellite est un peu plus grande que celle du troisiéme.

La Tache étoit déjà un peu avancée dans Jupiter lorsque nous commençâmes de l'observer à 7 heures 21 minutes du soir : elle arriva au milieu de sa course dans Jupiter à 7 heures 56 minutes. Nous continuâmes de la voir encore pendant quelque temps, mais nous ne pûmes pas l'observer proche du bord, à cause du vent qui agitoit beaucoup la Lunete. A 9 heures 37 minutes le troisiéme Satellite commença à sortir de Jupiter. A 9 heures & 50 minutes il sortit entierement, ainsi le diametre du troisiéme employa 13 minutes à sortir de Jupiter ; la moitié qui est 6 minutes & demie étant ajoutée à 9 heures 37 minutes commencement de la sortie du Satellite hors de Jupiter, donne 9 heures 43 minutes & demie sortie du centre du Satellite ; d'où ayant ôté l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter qui fut à 9 heures 56 minutes, la difference du temps entre l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter, & la sortie du centre du Satellite se trouve de 1 heure 47 minutes. Cet intervalle est égal à quelques mi-

nutes près à la moitié de la demeure du centre du même Satellite dans Jupiter, que nous trouvâmes par l'observation d'une conjonction semblable du troisième Satellite avec Jupiter qui arriva le 11 Avril; ce qui est une nouvelle preuve que la Tache que nous observâmes dans Jupiter, & qui arriva dans sa conjonction à 9 heures 56 minutes, est une Tache du troisième Satellite.

Dans la conjonction du même Satellite avec Jupiter qui est arrivée le 11 Avril, sept jours après la précédente, nous observâmes l'entrée du Satellite dans Jupiter, & sa sortie de la même Planete; & dans le temps de trois heures & demie que dura le passage du Satellite dans Jupiter, nous n'y pûmes appercevoir aucune Tache, quoique nous fussions attentifs à regarder si celle que nous avions remarquée dans le troisième Satellite le 4 Avril ne paroîtroit point de nouveau dans cette conjonction; ce qui fait voir que la Tache qui se trouva dans le Satellite au temps de sa conjonction avec Jupiter le 4 Avril, avoit disparu dans la conjonction suivante qui est arrivée sept jours après, c'est à dire le 11 Avril.

Quoiqu'il arrive fort souvent des conjonctions des Satellites avec Jupiter dans la partie inferieure de leurs cercles, & que nous observions ces conjonctions autant que le temps le peut permettre, il est fort rare de pouvoir distinguer les Satellites quand ils parcourent l'Emisphere apparent de Jupiter de la maniere qu'on les observa dans les deux observations du 16 Mars & du 4 Avril.

On voit quelquefois les Satellites proche des bords de Jupiter comme de petites Taches claires un peu après qu'ils sont entrez sur le bord Oriental, & un peu avant qu'ils sortent du bord Occidental. Loin des bords & vers le milieu de Jupiter la lumiere des Satellites se confond presque toujours avec celle de cet Astre; ce qui est cause que les Satellites disparaissent & se perdent entierement même avec les Lunetes les plus excellentes. On les distingue seulement lorsque quelque Tache considerable occupe l'Emisphere apparent des Satellites dans les temps



qu'ils parcourent le disque de Jupiter, comme il est arrivé dans ces deux conjonctions, & dans quelques autres du quatrième, du troisième, du second, & même du premier Satellite qui ont été observées en divers autres temps par M. Cassini.

Bien que ces Taches soient supposées dans les Satellites, il ne s'ensuit pas qu'elles doivent faire toujours les mêmes apparences, & être visibles dans les Satellites dans toutes leurs conjonctions inférieures avec Jupiter. Mais ces apparences peuvent varier d'une conjonction du Satellite à l'autre, & peuvent ne retourner les mêmes qu'après plusieurs années par le concours de diverses causes rapportées par M. Cassini.

Il se peut faire que les Satellites tournent sur leurs axes par des périodes qui sont encore inconnues, & qu'ils présentent à la Terre tantôt l'Emisphère taché, tantôt l'Emisphère qui ne l'est pas : peut-être aussi que ces Taches sont de la nature de celles de Jupiter, de Mars & du Soleil, & qu'elles sont sujettes à des variations physiques, de sorte qu'elles augmentent & diminuent de grandeur, & après s'être effacées entièrement, elles reviennent après quelque tems. Or si par quelqu'une de ces causes, ou par le concours de toutes ensemble, il se rencontre que l'Emisphère apparent du Satellite soit taché considérablement dans le temps qu'il parcourt le disque apparent de Jupiter, le Satellite fera dans Jupiter une apparence de Tache semblable à celles que nous avons observées dernièrement dans le troisième & dans le quatrième Satellite : mais si dans le temps de la conjonction du Satellite avec Jupiter l'Emisphère du Satellite exposé à la Terre n'est pas taché, ou si les Taches ne sont pas assez grandes pour être aperçues avec nos Lunettes ; pour lors le Satellite parcourt le disque de Jupiter sans être aperçu.

Ce n'est pas seulement par ces observations des conjonctions que l'on aperçoit quelquefois des Taches considérables dans les Satellites : on conjecture qu'il y en a

aussi par les apparences qu'ils font de leur grandeur, qui est fort variable, sans que cette variation de grandeur puisse être attribuée à la diversité de leur distance, soit à l'égard du Soleil, soit à l'égard de Jupiter, ou à l'égard de la Terre.

Le quatrième Satellite qui paroît le plus souvent le plus petit de tous les autres, est quelquefois le plus gros, & son ombre, qui vers les quadratures de Jupiter avec le Soleil se voit dans Jupiter pendant que le Satellite en est éloigné, paroît plus grande que le Satellite même qui la cause, quoique cette ombre doive être un peu diminuée par la lumière de Jupiter dans laquelle on l'aperçoit, & qu'il soit certain par les règles d'Optique que l'ombre doit être plus petite que le Satellite qui la forme.

La grandeur apparente du troisième Satellite est aussi variable; car quoiqu'il soit pour l'ordinaire le plus gros de tous les Satellites, il ne laisse pas de diminuer & de paroître égal aux autres, & quelquefois plus petit. La même chose arrive aussi aux deux autres Satellites.

Toutes ces variations s'expliquent facilement par les mêmes hypothèses de M. Cassini, par lesquelles on explique les apparences des Taches que l'on observe dans Jupiter au temps de la conjonction inférieure du Satellite avec Jupiter; car si les Taches considérables que l'on suppose sur la surface des Satellites se trouvent dans leur Emisphère exposé à la Terre, alors ces Taches doivent diminuer la lumière des Satellites, & par conséquent leur grandeur apparente. Au contraire si l'Emisphère des Satellites exposé à la Terre n'est point taché, toutes les parties du Satellite réfléchiront à la Terre une plus grande quantité de lumière, & le Satellite paroîtra plus grand. Il pourra paroître plus ou moins grand suivant que les mêmes Taches seront plus ou moins exposées directement à la Terre.

Les Satellites ne paroissent pas assez grands pour pouvoir distinguer sur leur disque les parties qui sont tachées de celles qui sont plus lumineuses. Il arrive à peu près aux

Satellites ce que nous observons dans certaines Etoiles fixes, qui tantôt augmentent, tantôt diminuent de grandeur apparente, sans que nous puissions distinguer les Taches qui peuvent faire ces variations, à cause de la petitesse apparente de ces Etoiles. Nous avons encore d'autres exemples de semblables apparences dans les Satellites mêmes. On voit diminuer peu à peu la grandeur apparente de ces Satellites à mesure qu'ils entrent dans l'ombre de Jupiter, sans qu'il soit possible de distinguer par les Lunetes les plus excellentes la phase du Satellite qui est encore éclairée, de la partie qui est plongée dans l'ombre.

Nous n'entreprenons pas de chercher des regles du retour de ces Taches, ni de la révolution des Satellites autour de leurs axes : les observations que nous avons jusqu'à présent n'étant pas suffisantes pour cette recherche. Quand même on auroit un plus grand nombre d'observations, & qu'on auroit trouvé quelque regle dans ces retours, nous n'oserions pas esperer que dans la suite ils dussent continuer de la même maniere.

Depuis tant d'années que l'on observe les retours de l'Etoile variable qui est dans la constellation de la Baleine, on n'a pas pû encore trouver une periode reguliere qui represente précisément toutes les observations que nous avons de cette Etoile ; & les hypotheses qui auroient pû servir à expliquer pendant quelque temps les variations qui arrivent à la grandeur apparente du cinquième Satellite de Saturne, auroit à present besoin de quelque limitation. Ce Satellite qui depuis la premiere découverte faite par M. Cassini a été invisible pendant plusieurs années dans toutes les observations que le temps en a permis de faire lorsqu'il approchoit de sa digression Orientale, ayant été observé dernièrement avec les mêmes Lunetes dont on se servoit auparavant, a été visible depuis le mois de Septembre de l'année 1705 jusqu'au mois de Janvier 1706, tant dans la partie Occidentale de son orbite où il avoit toujours été visible, que dans la partie Orientale de la même orbite où il avoit coutume de disparaître.

roître. Ce qui nous doit rendre circonspects à établir des regles de ces fortes d'apparences.

## O B S E R V A T I O N

*De la conjonction de Jupiter avec Regulus ou le Cœur du Lion au mois de Juin 1707 à l'Observatoire.*

PAR M. DE LA HIRE.

J'Observai au mois d'Octobre 1706 la conjonction de Jupiter avec Regulus lorsque Jupiter étoit retrograde, & j'en fis la comparaison avec d'autres observations semblables qui avoient été faites par les Anciens; je fis voir aussi que le calcul de mes Tables s'accordoit avec l'observation. Voici presentement l'observation de l'autre conjonction de Jupiter à la même étoile, mais Jupiter étant direct.

1707.  
13. Juillet.

J'ai observé exactement les distances entre Jupiter & Regulus, plusieurs jours avant la conjonction avec le passage de Jupiter par le meridiem & ses hauteurs meridiennes; car dans ce tems-là je ne pouvois pas voir l'étoile dans la Lunete du quart de cercle, à cause que vers les 4 heures  $\frac{1}{2}$  il faisoit trop grand jour au tems du passage. Mais je ne rapporterai ici que les observations qui sont le plus proche de cette conjonction en ascension droite, les autres ne servant que de confirmation.

Le 9<sup>e</sup> Juin à 4<sup>h</sup> 43' du soir je conclus la déclinaison Boreale de Jupiter par sa hauteur meridienne dans le tems de son passage par le meridiem de  $14^{\circ} 12' 1''$ . Le 13<sup>e</sup> dans le tems de son passage par le meridiem je la trouvai de  $14^{\circ} 0' 31''$ , & le 14<sup>e</sup> dans le même tems de  $13^{\circ} 57' 16''$ .

Mais comme la conjonction en ascension droite de Jupiter avec Regulus arriva le 13, j'ai conclu des observations cy-dessus que vers les 8<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$  du soir la déclinaison de Jupiter devoit être de  $13^{\circ} 59' 59''$ , & dans ce tems-là je

1707.

P p

pris la différence ascensionnelle entre Jupiter & Regulus, que je ne trouvai que de 3" de tems dont Jupiter étoit plus avancé selon l'ordre des signes que l'étoile Regulus; & en même tems j'observai avec le Micrometre, que la distance entre Jupiter & l'étoile étoit de 36' 30", ce qui peut passer pour la différence de déclinaison entre ces deux Astres dans ce tems-là. Par mes Tables je trouve la déclinaison de Regulus dans ce même tems de 13° 22' 52", qui étant ôtée de 13° 59' 59" déclinaison de Jupiter, il reste 37' 7", au lieu que l'observation immédiate avec le Micrometre donne cette distance de 36' 30", dont la différence n'est que de 37", ce qui n'est pas considérable.

Maintenant pour déterminer le tems de la conjonction en ascension droite de ces deux Astres, j'ai observé que le 9<sup>e</sup> à 8<sup>h</sup> 55' du soir leur différence ascensionnelle étoit de 1' 9" de tems; leur différence de déclinaison de 48' 46", & leur distance de 57' 58". Le 10<sup>e</sup> à 9<sup>h</sup> 20' du soir leur différence ascensionnelle étoit de 1' 36" de tems; leur différence de déclinaison de 47' 30", & leur distance de 52' 54". Le 13<sup>e</sup> à 8<sup>h</sup> 32' du soir leur différence ascensionnelle étoit de 3" de tems; leur différence de déclinaison de 36' 30", ce qui étoit aussi leur distance. Le 14<sup>e</sup> à 8<sup>h</sup> 45' leur différence ascensionnelle étoit de 36" de tems; leur différence de déclinaison de 34' 32", & leur distance de 35' 26". Ainsi en prenant la partie proportionnelle, on aura la conjonction en Ascension droite le 13<sup>e</sup> Juin vers les 6<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$  du soir.

On peut facilement par ces positions déterminer le chemin de Jupiter par rapport à Regulus, & par rapport au méridien qui passeroit par Regulus, & par conséquent aussi la longitude & la latitude de Jupiter dans le tems de cette conjonction. Mais comme j'avois observé un peu auparavant son passage par le méridien & sa hauteur méridienne, j'ai cru qu'il valoit mieux me servir de cette observation que de toute autre.

J'ai donc observé que Jupiter passa au méridien le 13<sup>e</sup> Juin à 4<sup>h</sup> 28' 23" du soir, & que sa hauteur méridienne

étoit alors de  $55^{\circ} 11' 23''$ . J'ai trouvé que cette observation me donne la longitude de Jupiter au  $25^{\circ} 32' 35'' \Omega$ , & le calcul par mes Tables me la donne au  $25^{\circ} 35' 24'' \Omega$ ; la différence est donc de  $2' 49''$ . Pour la latitude l'observation la donne de  $1^{\circ} 3' 23'' B$ , & le calcul des Tables de  $1^{\circ} 3' 3'' B$ ; la différence est de  $10''$ .

## REFLEXIONS

ET

### OBSERVATIONS DIVERSES

*Sur une vegetation Chimique du Fer, & sur quelques experiences faites à cette occasion avec différentes liqueurs acides & alkalines, & avec différents métaux substituez au Fer.*

PAR M. LEMERY le fils.

**O**uoique le mot de *vegetation* ne convienne proprement qu'aux Plantes, cependant il est en usage <sup>1707.</sup> <sup>10. Juillet.</sup> parmi les Chimistes pour exprimer certaines cristallisations particulieres, ou un arrangement de quelque matiere que ce puisse être, dont la figure extérieure ressemble sensiblement à celle des Plantes; c'est en ce sens que je me suis servi, & que je me servirai encore du mot de *vegetation*, comme on le verra par la suite de ce Memoire.

J'ay déjà parlé dans un Memoire lu le 13 Novembre 1706 de la *vegetation Chimique* dont il s'agit, & à laquelle je donnai le nom d'*arbre de Fer* ou de *Mars*, à cause de l'analogie qu'elle a avec une autre *vegetation* d'argent appelée communément *arbre de Diane*, ou *arbre Philosophique*; mais comme je ne parlois que par occasion de cette experience nouvelle sur le Fer, & que je ne

voulois point perdre de vûë le sujet principal que je traitois, je ne m'étendis point sur tout ce que j'avois observé en repetant un grand nombre de fois & de différentes manieres la même operation, & je remis à une autre fois un détail plus circonstancié d'experiences & de raisonnemens Physiques sur cette matiere. C'est ce détail qui fait la principale partie du present Memoire, ensuite de quoi je rapporterai quelques experiences nouvelles faites à l'occasion des premieres sur différentes liqueurs acides & alkalines substituées à celles que j'emploie pour la production de nôtre vegetation artificielle, & sur differens métaux substituez au fer.

Personne, que je sçache, n'a plus travaillé & avec un plus grand succès sur les vegetations métalliques que M. Homberg. Nous avons de lui dans les Memoires de Mathématique & de Physique du 30 Novembre 1692 une excellente piéce, dans laquelle non-seulement il donne une maniere infiniment plus prompte que la commune de faire *l'arbre de Diane*; mais il enseigne encore de nouvelles méthodes pour la production d'autres vegetations semblables, & il explique la formation de toutes ces vegetations par des raisons aussi claires & aussi sensibles que le sont les experiences mêmes qu'il propose. Toutes ces vegetations, à l'exception d'une pour laquelle il ne faut qu'une simple amalgamation d'or ou d'argent avec du mercure sans addition d'aucune autre liqueur; toutes ces vegetations, dis-je; quoique faites chacune par des mélanges & sur des principes differens, conviennent néanmoins en une circonstance, sçavoir qu'elles se forment au milieu d'un liquide & au fond du vaisseau. Pour celle dont il s'agit en ce Memoire, elle doit être regardée comme une espece de vegetation métallique différente de toutes celles de M. Homberg; & en effet elle en differe en plusieurs choses, & particulièrement en ce qu'elle se forme au-dessus du liquide qui est même enlevé tout entier au haut du vaisseau, & quelquefois en tres-peu de tems.

Je me fers pour la vegetation dont il s'agit presentement, d'une dissolution de fer, faite par le moïen de l'esprit de nitre. On sçait que le fer jetté sur cet esprit produit une fermentation violente, & que le vaisseau où est contenu ce mélange s'échauffe si fort qu'il n'est presque pas possible de tenir la main dessus. Ce même mélange en fermentant se souleve beaucoup, & jette une grande quantité de vapeurs rouges, qui ne m'ont parû être autre chose que quelques esprits nitreux élevez du reste du mélange à la faveur de la fermentation, qui comme il a été dit produit une chaleur considerable.

Je me suis convaincu de la verité de ce que j'avance ; premierement parceque quand on fait distiller du nitre, les nuages rouges qui s'élevent pendant la distillation, sont la matiere même de l'esprit de nitre ; & en effet ces esprits du nitre rarefiez par la chaleur deviennent rouges ; mais à mesure qu'ils se condensent, ils forment une liqueur claire ou jaunâtre qui tombe dans le récipient.

En second lieu pour me convaincre encôre davantage de la nature des vapeurs rouges dont il s'agit, immediatement après avoir jetté du fer sur de l'esprit de nitre, j'ay placé sur le vaisseau où étoit contenu ce mélange un chapiteau de verre auquel étoit attachée une fiole qui servoit de récipient ; les vapeurs rouges sont montées d'abord en grande abondance au haut du chapiteau, & elles se sont ensuite condensées en une liqueur claire qui a coulée dans le récipient. Cette liqueur dissout le fer comme l'esprit de nitre ordinaire ; mais j'ay remarqué par plusieurs experiences réiterées, que les vegetations où cette liqueur étoit entrée se faisoient plus promptement, & étoient plus belles & plus distinctes que celles où l'on n'emploïoit que l'esprit de nitre ordinaire, sans retenir les vapeurs rouges qui s'en élevent pendant sa fermentation avec le fer. Peut-être que la liqueur produite de ces vapeurs est la partie de l'esprit de nitre la plus subtile & la plus déliée ; peut être aussi que cette liqueur en s'élevant sous la forme de vapeurs rouges de dessus le fer, a



enlevé avec elle quelques-uns des souffres les plus volatiles & les plus exaltés de ce métal. En effet, mon Pere a fait voir que quand le fer a été touché par un acide vitriolique, la vapeur qui s'élève pour lors est véritablement sulphureuse & inflammable, & ce souffre vient certainement du fer. On peut donc conjecturer avec quelque fondement que les vapeurs rouges de l'esprit de nitre qui viennent de dessus le même métal, en enlèvent aussi avec elles quelques souffres, qui étant mêlés intimement à la liqueur qui en résulte, la rendent plus efficace que l'esprit de nitre ordinaire pour les végétations où on l'emploie.

Suivant ce même raisonnement je me suis imaginé que si l'on pouvoit avoir un esprit de nitre encore plus chargé des parties sulphureuses du fer, que la liqueur produite des vapeurs rouges élevées de dessus ce métal, cet esprit seroit aussi plus propre à faire la végétation dont il s'agit. Dans cette vûë j'ay fait l'expérience suivante.

J'ay dissous dans de bon esprit de nitre autant de fer qu'il en a pû contenir; j'ay ensuite séparé par la distillation cet esprit de nitre, du fer qu'il tenoit en dissolution, & j'ay eu une liqueur claire moins âcre, & moins forte que l'esprit de nitre ordinaire.

Je juge que cette liqueur contient une bonne partie des souffres du fer; premièrement parceque, comme il a déjà été dit, la vapeur qui s'élève du fer pénétré par des acides est véritablement sulphureuse, & même elle le doit être d'autant plus que les acides ont pénétré plus avant dans le corps du métal. Secondement parceque j'ay déjà prouvé dans un Memoire lû le 14 Avril 1706, que quand on a séparé du fer les acides qui s'y étoient introduits, de quelque nature que fussent ces acides, on ne retrouve plus le fer tel qu'il étoit auparavant, c'est à dire qu'il est bien moins sulphureux & inflammable, ce qu'il est aisé de reconnoître par plusieurs épreuves indiquées dans ce même Memoire. Troisièmement parceque j'ay encore prouvé dans le même Memoire que les acides versés sur le fer

n'agissent principalement que sur la partie huileuse à laquelle ils s'unissent tres-intimement ; de sorte que quand on chasse ensuite par le moïen du feu ces acides, des pores du métal, ils donnent, particulièrement s'ils sont vitrioliques, une odeur insupportable de soufre commun, ce qui marque qu'ils ont enlevé avec eux le principe auquel ils s'étoient unis, & qu'on ne retrouve plus dans le fer du moins en aussi grande quantité qu'il y étoit auparavant.

Il suit assez naturellement de toutes ces raisons que l'esprit de nitre que j'ay retiré de dessus le fer par la distillation, en a enlevé avec lui ce qu'il y avoit de plus inflammable, & par conséquent que l'esprit & le métal sont devenus par cette operation differens de ce qu'ils étoient auparavant.

J'ay employé cet esprit au lieu de l'esprit de nitre ordinaire, & j'ay fait avec cette liqueur plusieurs vegetations infiniment plus belles, plus promptes & plus distinctes qu'avec quelqu'autre esprit de nitre que ce puisse être. On en a dessiné une entr'autres faite avec cette liqueur qui surpasse de beaucoup en beauté un nombre tres-considerable d'autres vegetations faites de plusieurs manieres avec d'excellent esprit de nitre ordinaire. Cette vegetation se voit après une autre dans le Tome de 1706. pag. 418.

Je ne sçache rien autre chose à quoy attribuer cette difference qu'au soufre du fer dont s'est chargé l'esprit de nitre retiré de dessus ce métal ; & effectivement j'espere qu'on verra par la suite de ce Memoire que le soufre du fer est vrai-semblablement le principal agent de nôtre vegetation métallique, & qu'ainsi plus il s'en rencontre, plus la vegetation doit être belle.

Le fer dissous par l'esprit de nitre communique à la liqueur une couleur rouge, & une consistance plus ou moins grasse & sirupeuse, suivant qu'il y est entré en plus ou moins grande quantité. Je dirai ici par occasion que le fer ne donne pas seulement cette consistance à l'esprit

de nitre, il la donne encore à d'autres acides par le mélange desquels il m'est souvent arrivé de faire une matière tout à fait semblable par sa consistance à de la véritable graisse; de sorte que quand on étendoit cette matière sur la main, l'eau qu'on y versoit ensuite ne la mouilloit point, mais glissoit dessus en petites boules, comme elle fait sur un corps enduit d'une substance huileuse ou grasseuse. Cet effet du fer peut servir à confirmer une chose déjà bien averée, sçavoir qu'il est tres-sulphureux.

Le fer & l'esprit de nitre mêlez ensemble font, comme il a déjà été dit, une liqueur rouge qui conserve ordinairement sa fluidité & sa couleur. Cependant il m'est arrivé qu'après avoir dissous du fer par de bon esprit de nitre, & avoir laissé la dissolution dans un vaisseau de grez couvert, elle s'est tout à fait réduite en cristaux blancs qui ne l'étoient pourtant pas tant que le nitre ordinaire, mais qui l'étoient beaucoup. Ces cristaux se sont conservés long-tems dans le même état; ensuite ils se sont insensiblement résoutés en une liqueur rouge, & telle qu'elle étoit auparavant. J'ay fait avec cette liqueur deux végétations extraordinaires, dont il sera parlé dans la suite.

Jé rapporterai encore par occasion une observation que j'ay faite un tres-grand nombre de fois sur la limaille de fer versée sur de l'esprit de nitre. C'est que cette limaille ne s'y dissout pas toujours toute entière, & qu'il en reste assez ordinairement au fond du vaisseau plusieurs grains qui ne se mêlent point à la liqueur, & qui quoique séparés de cette liqueur, & reversés sur de nouvel esprit de nitre, résistent toujours à l'action de ce dissolvant; cependant ces mêmes grains sont du moins aussi facilement attirés par l'aimant que les grains du fer les plus dissolubles. J'ay déjà fait voir dans mon Memoire du 14<sup>me</sup> Avril 1706 que le machefer en étoit de même, & j'en apportai la raison. Il se pourroit faire qu'il y eût souvent dans la limaille de fer des grains semblables à ceux du machefer, c'est à dire à demi usés, ou privez des souffres qui les rendoient

doient dissolubles par l'esprit de nitre ; car il est bon de se ressouvenir pour une parfaite intelligence de l'action des acides en general sur le corps du fer, que j'ay fait voir dans le Memoire qui vient d'être marqué, que quand on a suffisamment dépouillé le fer des parties huileuses dont il est composé, les acides n'ont plus de prise sur ce métal, & que quand il n'en a perdu qu'une certaine quantité, quelques acides le dissolvent moins aisément qu'auparavant, & d'autres ne le dissolvent plus du tout.

En voilà assez sur ce qui regarde la dissolution du fer par l'esprit de nitre, je viens presentement au mélange de cette dissolution avec l'huile de tartre.

La premiere fois que je m'avisai de mêler ensemble ces liqueurs, c'étoit pour avoir un précipité du fer dont je voulois faire une operation curieuse que M. Homberg m'avoit indiquée. Quand j'eus jetté une certaine quantité d'huile de tartre sur la dissolution de fer dont il a été parlé, je mis le verre où étoit contenu le mélange sur une cheminée, & quelque tems après en jettant les yeux dessus, je fus assez surpris de voir que presque toute la liqueur s'étoit élevée au haut du verre sous une forme de branchages tres-distincte. Cette nouveauté m'engagea à examiner de plus près cette operation, & à la repeter de plusieurs manieres differentes. Voici ce que j'ay observé de plus essentiel.

L'huile de tartre versée sur la dissolution du fer y produit une fermentation qui fait soulever la liqueur, principalement quand on l'agite. La fermentation cessée, la liqueur devient d'un rouge plus foncé qu'elle n'étoit auparavant, & ses parties paroissent être en repos. Cependant il s'entretient ordinairement sur la surface de la liqueur pendant le tems de la vegetation, des bulles d'air. Cette vegetation commence par de petits cristaux qui s'élèvent peu de tems après le mélange des liqueurs dont il a été parlé, jusqu'à une certaine hauteur. Ces cristaux augmentent toujours en longueur par d'autres cristaux qui montent à la faveur & au-delà des premiers, & enfin

de l'assemblage de tous ces cristaux il se forme comme des filets tres-déliés sortant de la surface du liquide, & s'étendant de differentes manieres. Ces filets dans leur partie superieure se ramifient, & s'arrangent de maniere qu'il en résulte tres-souvent des figures d'arbre aussi distinctes que si on eut pris soin de les y dessiner contre le verre; mais comme la matiere monte & s'accumule toujours de plus en plus vers le haut du verre, elle couvre si bien les ramifications superieures de ces filets, que les premieres figures d'arbre disparoissent, & il naît en place d'autres figures de fleurs, ou quelquefois de fruits qui semblent sortir de la surface interne & externe du verre, à peu près comme font les feuilles de certaines plantes qui croissent le long des murailles, & qui montant jusqu'au haut, retombent souvent en dehors & fort bas.

Les filets, dont il a été parlé, grossissent quelquefois assez considerablement depuis le fond du verre jusqu'à l'endroit où est le fort de la vegetation, & où leurs ramifications ne sont plus visibles. J'ay vû de ces filets qui étoient devenus aussi gros que de grosses plumes à écrire, & creux en dedans, ayant la figure de tuyaux. Ils étoient naturellement arrangez de maniere qu'ils sembloient soutenir le reste de la vegetation.

J'ay presque toujours remarqué que les cristaux qui se forment d'abord contre les parois du verre, sont plus durs, plus solides, & moins rouges que la matiere qui monte ensuite à la faveur de ces cristaux; & en effet cette matiere est ordinairement fort grasse, & même quand elle est bien préparée elle se fond, & elle se résout à la moindre chaleur; de sorte que pour peu qu'on la touche avec le doigt, elle se réduit en liqueur.

Voilà les observations qui sont communes à toutes les vegetations que j'ay faites de differentes manieres. Je rapporterai ensuite ce que chacune de ces vegetations a de particulier suivant la difference du mélange, après avoir rendu raison des faits qui viennent d'être remarquez.

L'huile de tartre versée sur la dissolution du fer dont il

s'agit, y produit une fermentation, parceque les pointes acides de l'esprit de nitre ne sont pas si fortement enveloppées par les parties rameuses du fer, qu'elles ne puissent encore agir sur l'alkali de l'huile de tartre; mais cette fermentation n'est pas à beaucoup près si forte, que quand les pointes acides de l'esprit de nitre sont tout à fait libres. Car pour lors il arrive un bouillonnement considerable qui fait soulever la liqueur; ensuite de quoy elle continuë à bouillonner un assez long-tems, non-pas si violemment que dans le premier instant où on verse de l'huile de tartre, mais cependant assez pour qu'il s'en eleve plusieurs jets qui montent fort haut, & qui continuënt toujours jusqu'à ce que les pointes acides soient tout à fait engagées dans les pores de l'alkali, & aient fait un veritable salpêtre, dont la plus grande partie se précipite au fond du vaisseau, & le reste se tient suspendu dans un peu de phlegme qui surnage, & qui étant laissé dans la même situation ne s'épuise & ne s'évapore, que comme pourroit faire de l'eau commune qu'on auroit mise dans un verre, c'est à dire en un tres long-tems. De plus ce phlegme en s'élevant entraîne toujours avec lui un peu du nitre qu'il tenoit en dissolution, & ce nitre ne pouvant s'élever aussi haut que l'eau, s'arrête aux parois du verre un peu au-dessus de la surface du liquide, & après un long-tems, il ne produit tout au plus contre le verre qu'une plaque tres-mince, qui ne m'a jamais paru avoir aucune forme de vegetation. Enfin quand tout le phlegme s'est évaporé, on trouve au fond du verre tout le nitre qui y étoit dès le commencement, & augmenté même d'un peu de celui qui étoit dans le phlegme évaporé; de sorte que ce qui s'est appliqué contre le verre à la faveur du liquide, n'est presque rien en comparaison de ce qui est au fond du vaisseau.

Voilà ce qui se passe pendant & après la fermentation de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur; & j'ay été bien aise d'en marquer précisément toutes les circonstances, afin de faire mieux sentir par cette petite digression

combien ce mélange differe de celui où le fer est entré, & auquel je reviens presentement.

Dans le cas de nôtre dissolution du fer, peu après que le liquide s'est soulevé par le mélange de l'huile de tartre, il semble qu'il n'y ait plus du tout de fermentation dans la liqueur. Cependant en examinant les bulles d'air qui naissent toujours & qui s'entretiennent à sa surface, on voit évidemment qu'il y a encore une agitation intestine qui n'est pas assez forte pour envoyer des jets fort hauts, comme dans le cas qui vient d'être marqué, mais qui l'est assez pour chasser continuellement des particules d'air vers la surface du liquide; d'ailleurs l'élevation des cristaux qui forment nôtre vegetation métallique paroît être un effet & un indice de la fermentation qui se passe dans le liquide, & sans laquelle la matiere ne seroit point assez préparée pour pouvoir vegeter, comme on le prouvera dans la suite par une experience sensible, & comme on va tâcher de le faire voir, en expliquant la cause & l'effet de cette seconde fermentation, qui n'est à proprement parler que la suite de la premiere.

Quand donc les pointes acides de la dissolution du fer ont fait leur premier effort dans les pores exterieures de l'alkali de l'huile de tartre, elles ne peuvent plus continuer leur route dans les pores interieures avec autant de vigueur, que si elles étoient parfaitement libres & dégagées. Car les parties du métal auxquelles elles sont unies, non-seulement augmentent leur volume, mais encore les lient & les brident en quelque sorte; c'est ce qui fait que cette fermentation est si lente & si insensible. Cependant sans elle les acides de la dissolution ne penetrant pas assez avant dans les pores de l'alkali de l'huile de tartre, il ne se feroit pas une union assez intime de ces deux sels, pour qu'il en résulat des cristaux nitreux, sans quoy nôtre vegetation ne se peut faire. La preuve de ce que j'avance est dans le mélange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur; car ce n'est pas après le premier choc de ces deux corps qui produit dans la liqueur un bouillonne-

ment & un soulèvement tres-considérable que se forme le salpêtre ; mais c'est après une fermentation un peu moins violente , qui succédant à l'autre continuë un certain tems , & qui racheve ce qui n'a été d'abord que commencé.

Un autre avantage de cette fermentation insensible qui se passe dans le mélange de l'huile de tartre & de la dissolution du fer , c'est que les parties de ce métal s'y trouvant placées entre des sels , dont les uns font un effort continuel pour penetrer les autres & pour s'y unir , elles sont brisées & atténuées de plus en plus , & par conséquent leur souffre se développe & s'exalte puissamment , & dispose davantage le sel auquel il est uni à s'élever , & le rend d'une consistance grasse & d'une facilité à se fondre , qui est quelquefois si étonnante , que la simple chaleur de la main est capable de produire cet effet.

Le fer uni intimement au salpêtre lui donne encore une qualité essentielle à nôtre vegetation , & qu'il n'auroit pas sans son union avec ce métal ; c'est de pouvoir être soutenu tout entier dans le liquide après sa formation. Cet effet s'explique fort aisément par ce qui a été dit , & en est même une suite ; c'est que la substance huileuse du fer ayant été fortement raréfiée , elle se soutient & soutient avec elle sur le liquide les cristaux nitreux auxquels elle est unie. Car on sçait que les huiles ne se précipitent pas ordinairement au fond de l'eau , mais se tiennent à sa surface , & je prouverai dans la suite par une expérience , que quand les cristaux de nôtre mélange ont été privez de la substance grasse qui les soutient , ils tombent aussi-tôt au fond du vaisseau sous la forme de nitre commun.

Jusqu'ici on conçoit aisément comment la matiere se prépare dans le liquide pour devenir propre à vegeter , reste à sçavoir par quel art elle s'éleve , & c'est que je vais tâcher de faire entendre.

La fermentation insensible qui se passe dans le mélange n'est pas seulement nécessaire pour préparer la matiere



& pour la rendre végétale, comme il a été dit, elle produit encore dans toute la liqueur une agitation qui pousse continuellement les parties qui sont toutes préparées, & qui ne sont plus sujettes au mouvement de fermentation. Or ces parties ne se précipitant pas au fond du vaisseau, comme il arrive dans le mélange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur, mais se tenant toujours suspendues dans le liquide, & vrai-semblablement même à sa surface, elles sont obligées par l'impulsion continue qu'elles reçoivent, de glisser insensiblement le long des parois du verre au-dessus de la liqueur, où elles se condensent en cristaux par la fraîcheur de l'air.

J'ay déjà dit que les cristaux qui s'élèvent d'abord sont ordinairement plus solides, moins rouges, & d'une substance moins grasse & moins facile à se fondre que ceux qui montent ensuite : la raison en est évidente, & suit naturellement de ce qui a été dit. C'est que les acides du mélange qui sont le moins chargés de la substance grasse & onctueuse du fer, s'unissent plus aisément & plus promptement que les autres à l'alkali de l'huile de tartre, & forment plutôt par-là des cristaux nitreux prêts à s'élever par le moyen de la même fermentation qui en prépare d'autres qui doivent suivre les premiers. Je regarde ces premiers cristaux comme la base, & pour ainsi dire la charpente de toute la végétation ; & ils se trouvent par hazard d'autant plus propres à cet effet, qu'étant moins chargés de la substance sulphureuse du fer, ils ont plus de roideur & de solidité.

La charpente de la végétation étant achevée, le reste de la liqueur monte ensuite à mesure qu'elle est prête, & par la même mécanique que les premiers cristaux, cependant avec plus de facilité pour deux raisons principales. La première c'est que les derniers cristaux contiennent une plus grande quantité des parties sulphureuses du fer, qui, comme il a été dit, ont été très-raréfiées par la fermentation, & qui rendent les cristaux auxquels elles se sont unies moins compactes, & plus faciles à être enle-

vez qu'ils ne le seroient sans cela. En second lieu les parties du liquide qui ont été préparées les dernières, trouvent le long du verre des filets tous faits sur lesquels elles peuvent s'appuyer en montant, & couler avec plus de facilité que sur la surface polie du verre, qui ne les soutiendrait pas autant contre leur propre poids.

Quand la matiere a été autant bien préparée qu'elle le peut être, & que le souffre du fer a reçu pendant la fermentation toute l'exaltation nécessaire, la liqueur monte plus aisément, & produit une vegetation beaucoup plus belle qu'elle n'auroit fait sans cela; mais elle se condense plus difficilement à cause de la grande atténuation de son souffre; & étant parvenuë au haut du verre, une partie seulement de la liqueur s'y cristallise, & l'autre se répand en dehors, & souvent même jusqu'au bas, couvrant le tout d'une vegetation fort agreable.

Quand la vegetation est venuë jusqu'à ce point, il arrive quelquefois un effet qui surprend, & qui m'a toujours paru arriver dans ce même tems: c'est que tout le reste de la liqueur contenuë dans le verre, & qui s'élevoit auparavant avec assez de douceur, monte tout d'un coup & tres-vîte jusqu'au haut, & descend de même jusqu'au bas; de sorte qu'après l'avoir reçûë dans un petit vaisseau placé sous le verre, & l'y avoir ensuite reversée, & cela plusieurs fois jusqu'à ce qu'elle fut tout à fait épuisée, je l'ay souvent vûë remonter en moins d'un quart d'heure, ce qu'elle n'auroit pas fait d'elle-même, & sans la mécanique presente en vingt-quatre heures; & à chaque fois qu'on reversoit la liqueur dans le verre & qu'elle remontoit, il s'en cristallisoit une partie qui augmentoit la vegetation.

La promptitude avec laquelle la liqueur monte en cette occasion, prouve que la fermentation qui y regne n'est point la seule cause de cette élévation subite, car cette fermentation est naturellement trop lente pour produire un effet aussi prompt: d'ailleurs cet effet extraordinaire n'arrive que sur la fin de l'operation, & quand la liqueur

est tout à fait, ou presque tout à fait préparée, & par conséquent que la fermentation est entièrement cessée, ou du moins fort diminuée.

Voici donc de quelle maniere je m'imagine que cela se fait; mais je ne donne mon explication que comme une conjecture hasardée.

La liqueur qui a coulé le long de la surface extérieure du verre, & qui y a produit une végétation, a formé des traces ou des filets qui répondent à ceux du dedans du verre, & qui étant effectivement plus longs, forment avec les filets intérieurs de véritables siphons, dont on sçait que la branche extérieure doit être plus longue que l'intérieure. Cela étant, la liqueur monte & s'insinue en cette occasion par la loix du siphon le long de ces filets, & au travers de toute la masse condensée qui lui sert comme de filtre ou d'éponge; & elle le fait avec une force d'autant plus grande, que les parties du liquide qui s'élèvent pour lors sont vrai-semblablement plus sulphureuses que les précédentes, & par conséquent plus légères.

Il ne se condense à chaque fois qu'une partie de la liqueur qui s'est élevée, soit à cause de la rapidité avec laquelle elle est emportée, & de sa grande fluidité qui ne permettent pas à toute cette liqueur de prendre une forme solide; soit parcequ'elle n'ayant pas encore été préparée toute entière, il ne s'arrête au passage que les parties les plus prestes à se cristalliser.

Il y a encore plusieurs choses à remarquer sur la maniere dont se fait nôtre végétation sur les circonstances nécessaires pour cela, & enfin sur les différences particulières qui dépendent du mélange; & l'on va voir que toutes ces remarques & expériences particulières ne servent qu'à fonder de plus en plus l'hypothèse dont je me suis servi pour expliquer la formation de l'arbre de Mars.

#### *PREMIERE REMARQUE.*

L'esprit de nitre, quelque chargé de fer qu'il puisse être, ne vegete point sans le mélange de l'huile de tartre, ou de

de quelque liqueur équivalente : la raison en est que pour produire cet effet il faut, 1°. Qu'il se cristallise, & même qu'il se cristallise aisément, ce qui n'arrive que rarement à cet esprit, quelque quantité de fer qu'il contienne, à moins qu'il ne soit joint à l'huile de tartre, qui en cette occasion donne du corps à ses acides. 2°. Pour que la dissolution dont il s'agit vegete, il faut outre la cristallisation dont il a été parlé, une fermentation intérieure qui exalte davantage le soufre du fer, & qui détermine la liqueur à s'élever insensiblement. Or quand une fois le fer a été dissout par l'esprit de nitre, il n'y a plus de fermentation dans la liqueur, & effectivement elle n'en donne aucune marque : c'est ce qui fait que lors même qu'il lui arrive de prendre après un certain tems une forme solide, & de se cristalliser d'elle-même, comme j'ay remarqué au commencement de ce Memoire qu'il arrivoit quelquefois, les cristaux ne s'élèvent point, mais ils se tiennent au fond du vaisseau, sans y produire aucune apparence de vegetation. On prouvera dans la suite que ces mêmes cristaux peuvent être rendus vegetables, en y excitant par le mélange de l'huile de tartre, la fermentation qui est absolument nécessaire pour cet effet.

#### SECONDE REMARQUE.

Pour que la vegetation dont il s'agit puisse se faire, il ne faut pas que l'huile de tartre y entre en assez grande quantité pour fixer tout d'un coup toutes les pointes acides de la dissolution. Il faut au contraire que ces acides tiennent toujours le dessus, & conservent assez de force pour entretenir la fluidité dans le mélange, & pour y continuer la fermentation sans laquelle la matiere ne seroit point suffisamment préparée, & demeureroit incapable de produire l'effet qu'on en attend. Tout ce que j'avance va être prouvé & éclairci par les expériences que j'ay faites sur les différentes proportions de l'huile de tartre & de la dissolution du fer.

J'ay mis dans un verre une portion de cette dissolution,

c'est à dire plein un petit vaisseau qui me servoit à mesurer la liqueur avant de la verser dans le verre. J'ay jetté sur cette dissolution une demie portion d'huile de tartre, j'ay broüillé le mélange, & après plusieurs jours il s'est fait une vegetation peu distincte & peu élevée.

J'ay mis dans un autre verre parties égales d'huile de tartre, & de la dissolution. La vegetation s'est faite plus haute, moins confuse; & en moins de tems que la précédente; mais elle étoit incomparablement moins belle que celle dont il sera parlé dans la suite.

J'ay mis dans un troisième verre deux parties d'huile de tartre sur une de la dissolution; toute la liqueur a perdu tout d'un coup sa fluidité, & elle s'est convertie en une matiere jaunâtre, épaisse & solide, qui est le véritable précipité du fer: cette matiere s'est desséchée au fond du verre, & la vegetation a manqué. J'y ai versé de l'eau pour la délayer, & pour essayer si en cet état elle ne vegeteroit point; mais il ne s'est rien fait du moins qui mérite d'être rapporté.

L'huile de tartre étant absolument necessaire pour la production de nôtre vegetation métallique, on conçoit aisément qu'il en faut une certaine quantité pour donner au mélange la préparation & la consistance dont il a besoin pour s'élever & pour se cristalliser. C'est ce qui fait que dans le premier cas la vegetation est moins belle que dans le second, où il y a moitié davantage d'huile de tartre.

Mais aussi quand on en verse assez pour produire l'effet qui a été marqué dans la troisième experience, tous les acides de la dissolution perdent tout d'un coup leur mouvement; soit parceque le poids & la quantité de l'huile de tartre qui est un sel fixe résous, les accable si fortement qu'ils sont obligez de lui céder, sans pouvoir faire aucune résistance, soit parceque ces acides se trouvent d'abord engagez par les deux bouts dans les pores qu'ils trouvent de toutes parts à leur passage, & qui les tenant en cette situation les contraignent à s'arrêter

d'autant plus facilement que ces acides sont déjà liez à un métal qui sert encore à les retenir, & qui leur ôte la seule force par laquelle ils pourroient se débarrasser.

Or les parties du fer qui d'abord avoient été extraordinairement atténuées par les acides de l'esprit de nitre, & qui jusqu'au mélange de l'huile de tartre avoient été entretenues dans la même fluidité, à cause du mouvement violent de ces acides, perdent en cette occasion avec eux toute leur agitation; & comme elles sont naturellement rameuses & embarrassantes, elles se lient & s'accrochent aux parties voisines, ce qui contribue encore à épaissir la liqueur, de la maniere qu'il a été dit.

Cette masse est incapable de vegeter, parceque ses acides ayant été d'abord fixez par le sel de tartre, & ne s'y étant unis que superficiellement, ils n'ont pû continuer leur route dans les pores interieures de ce sel, & par consequent il ne s'est fait ni cristaux nitreux, ni la fermentation necessaire à exalter plus parfaitement le souffre du fer, & à préparer la matiere pour la vegetation.

Suivant ce raisonnement je me suis imaginé que si par quelque moïen les acides de la masse dont on vient de parler pouvoient être débarrassés d'une partie du sel fixe qui les accable, ces acides reprendroient assez de force pour rétablir la fluidité & la couleur rouge de cette masse, & pour continuer la fermentation qui avoit été étouffée dans son commencement, ce qui rendroit la liqueur propre à vegeter.

Dans cette vûë j'ay versé sur le mélange un peu d'esprit de nitre pur; & ces acides nouveaux tombant sur quelques sels alkalis unis aux anciens acides, ils les ont pénétrez & agitez violemment, & ils les ont contraints par-là à quitter le corps qu'ils tenoient engagé & arrêté, ce qui a produit tout l'effet que j'en pouvois attendre; car non-seulement la liqueur a vegeté, mais encore j'ay remarqué par plusieurs experiences réitérées, qu'il se fait de plus belles vegetations par cette voie-là, que par celles dont il a été parlé cy-dessus. Peut-être est-ce parceque

sur la même quantité de fer que dans les autres il entre plus de sel, & qu'il en faut toute cette quantité pour bien atténuer le soufre du fer contenu dans le mélange, & pour lui donner l'exaltation nécessaire. Peut-être aussi est-ce parceque les nouveaux acides qu'on verse sur le mélange, forment d'abord des cristaux peu chargés de fer, solides, & qui se condensent très-vîte contre les parois du verre; ce qui produit en cette occasion un appui plus commode & plus aisé pour le reste de la liqueur, que dans les autres voies où l'on ne verse point d'esprit de nitre pur, & où ces premiers cristaux ne sont ni aussi solides, ni aussi abondans. En effet, il m'est souvent arrivé en suivant ce même procédé, de trouver très-peu de tems après le mélange, non-seulement toute la surface interne du verre garnie des cristaux dont il s'agit, mais encore un tissu formé d'une infinité de petits cristaux entrelassés les uns dans les autres, & étendus sur la surface du liquide, d'où il sortoit dans la suite comme de petites tiges qui s'élevoient en droite ligne, mais qui n'avoient pas assez de force pour se soutenir.

Je ne marque point icy la quantité d'esprit de nitre pur qui doit être versée sur le mélange épaissi par l'huile de tartre; c'est à l'œil qu'on peut s'en assurer, & il en faut jusqu'à ce que toute la matière paroisse bien dissoute, & d'une couleur rouge foncée; mais quand par hazard j'en ai versé un peu plus qu'il ne falloit, il m'est toujours arrivé de deux choses l'une, ou que la liqueur a perdu tout d'un coup sa couleur rouge, & qu'il s'est précipité & cristallisé au fond du verre une grande quantité de nitre blanc, ou que la liqueur est devenue d'une couleur considérablement moins foncée, & qu'il s'est cristallisé au fond du verre du nitre blanc, mais en moindre quantité que dans le premier cas, & qu'enfin dans l'un & dans l'autre la végétation a manqué.

Pour concevoir ce fait, il faut considérer que l'esprit de nitre de trop versé sur le mélange dont il s'agit, ne trouvant plus de sels alkalis à combattre, agit sur la sub-

stance métallique unie aux cristaux nitreux du mélange, & il la divise & l'agite si fort, qu'il en dérobe & en enleve une partie à ces cristaux, qui n'étant plus soutenus comme auparavant vers la surface du liquide par la partie grasse & onctueuse du fer, bien loin de s'élever & de vegeter selon la mécanique déjà expliquée, se précipitent au fond du vaisseau, ou en grande quantité s'il se trouve dans le mélange peu de phlegme propre à les soutenir encore, ou en moindre quantité s'il y a davantage de ce phlegme. A l'égard de la couleur rouge du liquide qui se perd tout à fait, ou presque tout à fait, cela vient de l'extension & de l'atténuation excessive des parties du fer.

J'ay dit au commencement de ce Memoire qu'il m'étoit arrivé de faire avec le fer & l'esprit de nitre une dissolution fort rouge & bien conditionnée, qui après un certain tems s'étoit tout à fait condensée en des cristaux blanchâtres, & qui étoit revenue ensuite en liqueur rouge comme elle étoit auparavant. J'ay voulu voir si cette dissolution particuliere étant mise en œuvre produiroit une vegetation differente des autres. J'y versai donc assez d'huile de tartre pour la réduire en une masse épaisse, sur laquelle je jetai de l'esprit de nitre jusqu'à ce que toute la masse fut en liqueur; je la laissai en cet état pendant quelques heures, & après ce tems je la trouvai toute differente de ce qu'elle est ordinairement; car elle s'étoit condensée en une matiere ferme, coriassée, qui se divisoit difficilement, & qui avoit une peau mince & fort tenace.

Je coupai cette matiere en deux parties, que je mis dans deux verres differens. Je versai sur une de ces deux portions de nouvel esprit de nitre pour la redissoudre entierement: elle se réduisit effectivement en liqueur, dont la plus grande partie monta à la maniere ordinaire le long des parois du verre jusqu'au haut, où elle produisit une belle vegetation: le reste de la matiere s'éleva du fond du verre presque jusqu'au haut en droite ligne, & sans



s'appuier contre les parois du vaisseau , formant de cette maniere plusieurs tiges fortes & solides , dont l'extrémité superieure étoit plus rouge que le reste. Cette vegetation extraordinaire est représentée dans la premiere Figure.

L'autre portion de la matiere ferme & coriassée sur laquelle je n'avois pas jeté une seconde fois de l'esprit de nitre comme sur la précédente , & que j'avois au contraire laissée dans le même état , jetta peu de tems après plusieurs petites tiges rouges qui sembloient sortir de cette matiere ; comme les herbes sortent de terre ; je fis un trou dans un endroit de cette masse , j'y versai de l'eau commune en différentes fois , & chacune des petites tiges dont on vient de parler s'éleva considérablement & presqu'à vûë d'œil à mesure que la masse fut humectée. L'eau à chaque fois disparut tres-vîte , & elle occasionna encore une élévation de quelques parties de la masse délayée qui monterent le long des parois du verre , & qui formerent au haut une vegetation. Cette masse desséchée a toujours conservé au fond du verre la peau dure & coriassée qui l'entoure , & elle ressemble en l'état où elle est à une motte de terre qui seroit couverte de différentes sortes de petites plantes. Cette autre vegetation extraordinaire est représentée dans la seconde Figure.

J'ay souvent remarqué que quand on ne verse point assez d'esprit de nitre pur sur la dissolution du fer épaissie par l'huile de tartre , la liqueur se recondense une seconde fois peu de tems après le mélange ; parceque les nouveaux acides ne suffisent pas pour débarrasser entièrement les anciens , des sels alkalis qui sont de trop dans le mélange , & qui y dominent encore assez pour lui ôter de nouveau sa fluidité qu'il n'avoit acquise que pour quelque tems , & par l'agitation que le choc des nouveaux acides avoit communiquée à ses parties : mais il y a cette difference entre le cas précédent qui vient d'être remarqué & celui-ci , que j'avois jeté dès la premiere fois une quantité plus que suffisante d'esprit de nitre pur sur la

masse du cas précédent, & que quoique j'en eusse versé une seconde fois pour achever de la rendre fluide, elle s'étoit encore condensée en partie au fond du verre. D'ailleurs elle étoit beaucoup plus ferme & plus solide que l'autre, & ses tiges étoient beaucoup plus longues, & se souvenoient infiniment mieux que toutes celles que j'aye jamais vû s'élever de la même maniere; ce qui marque que la dissolution particuliere qui avoit été employée en cette occasion, avoit été causée de cet effet, par l'extrême facilité que ses acides avoient naturellement à perdre leur mouvement, & à prendre une forme solide.

Les differences qui se rencontrent ordinairement entre plusieurs vegetations du fer, & pour leur forme & pour le tems qu'elles mettent à se former, ne dépendent pas seulement des proportions differentes des liqueurs necessaires pour cette operation; car souvent en observant les mêmes proportions avec la dernière précision dans deux vegetations, elles ne laissent pas d'être considerablement differentes entr'elles; ce qui vient ou de ce qu'elles ont été faites en des saisons ou en des tems differens, & suivant lesquels la constitution de l'air favorise plus ou moins la cristallisation de la liqueur; ou de ce que leurs vaisseaux sont d'une forme differente, car la liqueur monte plus ou moins facilement suivant cette circonstance; ou de la force particuliere de l'esprit de nitre employé pour chaque vegetation; ou des lieux differens où elles ont été formées; ou enfin d'autres circonstances moins sensibles, & qui ne laissent pas d'apporter un changement notable à l'operation, comme je l'ay souvent remarqué.

Voilà tout ce que j'ay observé de plus particulier dans les differentes manieres de faire vegeter le fer: voïons presentement ce qui se passe quand la vegetation est faite.

D'abord elle est ordinairement moins belle, & moins distincte que peu de tems après, parcequ'elle est trop humide, & que cette humidité en gonflant les parties en empêche la distinction. D'ailleurs elle est un peu trop

haute en couleur, ce qui se dissipe toujours assez, comme il sera dit. Mais après un certain tems la matiere se desseche à un point, qu'elle devient comme ces fleurs fanées qui ont perdu une grande partie de leur volume. Cette même matiere en se dessechant perd aussi presque toute sa couleur; car de rouge qu'elle est ordinairement, elle devient d'un jaune pâle.

La raison en est qu'outre les humiditez aqueuses qui s'évaporent pendant que la matiere se desseche, & qui peut-être contribuoient à exciter la couleur rouge en donnant action aux acides du mélange sur les souffres du fer, il y a encore tout lieu de croire qu'insensiblement il s'en dégage, & qu'il s'en échape des parties actives & exaltées, qui sont celles qui produisent la couleur rouge. Voici un fait qui le prouve sensiblement.

J'avois fait quinze ou seize vegetations dans une même chambre, & il arriva que depuis le tems que se formerent ces vegetations, jusqu'à ce qu'elles furent dessechées, il se conserva dans la chambre une odeur si forte que tous ceux qui y entroient en étoient frappez, & que moy-même j'en fus incommodé. Cette odeur diminua beaucoup quand les vegetations furent sechées jusqu'à un certain point, mais elle ne cessa point tout à fait, au contraire elle subsista encore assez long-tems d'une maniere sensible.

Les parties qui en s'exhalant produisent cette odeur, ne sont autre chose que quelques acides les plus volatiles, ou le moins engagez dans le corps du mélange, & avec eux les souffres auxquels ces acides s'étoient unis dans le fer, & qu'ils enlèvent en se separant de la matiere; car j'ay fait voir dans mon Memoire du 14 Avril 1706, & j'ay reperé au commencement de celui-ci, que quand le fer avoit été penetré par des acides, & que ces acides en sortoient ensuite, ils entraînoient toujours avec eux des souffres de ce métal, ce qui lui apportoit un changement considerable; cette perte des acides & des souffres de notre mélange paroît encore s'accorder avec les experiences suivantes.

J'ay

J'ay voulu voir si la matiere desséchée d'une ancienne vegetation pourroit vegeter de nouveau ; pour cela j'ay séparé cette matiere des parois du verre où elle étoit attachée, & je l'ay mise au fond du même verre que j'ay presque rempli d'eau ; j'ay bien broüillé la matiere dans l'eau pour l'y faire dissoudre, & j'ay laissé ensuite le tout en repos. La liqueur a acquis une couleur jaunâtre, & elle a été un assez long tems sans rien produire de bien sensible & de bien distinct ; enfin sa couleur est devenue plus vive, & a tiré sur le rouge, & souvent même en repetant la même experience depuis, je l'ay vûe devenir encore plus rouge & plus vive, & la matiere a commencé alors à monter sensiblement. Quand la liqueur a été tout à fait enlevée, j'ay trouvé au fond du verre une matiere moins grasse au toucher, & plus roide que celle qui étoit montée ; j'y ai versé de nouvelle eau pour la dissoudre, mais la liqueur n'a guere produit autre chose, & pour le tems considerable que les cristaux ont mis à monter, & pour la maniere dont ils se sont arrangez, que ce qu'il a déjà été remarqué que le nitre artificiel dissous dans l'eau & sans mélange de fer produisoit, c'est à dire une plaque mince & unie qui n'avoit aucune apparence de vegetation, & qui n'avoit été formée que par un petit nombre de cristaux faciles à se condenser, & qui se traînoient avec peine le long des parois du verre à mesure que l'eau dans laquelle ils nageoient s'évaporoit, & les soustenoit en s'élevant.

Il paroît par cette experience que j'ay réitérée un grand nombre de fois, qu'une partie de la matiere d'une ancienne vegetation devient par le tems incapable de vegeter, & que l'autre conserve toujours cette vertu, ou du moins se raccommode & se rétablit aisément dans cette force par le moïen de l'eau commune. Pour concevoir la raison de ces differens effets, il faut d'abord se ressouvenir de ce qui a été dit dans le present Memoire ; sçavoir, que plus on avoit soin de conserver les parties volatiles du mélange, plus la vegetation se faisoit bien &

promptement ; qu'il falloit de plus que toutes les parties du mélange fussent dans une proportion convenable , & une liaison intime. Cela étant , s'il y a lieu de conjecturer que pendant que la matiere d'une ancienne vegetation se desseche , quelques-unes des parties les plus volatiles se dégagent tout à fait , quelques autres se dérangent , les unes plus , les autres moins , on rendra aisément raison de tout ce qui arrive non-seulement dans l'experience qui vient d'être rapportée , mais encore dans plusieurs autres qui viendront ensuite.

L'eau versée sur la matiere d'une ancienne vegetation , separe & enleve insensiblement les parties les plus dissolubles du mélange. Or les parties qui ont le plus de facilité à être soutenues dans le liquide , & qui s'y dissolvent effectivement , sont celles qui contiennent une plus grande quantité des principes actifs du mélange , & particulièrement de la substance sulphureuse du fer ; ce qui se reconnoît aisément par l'inspection de la matiere qui a vegeté , & de celle qui a resté au fond du vaisseau ; car l'une est fort grasse au toucher , & l'autre est roide & bien moins grasse. De plus , j'ay fait voir dans ce Memoire que celle partie nitreuse qui sans le mélange du fer se précipiteroit au fond du vaisseau , se soutient avec le fer dans le liquide , dont elle occupe même le dessus.

L'eau donc s'étant chargée de la partie la plus dissoluble & la plus propre à vegeter , il s'y fait une petite fermentation qui se reconnoît , 1°. Par des bulles d'air qui s'entretiennent , & quelquefois même en assez grande quantité sur le liquide. 2°. Parceque ce liquide acquiert une couleur rouge , qui est le dernier effet de la fermentation , & la marque que les parties du mélange sont suffisamment exaltées pour pouvoir s'élever. Cette fermentation vient apparemment ou de ce que la matiere la plus active & la plus dissoluble a enlevé avec elle dans le liquide quelques parties fixes & grossieres , dont elle se débarrasse & se separe ensuite par l'agitation que l'eau communique à ses parties ; ou de ce que cette matiere ayant

souffert quelque alteration dans l'union & l'arrangement de ses principes pendant qu'elle a été exposée à l'air, l'eau dans laquelle ils nagent & qui les agite, leur donne occasion d'agir les uns sur les autres, de se réunir, & de s'exalter assez pour pouvoir s'élancer vers la surface du liquide, d'où ils montent pour la seconde fois jusqu'au haut du verre par la même mécanique & de la même manière que la première fois; avec cette différence néanmoins que cette seconde végétation n'est ordinairement ni aussi belle, ni aussi prompte qu'elle l'étoit en premier lieu; non-seulement parceque les parties du mélange ne contiennent plus la même quantité de principes vifs & actifs, mais encore parceque la fermentation qui regne dans le liquide n'y peut plus être aussi forte qu'elle l'étoit la première fois.

La matière fixe qui reste au fond du vaisseau, & qui n'a pu vegeter comme l'autre, est la partie du mélange qui a souffert une plus grande alteration, & par la dissipation, & par le dérangement de ses principes. La comparaison de cette matière & de ses effets, avec celle qui est beaucoup plus grasse, & qui a vegeté de la manière que je le viens d'expliquer, prouve évidemment combien l'union intime du soufre du fer aux cristaux nitreux du mélange leur est nécessaire, non-seulement pour les rendre plus faciles à être suspendus dans le liquide & à s'élever, mais encore pour qu'ils ne produisent pas une simple plaque mince & unie qui n'a aucune forme de végétation, & au contraire pour que leurs parties plus affinées & plus subtilisées par ce soufre qu'elles ne le sont naturellement, puissent s'élancer de différens côtes, & d'une manière propre à représenter des figures de fleurs qui semblent sortir de la surface du verre, comme j'ay déjà dit, que les feuilles de certaines plantes qui couvrent les murailles paroissent en sortir.

J'ay reconnu par plusieurs expériences que moins on laissoit d'intervalle entre la première végétation de nôtre mélange, & la seconde végétation faite par le moyen de

l'eau commune, plus cette matiere revegetoit abondamment & distinctement, & moins par conséquent il restoit après la vegetation de la matiere fixe & incapable de vegeter dont il a été parlé; la raison en est évidente, car les principes du mélange se dissipent & se dérangent plus ou moins suivant la quantité du tems qu'ils ont eu pour cela.

J'ay encore remarqué que souvent telle matiere étoit capable de vegeter une seconde fois, qui après avoir été desséchée & remise dans l'eau, ne pouvoit plus vegeter une troisième. J'en ai vû d'autres qui avoient un peu plus de force, mais cependant dont la troisième vegetation étoit peu haute, peu distincte, & formée par des cristaux grossiers, roides & peu sulphureux en comparaison de ce qu'ils étoient auparavant. Enfin quelque force qu'ait la matiere pour pouvoir revegeter, toujours est-il vrai de dire qu'elle la perd entierement, si après qu'elle a vegeté & qu'elle a été bien desséchée, on s'obstine à la replonger dans l'eau pour lui faire recommencer le même manège; car à chaque fois qu'elle se dissout dans l'eau, j'ay prouvé que son souffre s'exaltoit; & ce souffre s'échape ensuite d'autant plus facilement pendant que la matiere se dessèche, qu'il a été fortement exalté, & qu'il est uni à un acide tres-volatile; de sorte qu'à la fin il n'en reste plus au mélange, ou s'il lui en reste, il est en trop petite quantité pour produire rien de sensible; de plus les parties de la matiere se dérangent toujours de plus en plus, ce qui la met enfin hors d'état de reproduire son premier effet.

Je finirai mes observations sur les vegetations anciennes par une experience que j'ay faite un grand nombre de fois, & par laquelle de deux vegetations qui en se sechant avoient perdu toute leur beauté, on en peut faire en beaucoup moins de tems que par toute autre voie, une nouvelle d'une couleur & d'une construction fort agreable à la vûë. Je choisis pour cela une matiere qui n'ait vegetée qu'une fois; je la separe du verre où elle étoit atta-

chée, j'y verse de l'eau pour la dissoudre, & quand l'eau a acquis la couleur qui dénote que la matiere est prestée à s'élever, je la reverse dans un verre où il y ait une vegetation semblable à la premiere, mais qui n'en ait point été séparée. La liqueur trouvant le long des parois du verre des cristaux tout faits, monte par leur moïen beaucoup plutôt qu'elle n'auroit fait, jusqu'au haut du vaisseau où est le fort de la vegetation ancienne, qui lui sert encore d'appui, & sur laquelle la liqueur se condense ordinairement en une belle vegetation, qui couvre & qui fait entierement disparoître l'ancienne vegetation.

Cette experience prouve une chose déjà avancée dans ce Memoire; sçavoir, que les cristaux qui se forment d'abord contre les parois du verre au commencement d'une vegetation, servent ensuite de base & d'appui au reste de la liqueur, & font qu'elle s'élève plus aisément & plus vite jusqu'au haut du vaisseau.

Il ne me reste plus qu'à rapporter les diverses experiences que j'ay faites, en substituant en differens cas, des alkalis volatiles, aux alkalis fixes qui entrent dans nôtre mélange; d'autres acides à ceux du nitre qui y entrent aussi, & enfin d'autres métaux au fer.

Je commence par les alkalis; j'ay jetté tres-souvent de l'esprit volatile de sel ammoniac, au lieu d'huile de tartre, sur du fer dissout par l'esprit de nitre: la liqueur a fermenté, s'est soulevée, & a produit un précipité jaunâtre, & épais que je n'ay jamais pû faire vegeter par aucune des manieres dont le fer vegete avec l'huile de tartre.

Il est aisé de concevoir la raison de cette difference, dès qu'on fait attention à la nature particuliere du sel fixe de tartre, & du sel volatile ammoniac, & aux effets differens qui résultent du mélange de chacun de ces sels avec l'esprit de nitre.

On convient que le sel de tartre n'est alkali que par sa partie terreuse, qui fixe de maniere ce sel, qu'il est capable de résister à une violence de feu tres-considerable. Pour le sel volatile ammoniac, aussi bien que tous les au-



tres sels volatiles alkalis, il y a tout lieu de croire qu'ils ont été rendus tels, en déposant ce qu'ils avoient de plus terreux & de plus grossier, & s'unissant tres-intimement à des parties huileuses qu'ils trouvent dans le vegetal ou dans l'animal, & qui rendent ces sels susceptibles non-seulement d'élevation à la moindre chaleur, mais encore de fermentation & de combat quand on leur presente des acides.

Pour ce qui est des differens effets de ces deux sels sur l'esprit de nitre pur, j'ay déjà dit que quand on mêle ensemble une certaine quantité d'huile de tartre, & de bon esprit de nitre, presque tout le mélange se convertit en un sel solide, qui se précipite & se cristallise au fond du vaisseau, faute d'une assez grande quantité de phlegme pour le soutenir, & qu'il surnage seulement un peu d'eau chargée du même sel, ce qui est à remarquer; car avant que ces deux liqueurs fussent mêlées ensemble, les acides de l'une & les sels alkalis de l'autre trouvoient séparément assez de phlegme pour se tenir suspendus.

Quand au contraire on jette de l'esprit de nitre sur de l'esprit de sel ammoniac, la liqueur après avoir violemment fermenté acquiert un goût salé; mais je n'ay jamais vu qu'il se précipitât du sel, il ne se fait point non-plus de cristaux longs & solides comme dans l'autre cas, & toute la liqueur peut s'évaporer avec son sel par le même feu qui ne feroit guere autre chose que dessécher les cristaux nitreux formez par l'union de l'esprit de nitre & du sel de tartre.

Cette difference d'effets de l'huile de tartre & de l'esprit volatile de sel ammoniac, suit de la nature qui leur a été attribuée; car le sel de tartre par sa partie terreuse fixe & appesantit en quelque sorte les acides qui s'y sont unis, & il résulte de ce mélange un nouveau sel trop pesant & trop compacte pour pouvoir être soutenu tout entier dans le liquide; au lieu que le sel volatile ammoniac par sa partie huileuse qui est naturellement fort legere, fort rarefiée, & fort volatile, se peut aisément soutenir

dans le liquide avec les acides qui lui sont joints, & peut-être même contribuer à les rendre encore plus volatiles qu'ils ne le sont, & plus aisez à être enlevés par le feu. En effet, si l'on évapore par une très-douce chaleur tout le phlegme de ce mélange, il restera au fond du vaisseau un sel qui étant mis sur une pelle chaude, s'élève dans l'instant même avec une fort grande rapidité, & sans laisser rien sur la pelle.

Tout ceci bien entendu, le sel ammoniac versé sur l'esprit de nitre chargé de la substance du fer, ne peut faire végéter ce mélange, parcequ'il ne donne point assez de corps aux acides pour les réduire, comme fait le sel de tartre, en des cristaux longs & solides, sans quoi il a été prouvé dans ce Memoire que la végétation ne pouvoit se faire.

Voilà ce que j'ai remarqué sur les differens alkalis. Je viens présentement aux acides, dont j'ai employé bien des sortes en place de l'esprit de nitre; mais outre que le mélange où ils ont entré s'est toujours élevé bien moins vite & moins haut, il n'a encore produit qu'une croûte saline qui n'avoit aucune apparence de végétation. Cette difference vient apparemment de ce que les acides de l'esprit de nitre étant plus déliés & plus sulphureux que ceux de tous les autres esprits acides, le mélange où ils entrent est aussi plus disposé à s'élever, & à s'élancer d'une manière propre à former des figures de végétation. On peut même dire que les autres esprits acides mêlés à celui du nitre, & employés dans le même mélange, empêchent les figures de végétation qui seroient produites sans cela. Voici ce qui me le fait assurer.

J'ai versé sur du fer dissous par l'esprit de nitre autant d'huile de tartre qu'il en a fallu pour réduire tout le liquide en une masse épaisse. J'ai rétabli ensuite la fluidité de cette masse par une suffisante quantité d'esprit de vitriol, & la liqueur après un assez long-tems n'a produit contre la surface du verre qu'une croûte jaunâtre, qui s'est élevée à la vérité en moins de tems, & plus abondamment

que celle qui se forme après le mélange de l'huile de tartre & de l'esprit de nitre pur & sans fer, mais qui n'avoit pas plus l'air d'une vegetation.

Je me suis encore servi du vinaigre distillé dans la même vûë, & de la même maniere. La liqueur s'est élevée avec beaucoup de peine, & peu haut, & elle n'a produit après bien du tems que quelques cristaux qui s'entre-croisoient confusément les uns & les autres, sans avoir aucune forme de vegetation.

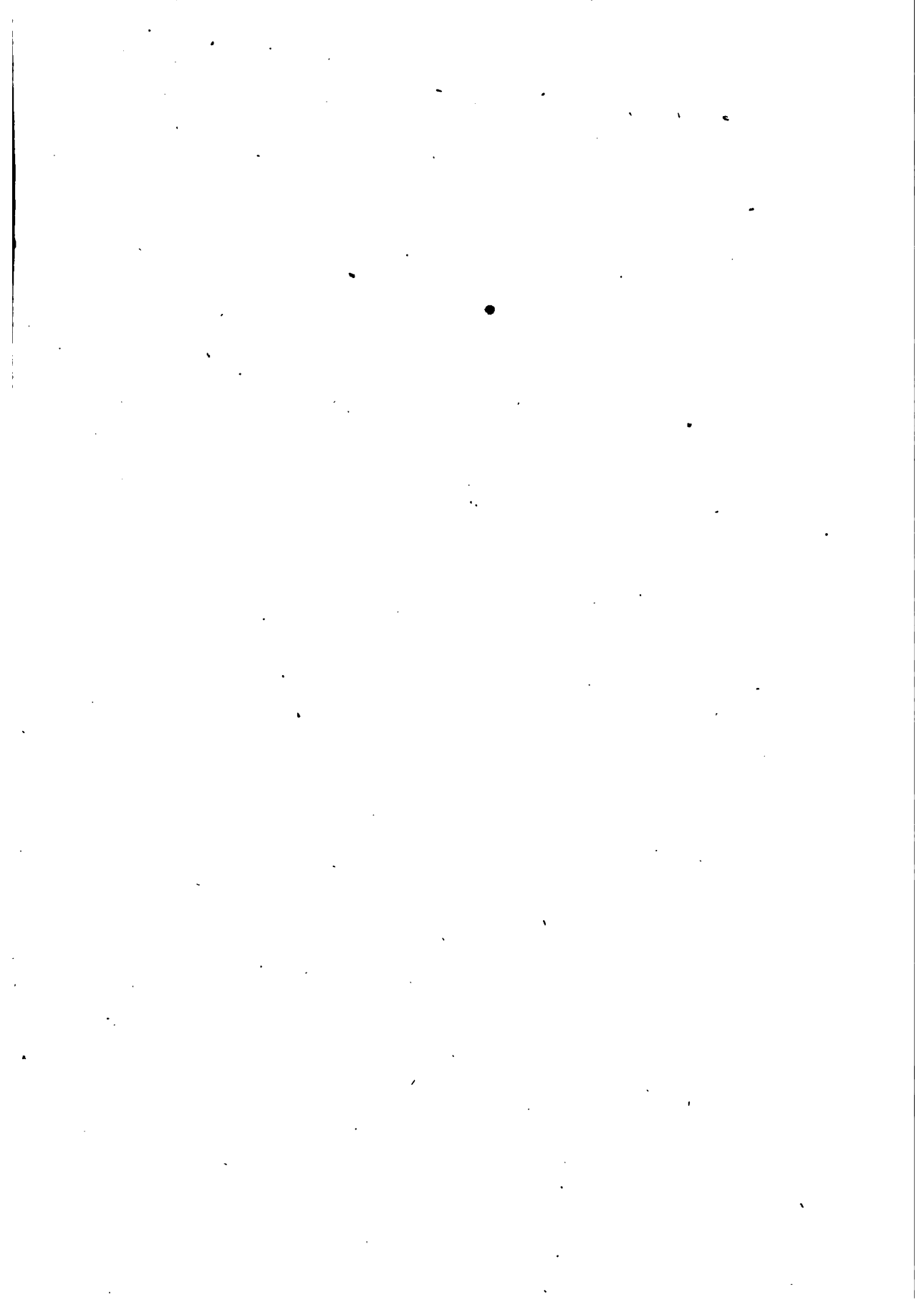
Je finis par les métaux. J'ay essayé si ceux qui se dissolvent par l'esprit de nitre, étant préparés de la même maniere que le fer, produiroient une vegetation semblable. Celui dont j'esperois le plus pour cet effet étoit le cuivre, car on sçait qu'il contient beaucoup de soufre. Cependant après un grand nombre de différentes experiences plusieurs fois réitérées sur ce métal, je n'ay pu réussir à aucune vegetation sensible, ni même à rien qui en approchât, & le mélange a toujours demeuré opiniâtement au fond du verre.

J'ay encore fait une tentative sur le cuivre, mais il est bon d'avertir que je ne l'ay faite qu'une seule fois. J'ay tâché de faire vegeter ensemble une égale partie de cuivre & de fer, & quand la matiere a été préparée, il s'en est élevé si peu de chose, qu'il est visible que le cuivre a empêché en cette occasion la vegetation du fer.

Je ne veux pas conclure de toutes ces experiences que le cuivre soit absolument incapable de vegeter par le procédé dont je me sers pour faire vegeter le fer. Car il se pourroit faire que faute de quelque circonstance insensible, j'eusse manqué le point du mélange nécessaire à la vegetation du cuivre, ce que j'ay néanmoins beaucoup de peine à croire, mais du moins j'ay droit de conclure que le fer est beaucoup plus propre pour cet effet que le cuivre, puisqu'il est rare de manquer la vegetation du fer, & qu'il est tres.difficile & peut-être même impossible de parvenir à celle du cuivre par la même voie.

Après le cuivre j'ay travaillé sur le mercure, & je n'ay  
pas

*Mem. de l'Acad. 1707. Pl. 7. p. 328.*



pas plus réussi sur l'un que sur l'autre : tout ce qui m'a paru, c'est que quelquefois & après un long-tems, il s'élevait un peu au-dessus de la liqueur, & contre la surface interne du verre, une croûte mince, saline & jaunâtre, qui ne sembloit s'y former qu'à mesure de l'évaporation insensible & naturelle du phlegme du mélange, & enfin quand tout étoit évaporé, on retrouvoit presque tout le mercure précipité au fond du verre.

J'ay encore fait une expérience sur le mercure. Comme il entre avec l'argent dans l'arbre de Diane, j'ay voulu voir si son mélange avec le fer ne produiroit rien de particulier dans le cas de notre procédé. Quand la liqueur a été bien préparée, tout le fer s'est élevé en peu de tems, & a produit une belle végétation rouge au haut du verre, & le mercure a demeuré au fond en poudre jaune.

Le bismut étant un corps métallique qui se dissout par l'esprit de nitre, j'ay essayé plusieurs fois s'il pourroit être rendu végétal par le mélange de nos liqueurs acides & alkalines, mais toutes mes expériences ont été inutiles. Je n'ay point encore essayé la même chose sur l'argent, mais je ferai cette expérience avec plusieurs autres que j'ay à faire sur le même métal.

Au reste comme le soufre du fer se manifeste, se développe, & a par conséquent plus de force & d'activité que celui des autres métaux ; on ne doit pas être surpris si le mélange où entre le fer diffère si fort par ses effets de tous les mélanges où on lui a substitué d'autres métaux.



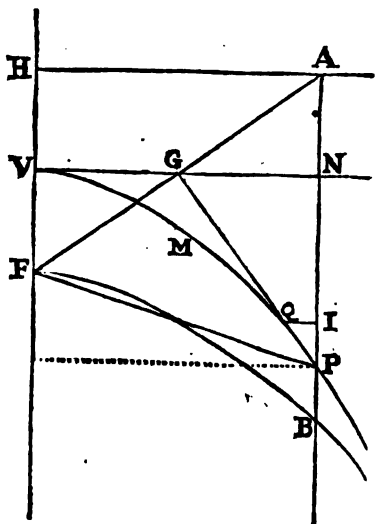
# Q U A D R A T U R E S

*De superficies Cylindriques sur des bases Paraboliques, Elliptiques & Hyperboliques.*

P A R M. D E L A H I R E.

1707.  
10. Juillet.

**M**onsieur Paschal est le premier, que je sçache, qui ait publié & démontré dans ses Lettres sous le nom de *A. Dettonville*, que si l'on élève perpendiculairement sur le plan d'un quart de cercle, tous les sinus aux points de leurs arcs, ils formeront un espace Cylindrique égal au quarré du rayon du cercle. D'où il suit que les cordes d'un demi-cercle étant aussi élevées de même sur leurs arcs du demi-cercle, formeront un espace Cylindrique égal au quarré du diametre du demi-cercle. Mais il me semble qu'on n'a pas examiné si dans les autres Sections Coniques il n'y avoit rien de semblable à cette propriété du cercle, qui est une des plus utiles & des plus belles que l'on doit à la Geometrie des Indivisibles. Voici ce que j'y ai trouvé dans l'examen que j'en ai fait.



## THEOREME I.

Soit une Parabole *VMP* dont l'axe est *HF*, le foyer *F*, & la ligne *HA* perpendiculaire à l'axe en *H*, en sorte que *VH* soit égale à *VF* qui est égale au quart du Parametre de l'axe.

Je dis que si de quelque point *A* de la ligne *HA* on mène *AF* au foyer, & *AP* parallele à l'axe jusqu'à la Parabole en *P*, & qu'au

point  $P$  on élève  $FA$  perpendiculairement sur le plan de la Parabole, & qu'on fasse de même pour tous les points  $A$  d'une portion  $HA$  déterminée sur cette ligne; on aura une portion ou espace d'un cylindre droit qui a pour sa base la Parabole  $VMP$ , lequel sera égal à deux fois l'espace mixte  $VHAPMV$  qui est un espace connu.

Car ayant mené la touchante  $VGN$  par le sommet  $V$  de l'axe de la Parabole, & la touchante  $PG$  par le point  $P$ , on sçait par les propriétés de la Parabole, que ces deux touchantes se rencontreront en  $G$  sur la ligne  $FA$ , & qu'elles formeront l'angle droit  $FGP$ , & que  $FG$  sera égale à  $GA$ , &  $VG$  égale à  $GN$ , & enfin les deux triangles rectangles  $PGF$ ,  $PGA$  seront égaux.

Mais si l'on prend la ligne  $PQ$  indéfiniment petite sur la Parabole ou sur sa touchante, ce qu'on regarde comme la même ligne, & qu'on mène la ligne  $QI$  perpendiculaire à  $AP$ , on formera le triangle rectangle  $PQI$  qui sera semblable au triangle rectangle  $PAG$  ou  $PFQ$  qui lui est égal; c'est-pourquoy on aura  $PA \mid AG \parallel PQ \mid QI$ , d'où il suit que le rectangle  $PA \times QI$  est égal au rectangle  $AG \times PQ$ ; & le rectangle  $PA \times 2QI$  sera égal au rectangle  $PQ \times 2AG$  qui est égale à  $FA$ . Mais tous les rectangles ensemble formés comme ce dernier, font l'espace cylindrique proposé; & tous les rectangles  $PA \times 2QI$  qui leur sont égaux, font un espace double de l'espace  $VHAPMV$ , à cause que tous les rectangles  $PA \times QI$  sont égaux ensemble à cet espace; donc la superficie cylindrique proposée est double de l'espace  $VHAPMV$ , qui est un espace égal au tiers du rectangle  $VN \times NP$ , ce qui est connu dans la Parabole, plus le rectangle  $VHAN$ .  
*Ce qu'il falloit démontrer.*

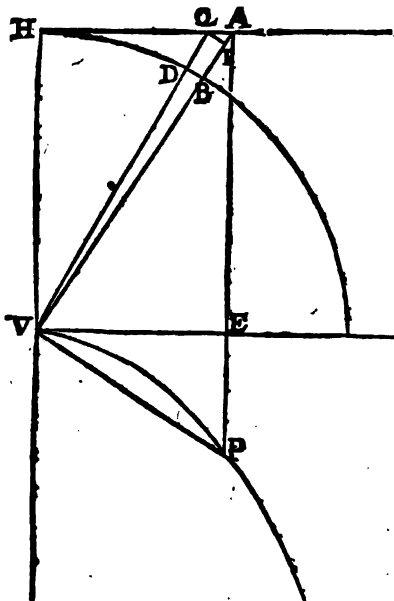
Mais si l'on décrit une hyperbole équilatere  $FB$  qui ait  $HF$  pour la moitié de son axe, son centre étant en  $H$ , on sçait que toutes les ordonnées  $AB$  à son axe indéterminé  $HA$ , seront égales aux  $FA$ , & par conséquent toutes les ordonnées  $AB$  de l'hyperbole étant élevées aux points  $P$  de la Parabole où elles la coupent, forme-



332 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ront le même espace cylindrique que nous venons d'exa-  
miner.

### THEOREME II.

Soit une Parabole  $VP$  dont l'axe est  $VH$ , & que  $VH$  soit égale au parametre. Par le point  $H$  soit mené  $HA$  perpendiculaire à l'axe  $VH$ , & par quel point on voudra  $A$  de la ligne  $HA$  soit mené  $AV$  au sommet  $V$  de la Parabole, & soit  $VE$  touchante en  $V$ . Enfin du point  $V$  pour centre & pour rayon le parametre  $VH$  soit décrit le cercle  $HDB$  qui coupe en  $B$  la ligne  $VA$ . Si au point  $B$  du cercle on élève perpendiculairement sur le plan de la Parabole la ligne  $AP$ , & qu'on fasse la même chose pour tous les points de la partie  $HA$  de la ligne  $HA$ .



Je dis que l'espace de la  
superficie cylindrique for-

mée par toutes les  $AP$  sur les points  $B$ , sera égale au rectangle  $VHAE$ .

1°. Si l'on mène la ligne  $VP$  du sommet  $V$  au point  $P$ , je dis que le triangle  $AVP$  sera rectangle en  $V$ , & semblable au triangle rectangle  $VHA$ . Car à cause de la Parabole, le rectangle  $PB \times EA$  qui est le parametre, sera égal au carré de  $VE$ , donc  $PE \parallel EV \parallel EV \parallel EA$ ; & par conséquent le triangle  $AVP$  est rectangle en  $V$ . Mais aussi l'angle  $VAP$  étant égal à l'angle  $AVH$ , le triangle rectangle  $HAV$  sera semblable au triangle rectangle  $VAP$ . On aura donc  $PA \parallel VA \parallel VA \parallel VH$ .

2°. Si l'on prend  $AQ$  indéfiniment petite sur  $AH$  &

qu'on mene  $QDV$ , & du point  $Q$  si l'on mene la perpendiculaire  $QI$  sur  $VA$ , le petit triangle  $QIA$  sera semblable au triangle  $AVP$ ; c'est-pourquoy  $AP \parallel AV \parallel AQ \parallel QI$ . Mais  $AV \parallel VB$  ou  $VH$  son égale  $\parallel QI \parallel DB$ ; donc *ex aequo*  $AP \parallel VH \parallel AQ \parallel BD$ ; donc le rectangle  $AP \times BD$  sera égal au rectangle  $VH \times AQ$ . Ce sera la même chose pour toutes les parties indéfiniment petites de la ligne  $HA$ . Mais toutes les  $AP \times$  les arcs  $BD$  qui forment l'espace cylindrique proposé, seront égales à toutes les  $AQ \times VH$  qui forment le rectangle  $VHAE$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

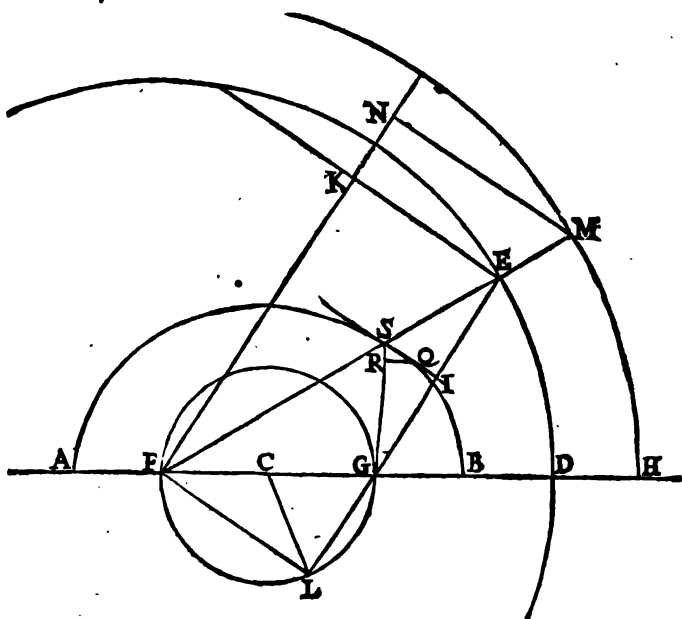
## THEOREME III.

J'aurois pû ne faire qu'un seul Theoreme de celui-ci & du suivant; mais comme l'explication & la démonstration seroient trop composées à cause des distinctions trop fréquentes, j'en ay fait deux séparés: mais pour faire voir l'analogie qu'ils ont entr'eux, j'ay observé de mettre les mêmes lettres aux points qui ont même rapport, outre qu'il y a quelques propriétés particulieres à l'un & à l'autre.

Si sur une ligne droite  $AB$  il y a deux points  $FG$  également éloignés de  $A$  & de  $B$ , & de plus sur  $AB$  prolongée vers  $D$  si l'on prend la grandeur  $BD$  égale à  $BG$ , & que du point  $F$  pour centre & pour rayon  $FD$  on décrive le cercle  $DE$ , & que du point  $G$  ayant mené quelque ligne  $GE$  jusqu'au cercle en  $E$  & ensuite  $FE$ , si l'on divise  $GE$  en deux également en  $I$ , la ligne  $SI$  perpendiculaire à  $GE$  rencontrera  $FE$  en un point  $S$  qui sera sur une Ellipse laquelle aura  $AB$  pour son grand axe & qui sera égale à  $FE$ , & la ligne  $SI$  touchera l'Ellipse en  $S$ .

Cette proposition est évidente; car si l'on mene  $GS$ , elle sera égale à  $ES$ , & par conséquent  $FS$ ,  $GS$  seront ensemble égales à l'axe  $AB$ , qui est une propriété des foyers  $FG$  de l'Ellipse.

Ce qu'il y a de remarquable ici, c'est que le cercle  $DE$  où se termine la ligne  $GE$  menée du foyer  $G$ , fait le même office dans l'Ellipse que dans la Parabole, la ligne



droite perpendiculaire à l'axe , & qui le rencontre dans un point autant éloigné du sommet qu'en est le foyer ; ce qui est aussi de même ici où le cercle  $DE$  rencontre l'axe en  $D$ , en sorte que  $BD$  est égale à  $BG$  : mais dans la Parabole l'autre foyer comme  $F$  étant à distance infinie, aussi le cercle  $DE$  qui auroit son centre à distance infinie devient une ligne droite.

Je dis maintenant que si par tous les points  $S$  de la demi-Ellipse  $ASB$  on élève des perpendiculaires à son plan, lesquelles soient les sinus des angles  $FEG$  ou  $EGS$  qui sont égaux entr'eux , & qui sont les moitiés des angles  $FSG$  à l'Ellipse sur les foyers  $FG$  ; en posant pour rayon du cercle des sinus l'axe  $AB$  ou  $FE$  ; tous ces sinus formeront un espace sur le Cylindre droit, qui a pour base la demi-Ellipse  $ASB$ , lequel sera égal au rectangle fait de l'axe  $AB$  & de la distance  $FG$  entre les foyers.

Si de quelque point  $Q$  pris sur la touchante indéfiniment proche du point  $S$  qu'on peut considérer aussi sur la Courbe , on mène  $QR$  perpendiculaire à  $GS$ , on aura le

triangle  $SQR$  semblable au triangle  $SGI$ , & si par le point  $E$  on tire  $EK$  parallèle à la touchante  $SI$ , &  $FK$  perpendiculaire à  $EK$ , on aura aussi le triangle rectangle  $EFK$  semblable aux deux précédens à cause des parallèles, & dans le cercle  $DE$ ,  $EK$  sera le sinus de l'angle  $EFK$  qui est semblable à l'angle  $SGI$ , & qui est la moitié de l'angle  $FSG$ : c'est-pourquoy  $FE \parallel EK \parallel QS \parallel SR$ , donc le rectangle  $EK \times QS$  qui est portion de l'Ellipse, sera égal au rectangle  $FE$  qui est l'axe  $AB \times BR$ . Mais la somme de toutes les  $SR$  pour la demi-Ellipse est égale à la distance  $FG$  entre les foyers, à cause des perpendiculaires ou arcs  $QR$  sur  $GS$ , ce qui est connu, & la somme de toutes les  $QS$  est la demi-Ellipse; c'est-pourquoy la proposition est vraie.

## COROLLAIRE I.

On voit aussi par cette démonstration que si au lieu du cercle  $DE$  sur lequel on a pris les sinus  $EK$  des angles  $EFK$ , on les prend sur tout autre cercle, ou plus grand comme sur  $HM$ , ou plus petit, on dira toujours la même chose; car alors ce nouveau cercle  $HM$  étant concentrique à  $DE$ , & ayant prolongé s'il est nécessaire  $FE$  en  $M$ , on aura le triangle rectangle  $FMN$  formé par le rayon  $FM$  & par le sinus  $MN$  de l'angle  $EFK$ , semblable au triangle rectangle  $FEK$ ; d'où l'on concluëra, comme on a fait, que l'espace cylindrique fait par tous les sinus  $MN$  sur les arcs  $S$  de la demi-Ellipse lesquels leur correspondent, sera égal au rectangle fait du rayon  $FM$  ou  $FH$ , & de la même distance  $FG$  entre les foyers.

## COROLLAIRE II.

Si l'on prolonge  $EG$  du côté de  $G$  jusqu'au cercle  $DE$ , on formera l'autre demi-Ellipse dont on concluëra la même chose que ci-devant.

## COROLLAIRE III.

Si sur  $FG$  pour diamètre on décrit le cercle  $FLG$ , & que  $EG$  prolongée ou non le rencontre en  $L$ , la corde

$FL$  qui est perpendiculaire à  $GL$ , sera égale au sinus  $EK$ ; car les deux lignes  $EL$ ,  $FK$  sont parallèles, & les angles  $FKE$ ,  $FLG$  sont droits : c'est-pourquoy toutes les cordes  $FL$  seront égales aux sinus  $EK$ ; ainsi ce que nous avons dit des sinus  $EK$  se pouvoit dire des cordes  $FL$  : mais il faut remarquer que pour la demi-Ellipse on auroit les cordes de tout le cercle entier  $FLG$ .

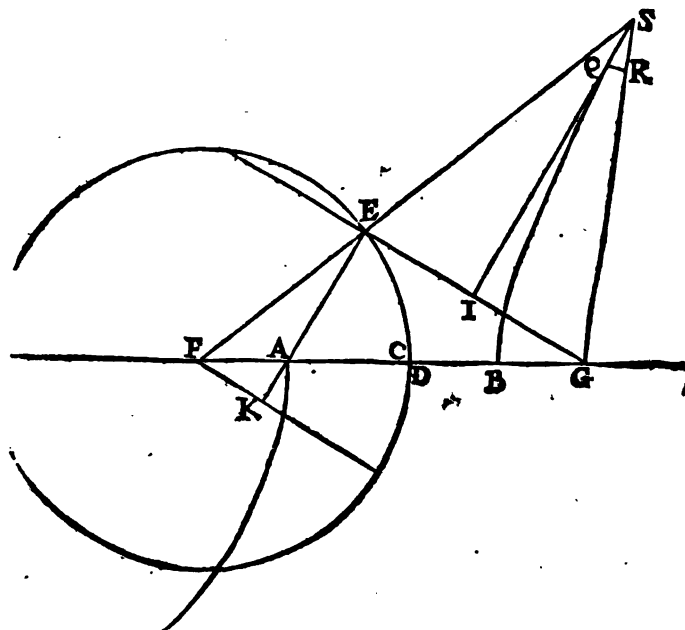
On voit aussi que la corde  $FL$  qui soutient l'angle  $FGL$  égal à l'angle  $EGD$  dans le cercle  $FLG$ , sera égale au sinus de l'angle  $FEG$  dans le cercle  $DE$ ; & par conséquent le sinus de l'angle  $FEG$  dans le cercle  $DE$ , sera double du sinus de l'angle  $EGD$  dans le cercle  $FLG$ .

## COROLLAIRE IV.

Il s'ensuit aussi de ce Theoreme que si de tous les points  $B$  du demi-cercle  $DE$  on mene des lignes aux deux foyers, l'une  $EF$  qui coupe la demi-Ellipse en  $S$ , & l'autre  $EG$  qui rencontre le cercle  $FLG$  en  $L$ , & si aux points  $L$  &  $S$  on eleve perpendiculairement la même corde  $FL$  qui est dans le cercle  $FLG$ , celle d'un angle  $FCL$  double de l'angle  $EGD$ , il se formera sur le cercle entier  $FLG$  une surface cylindrique égale à deux fois le quarré de  $FG$ , ce qui est connu, & par cette proposition il s'en formera une autre sur la demi-Ellipse, qui est égale au rectangle  $FE \times FG$ ; donc à cause de  $FG$  commune, le double quarré étant au rectangle comme  $2FG$  à  $FE$ , les deux surfaces cylindriques seront dans la même raison de  $2FG$  à  $FE$  ou  $FD$ .

## THEOREME IV.

Si sur une ligne droite indéterminée on prend une grandeur  $AB$  telle qu'on voudra, & deux points  $FG$  également éloignés de  $AB$  & au dehors, & si l'on prend encore la grandeur  $BD$  sur  $AB$  & égale à  $BG$ , & que du point  $F$  pour centre & pour rayon  $FD$  qui est égale à  $AB$ , on décrive le cercle  $DE$ ; du point  $G$  ayant mené quelque ligne  $GE$  jusqu'au cercle  $DE$  en  $E$ , & ensuite  $FE$  prolongée



longée tant qu'il sera nécessaire, si l'on divise  $GE$  en deux également en  $I$ , & qu'au point  $I$  on élève sur  $GE$  la perpendiculaire  $IS$  jusqu'à la rencontre de  $FE$  en  $S$ ; ce point  $S$  sera un de ceux d'une hyperbole  $SB$ , qui a pour son axe déterminé la ligne  $AB$ , & pour ses foyers les points  $FG$ , & la ligne  $IS$  touchera cette hyperbole en  $S$ .

Cette proposition est évidente par les propriétés des foyers de l'hyperbole; car dans cette construction la différence des lignes  $FS$ ,  $GS$  sera toujours égale à l'axe  $AB$  égal à  $FE$ . Mais il faut remarquer que si la ligne  $GE$  touchoit le cercle  $DE$ , alors la ligne  $FE$  seroit parallèle à  $IS$ , qui seroit dans ce cas l'une des asymptotes, & que la partie du cercle  $DE$  entre le point touchant & le point  $D$  formeroit la moitié de l'hyperbole  $BS$ , & le reste du demi-cercle au-dessus de  $AB$  formeroit la moitié de l'hyperbole opposée au-dessous de l'axe  $AB$ ; & enfin l'autre moitié du cercle  $DE$  au-dessous de l'axe formeroit le reste de ces deux hyperboles.

Ce cercle  $DE$  fait le même office dans l'hyperbole que

dans l'Ellipse, & qui est analogue à la ligne droite de la Parabole, comme nous avons dit.

Je dis maintenant que si par tous les points  $S$  d'une portion de l'hyperbole comme  $BS$  depuis l'axe en  $B$ , on élève des perpendiculaires à son plan, lesquelles soient les sinus des angles  $EGS$  ou  $GES$  dans le cercle  $DE$ , formeront un espace sur le Cylindre droit qui a pour base l'hyperbole, égal au rectangle de l'axe  $AB$  par  $GS$  moins  $GB$ , ce qui se rapporte à la figure des sinus dans une partie du cercle.

Si de quelque point  $Q$  pris sur la touchante indéfiniment proche du point  $S$  ou sur l'hyperbole, ce qui est considéré comme la même chose, on mène  $QR$  perpendiculaire à  $GS$ , on aura le triangle  $SQR$  semblable au triangle  $SGI$  ou  $SEI$  qui sont semblables & rectangles. Et si par le point  $E$  on tire  $EK$  parallèle à la touchante  $SI$  &  $FK$  perpendiculaire à  $EK$ , on aura aussi le triangle rectangle  $EFK$  semblables aux précédens à cause des parallèles; & dans le cercle  $DE$  la ligne  $EK$  sera le sinus de l'angle  $EFK$  semblable à l'angle  $SEI$  ou  $SGI$ , qui est la moitié du supplément de l'angle  $FSG$ : c'est pourquoy  $FE$  ou  $AB \parallel EK \parallel QS \parallel SR$ , & par conséquent le rectangle  $AB \times SR$  sera égal au rectangle  $EK \times QS$  qui est portion de l'hyperbole. Mais la somme de toutes les  $SR$  pour l'arc de l'hyperbole  $BS$ , est égale à  $GS$  moins  $GB$ , ce qui est connu; & la somme de toutes les  $QS$  est l'arc hyperbolique  $BS$ : donc ce qui étoit proposé est vrai.

On pourra tirer de cette proposition des Corollaires semblables à ceux qu'on a tirés pour l'Ellipse.



## OBSERVATIONS

## SUR LES ARAIGNÉES.

PAR M. HOMBERG.

**L**A couleur & la figure extraordinaire d'une certaine espece d'Araignées que j'ay rencontrée dans un Jardin à Toulon parmi les fleurs de Tubereuses qui y étoient en grande quantité, m'a donné la curiosité d'en examiner avec soin la figure extérieure, & ensuite aussi celle de toutes les autres especes d'Araignées que j'ay pu rencontrer. Je me suis servi d'un Microscope pour découvrir certaines parties dont les yeux seuls ne sont pas capables de s'appercevoir ; & je les ay fait dessiner plus grandes que le naturel, pour les représenter comme elles m'ont paru en les regardant au Microscope.

1707.

Je ne donneray icy que la description de six des principales especes de ces Insectes que j'ay vûs, & auxquelles toutes les autres qui me sont connues se peuvent rapporter.

Les six différentes especes sont, 1°. L'Araignée domestique, c'est à dire celle qui fait sa toile sur les murs & dans les coins des appartemens. 2°. L'Araignée des Jardins, c'est à dire celle qui fait une toile en l'air à peu près ronde, d'un tissu peu serré, & qui se niche pendant le jour au centre de cette toile. 3°. L'Araignée noire des Caves, ou qui demeure dans les trous des vieux murs. 4°. L'Araignée vagabonde, ou qui ne se tient pas tranquillement dans un nid comme les autres Araignées. 5°. L'Araignée des champs qui a des jambes fort longues, & qu'on appelle ordinairement des Faucheurs, & 6°. L'Araignée enragée, ou la fameuse Tarantule.

J'ay crû qu'il seroit à propos de faire d'abord une description qui convienne en general à toutes les especes

V u ij



d'Araignées, & de faire remarquer ensuite les caractères particuliers de chacune de ces espèces que je viens d'énoncer. Je ne prétends pas faire icy une description exacte de la structure de toutes les parties extérieures de cet Insecte; je rapporteray seulement ce que l'on n'en peut pas bien découvrir par la simple inspection & sans le secours du Microscope.

Tout le corps de l'Araignée se peut diviser en partie antérieure, en partie postérieure & en pattes. La partie antérieure contient la poitrine & la tête, la postérieure est son ventre. Ces deux parties tiennent ensemble par un étranglement ou par un anneau fort petit. La plupart des Araignées ont la partie antérieure ou la tête & la poitrine couverte d'une croûte dure ou écailleuse, & le ventre ou la partie postérieure est toujours couverte d'une peau souple. Les pattes tiennent à la poitrine, & sont dures comme toute la partie antérieure. Cette structure est différente de celle de plusieurs autres Insectes rampans & volans; par exemple, les Demoiselles & plusieurs autres ont le ventre & la poitrine attachés ensemble tout d'une venue & sans étranglement, nonobstant que la poitrine soit couverte d'une croûte dure, & le ventre d'une peau souple; mais leur tête tient à la poitrine par un étranglement fort étroit. Les Fourmis, les Guespes & la plupart des Mouches ont la poitrine attachée au ventre par un étranglement, & la tête attachée à la poitrine par un autre étranglement.

Toutes les Araignées sont couvertes de poils, aussi-bien leurs parties dures que les souples.

- Elles ont sur différens endroits de la tête plusieurs yeux fort bien marquez, de différentes grosseurs, différens en nombres, & différemment placez.

- Ces yeux sont tous sans paupières, & couverts d'une croûte dure, polie & transparente.

Elles ont dans la partie antérieure de la tête une espèce de ferre ou de tenaille, semblable en quelque façon aux serres ou aux pattes d'Ecrevisses, qui fait avec le front de

cet animal tout le devant de sa tête. (*Voyez les Figures 1. 2. & 3.*) Cette tenaille consiste en deux branches un peu plates, couvertes d'une croûte dure : elles sont attachées perpendiculairement à la partie inférieure du front, par une peau souple qui leur sert d'articulation ou de charnière, pour ouvrir & fermer ces tenailles. Ces branches sont garnies de pointes fort dures aux deux bords qui se joignent : elles servent à attraper leur proie, & à la tenir auprès de leur bouche qui est derrière ces tenailles, pour en tirer ce qui leur sert de nourriture.

Les branches de ces tenailles ont à leurs extrémités inférieures chacune un ongle crochu, ressemblant en quelque façon aux ongles d'un Chat. Ces ongles sont grands, fort durs & articulez ; de sorte que l'animal les peut remuer de haut en bas & de bas en haut, sans qu'il ait besoin de remuer les branches de ces tenailles. Il y a apparence que ces ongles servent pour fermer le bas des tenailles & pour embrasser la proie, afin qu'elle n'échappe pas des serres ; car moyennant ces ongles l'ouverture des serres ou des tenailles fait un triangle clos de toutes parts, qui sans cela n'auroit que les deux côtes. (*Voyez la Fig. 3.*) Ces ongles étant articulez peuvent servir aussi pour hausser & pour baisser la proie que l'Araignée tient dans ses tenailles.

Toutes les Araignées ont huit jambes articulées de même que les jambes des Ecrevisses : elles ont à l'extrémité de chaque jambe deux grands ongles crochus & articulez.

Il y a à l'extrémité de chaque jambe, entre les deux ongles, un paquet comme une éponge un peu mouillée, semblable à celui que l'on observe aux extrémités des pattes des Mouches. Ce paquet spongieux sert apparemment aux mêmes fins que celui des Mouches, pour marcher les jambes en haut contre des corps polis comme une glace de miroir, où l'usage des crochets des extrémités de leurs pattes n'a pas de lieu : mais ces éponges fournissant une liqueur un peu gluante, suffisent pour les y

coller. Cette liqueur gluante tarit avec l'âge aussi bien aux Araignées qu'aux Mouches, de sorte qu'elles ne peuvent pas marcher long-tems de bas en haut contre une glace de miroir ; & même une vieille Araignée ou une vieille Mouche étant tombée par hazard dans une jatte de porcelaine un peu profonde, elle n'en sçauroit sortir, & elle est obligée d'y mourir de faim.

Il arrive à peu près la même chose aux Araignées pour la matiere qui fournit leur toile. Une vieille Araignée n'a plus de cette matiere dans son corps, & elle ne sçauroit refaire sa toile rompuë ou emportée ; il faut qu'elle chasse une plus foible Araignée de sa même espece, pour recouvrer un nid où elle puisse habiter, comme je l'ay observé plusieurs fois. Peut-être que la liqueur des extremités des pattes est la même que celle dont se fait la toile, ou lui est analogue, puisqu'avec l'âge elles tarissent à peu près de même. Nous en parlerons plus amplement en son lieu.

Les Araignées ont outre les huit jambes dont nous venons de parler, & qui leur servent pour marcher, encore deux autres jambes plus proches de la tête, avec lesquelles elles ne marchent pas, mais qui leur servent de bras & de mains, pour placer & pour retourner leur proie qu'elles tiennent dans leurs serres, afin de la presenter de toute maniere & en differens sens à leur bouche, qui est placée immédiatement derriere leurs tenailles. Cette cinquième paire de jambes, ou ces bras ne sont pas faits de la même maniere dans toutes les especes des Araignées : dans quelques-unes elles ressembtent parfaitement aux autres jambes, & dans d'autres elles en sont tout à fait differentes. Nous en remarquerons la difference lorsque nous décrirons les caracteres particuliers de chaque espece d'Araignée.

Il y a autour de l'anus de toutes les Araignées quatre petits mamelons musculeux, larges vers leurs bases, & pointus vers leurs extremités. (*V. Fig. 7.*) Ces mamelons ont un mouvement fort libre en tout sens. Du milieu d'entre ces mamelons sort comme par une filiere la liqueur gluante

qui produit le fil , dont elles font leurs toiles & leurs nids. Cette filiere a un sphincter pour s'ouvrir & pour se ressermer , moïennant quoi elles peuvent filer plus gros & plus fin ; & l'Araignée étant suspenduë en l'air par ce fil , s'arrête lorsque la filiere se resserre , & elle continuë de descendre par son propre poids quand la filiere s'ouvre.

Voici à peu près la maniere dont les Araignées fabriquent leurs toiles. Lorsqu'une Araignée fait cet ouvrage dans quelque coin d'une chambre , & qu'elle peut aller aisément en tous les endroits où elle veut attacher ses fils , elle écarte les quatre mamelons dont nous venons de parler , & en même tems il paroît à l'ouverture de la filiere une tres-petite goutte de cette liqueur gluante qui est la matiere de ces fils : elle presse avec effort cette petite goutte contre le mur , qui s'y attache par son gluten naturel , & l'Araignée en s'éloignant de cet endroit , laisse échaper par le trou de sa filiere le premier fil de la toile qu'elle veut faire. Etant arrivée à l'endroit du mur où elle veut terminer la grandeur de sa toile , elle y presse avec son anus l'autre bout de ce fil , qui s'y colle de même comme elle avoit attachée le premier bout , puis elle s'éloigne environ l'espace d'une demie-ligne de ce premier fil tiré : elle y attache un second fil , qu'elle tire parallèlement au premier. Etant arrivée à l'autre bout du premier fil , elle acheve d'attacher le second contre le mur , ce qu'elle continuë de même pendant toute la largeur qu'elle veut donner à sa toile ; ( l'on pourroit appeller tous ces fils paralleles , la chaîne de cette toile ) après quoi elle traverse en croix ces rangs de fils paralleles , attachant de même l'un des deux bouts contre le mur , & l'autre bout perpendiculairement sur le premier fil qu'elle avoit tiré , laissant ainsi tout à fait ouvert l'un des côtez de sa toile , pour y donner une entrée libre aux Mouches qu'elle y veut attraper ; ( l'on pourroit appeller la trame de la toile , ces fils qui traversent en croix les premiers fils paralleles , que nous avons appellez la chaîne ) & comme ces fils fraîchement filez se collent contre tout ce qu'ils

touchent, il se collent en croix les uns sur les autres, ce qui fait la fermeté de cette toile; au lieu que la fermeté des toiles que nous faisons pour nos usages consiste dans le tissu ou dans l'entrelassement des fils de la trame avec ceux de la chaîne; ce qui est un ouvrage plus raisonné.

Afin que les fils qui se croisent se collent ensemble avec plus de fermeté, l'Araignée manie avec les quatre mamelons de son anus, & elle comprime en differens sens tous les endroits où les fils se croisent à mesure qu'elle les couche les uns sur les autres: elle triple ou quadruple les fils qui bordent sa toile, pour les fortifier & pour les empêcher de se déchirer aisément.

Une Araignée peut fournir deux ou trois fois de la matière pour faire une toile neuve, pourvu qu'elle n'en ait pas fait une trop grande la première fois, ce qui pourroit épuiser la matière de ces fils; après cela si elle manque de toile, il faut qu'elle occupe par force la toile d'une autre Araignée, ou qu'elle trouve quelque toile abandonnée; car les jeunes Araignées abandonnent leurs premières toiles pour en faire des neuves, & si les vieilles Araignées, c'est à dire les domestiques n'en trouvent pas, il faut qu'elles périssent, car elles ne sçauroient vivre sans toile; mais il y a quelques autres especes d'Araignées qui n'en ont pas tant besoin. Voilà pour les toiles qui se font dans les coins des Chambres: mais pour les toiles des Jardins qui sont en l'air, & dont les endroits qui les soutiennent ne sont pas aisément accessibles aux Araignées, voici comment elles s'y prennent pour les construire. L'Araignée se met en un tems calme au bout de quelque branche d'arbre, ou sur quelqu'autre corps qui s'avance en l'air; elle s'y tient ferme sur six pattes seulement, & avec les deux pattes de derriere elle tire de son anus peu à peu un fil de la longueur de deux ou trois aunes ou plus, qu'elle laisse flotter en l'air, jusqu'à ce que le vent l'ait poussé contre quelque matière solide; où ce fil se colle promptement par son gluten naturel: l'Araignée tire de tems en tems ce fil à soi, pour connoître si le bout qui

flote

flote en l'air s'est attaché quelque part, ce qu'elle connoît par la résistance qu'elle sent lorsqu'elle tire ce fil ; alors elle bande un peu ce fil, & l'attache avec les mamelons de son anus à l'endroit où elle se trouve. Ce fil lui sert de pont ou d'échelle pour aller à l'endroit où le hazard l'a attaché, moiennant quoi elle double ce premier fil, qu'elle triple ou quadruple selon son instinct, ou plutôt selon la longueur du fil pour le fortifier plus ou moins ; puis elle se met à peu près au milieu de ce fil, & elle tire de son anus avec ses deux pattes de derriere un nouveau fil ; qu'elle laisse flotter en l'air, comme elle a fait au premier fil, & lorsqu'elle s'apperçoit que ce nouveau fil flotant s'est attaché quelque part, elle le bande un peu, & elle attache avec ses mamelons le bout qu'elle tient, autant perpendiculairement qu'elle peut, sur le milieu du premier fil, & le fortifie en le doublant ou en le triplant, comme elle avoit fait le premier fil. Elle fait cela si souvent, que le milieu du premier fil devient un centre, d'où sortent plusieurs rayons, ce qu'elle continuë jusqu'à ce qu'elle puisse aller sur des fils de traverse, de l'extrémité de l'un des rayons aux extrémités des autres rayons ; alors elle attache un nouveau fil au centre, qu'elle tire le long de l'un des rayons, & de là au milieu de l'un des fils de traverse, où elle l'attache avec ses mamelons, & par ce moyen elle fait autant de rayons qu'elle le trouve à propos. Tous les rayons étant faits, elle se remet au centre, elle y attache un nouveau fil, qu'elle couche & qu'elle attache en spirale sur les rayons depuis le centre jusqu'à la grandeur qu'elle veut donner à sa toile. Cela étant fait elle se niche dans le centre de sa toile, toujours la tête en bas, peut-être pour éviter la grande clarté du Ciel, n'ayant pas de paupieres pour la modifier ; ou plutôt pour soutenir & pour reposer son gros ventre sur une large base de sa poitrine, à laquelle sont attachées les jambes qui portent tout l'animal ; au lieu que tenant la tête en haut, le ventre qui est fort gros ne pendroit qu'à

un petit filet par où il est attaché à la poitrine, ce qui pourroit l'incommoder.

L'Araignée ne se tient dans le centre de sa toile que pendant qu'il fait jour : elle se retire la nuit, ou quand il pleut, ou quand il fait grand vent, dans une petite loge qu'elle s'est faite à l'extrémité de sa toile, sous la feuille d'un arbre ou d'une plante, ou en quelqu'autre endroit plus solide que sa toile, & qui lui puisse donner un abri contre la pluie. Elle choisit ordinairement cet endroit vers la partie la plus élevée de sa toile, apparemment pour s'y réfugier promptement dans la nécessité ; car la plupart des Araignées montent fort aisément & bien plus vite qu'elles ne descendent.

Les Araignées attendent des Mouches ou quelque'autres Insectes qui se viennent embarrasser dans ces toiles, & qui leur servent de nourriture. Quand la Mouche est petite, l'Araignée la prend dans ses tenailles, & l'emporte dans son nid pour s'en nourrir ; mais quand la Mouche est un peu grosse en comparaison de l'Araignée, & qu'avec ses ailes & avec ses pattes elle la peut incommoder ; alors l'Araignée l'entoure & l'enveloppe d'une grande quantité de fils qu'elle tire de son anus pour lier & pour garoter la Mouche, jusqu'à ce qu'elle ne puisse plus remuer ni ailes ni pattes, & l'Araignée l'emporte paisiblement dans son nid & s'en repaît. Quelquefois la Mouche est si grosse & si forte, que l'Araignée n'en peut pas venir à bout ; alors bien loin d'embarrasser davantage cette Mouche, l'Araignée la détache où elle déchire l'endroit de la toile où la Mouche tient, & la jette dehors, & elle raccommode immédiatement après sa toile déchirée, où elle en refait une neuve.

Toutes les Araignées mâles sont plus petites que les Araignées femelles dans leurs especes. Cela va si loin, que j'ay pesé jusqu'à cinq & six Araignées mâles des Jardins contre une femelle de la même espece pour en trouver le poids égal, ce qui est assez commun dans la plupart des Insectes, tout au contraire des quadrupèdes, dont les

mâles sont plus grands & plus forts que les femelles.

Les Araignées de toutes les especes sont ovipares, avec cette différence que les unes font une grande quantité d'œufs, comme sont celles des Jardins, & celles qu'on appelle communément des Faucheurs, & que les autres en font fort peu, comme les domestiques, &c. Elles font leurs œufs sur une portion de leur toile qu'elles lient ensemble en un peloton, & qu'elles couvent dans leurs nids. Lorsqu'on les chasse de leurs nids dans le tems qu'elles couvent, elles prennent ce peloton d'œufs dans leurs tenailles, que nous avons décrites cy-dessus, & l'emportent avec elles. Tout aussi-tôt que les petits sont éclos, ils commencent à filer, & ils grossissent quasi à vûë d'œil, sans que j'aye pû découvrir qu'ils prennent de nourriture. Si par hazard il leur vient un tres-petit Moucheron, ils se jettent dessus, & font comme s'ils s'en nourrissoient: mais s'il ne leur en vient point pendant un jour ou deux ou plus, ils ne laissent pas de croître tout de même que s'ils avoient pris de la nourriture, c'est à dire qu'ils grandissent dans le commencement de leur âge plus du double par chaque jour, sans prendre aucune nourriture sensible.

Les caracteres particuliers de chaque sorte d'Araignées consistent en la differente position de leurs yeux. Nous ne laisserons pas de remarquer encore d'autres differences considerables, mais qui ne sont pas generales.

L'Araignée domestique qui fait la premiere sorte, a huit yeux placez sur son front en ovale. Ces yeux sont petits & à peu près de la même grandeur. (*Voyez la Fig. 1.*) Cette Araignée fait une grande & large toile dans les coins & contre les murs des chambres: ses bras ressemblent parfaitement à ses jambes, à la réserve qu'ils sont un peu plus courts, & qu'elle ne les pose jamais à terre. Cette espece quitte sa dépouille tous les ans, ou elle change de peau, même aux pattes, comme les Ecrevisses, ce que je n'ay observé qu'à cette seule espece d'Araignées. Elle vit long-tems; j'ay vû une même Araignée pendant



quatre ans : elle ne grandissoit gueres de corps, mais beaucoup des jambes. Il vient à cette sorte d'Araignée quelquefois une maladie qui les fait paroître horribles : c'est qu'elles deviennent toutes pleines d'écailles, qui ne sont pas couchées à plat les unes sur les autres, mais elles en sont herissées, & parmi ces écailles il se trouve une grande quantité de petits Insectes approchans de la figure des poux des mouches, mais beaucoup plus petits. Lorsque cette Araignée malade court un peu vite, elle secouë & elle jette à bas une partie de ces écailles & de ces petits Insectes. Cette maladie est rare dans nos pais froids ; je ne l'ay observée que dans le Royaume de Naples. L'Araignée en cet état ne demeure pas long-tems en la même place, & étant enfermée elle meurt promptement.

La seconde espece est celle des Jardins, qui fait une grande toile ronde en l'air, dont elle occupe ordinairement le centre : elle a quatre grands yeux placez en quarré au milieu du front, & deux yeux plus petits à chaque côté de la tête. (*Voyez la Fig. 2.*) Les femelles de cette espece ont les plus gros ventres que j'aye vû aux Araignées, les mâles en sont fort menus : elles sont de différentes couleurs, ordinairement elles sont feuille-morte, tacherées de blanc & de gris, quelquefois elles sont toutes blanches, comme celles que j'ay trouvées à Toulon parmi les fleurs de tubereuses. J'en ay trouvé aussi de différentes couleurs vertes, elles ne sont pas de la même grosseur : les vertes sont les plus petites, les blanches sont plus grosses, & les grises les plus grosses de toutes. J'ay versé de l'esprit de vin sur cette espece, elles n'ont pas paru en être inquiétées, non-plus que de l'eau-forte, ni de l'huile de vitriol, mais l'huile de therebentine les a tuées dans le moment ; ce que j'ay pratiqué souvent pour détruire les nichées des jeunes Araignées de cette espece, dans lesquelles il s'en trouve quelquefois une centaine à la fois, & qui en peu de jours occupent tout le Jardin & gâtent beaucoup de plantes.

La troisième espece est celle des Araignées des caves,

& de celles qui font leurs nids dans les vieux murs : elles ne m'ont paru avoir que six yeux, toutes les autres especes en ayant huit. Ces yeux sont placez deux au milieu du front, & deux à chaque côté de la tête, tous six à peu près de la même grandeur. (*Voyez la Fig. 3.*) Les Araignées de cette espece sont toutes de couleur noire & fort velues : elles ont les jambes courtes, & elles sont plus fortes & plus méchantes, & vivent plus long-tems que la plupart des autres Araignées. Quand on en a pris une, elle se défend & elle mord l'instrument qui la tient ; & ayant été percée par le ventre, elle vit quelquefois plus de deux fois vingt-quatre heures ; au lieu que toutes les autres Araignées meurent promptement quand on leur a percé le ventre, & ne se défendent ni ne mordent jamais quand on les a prises. Au lieu de toile pour prendre des Mouches, celles-cy ne font que tirer simplement des fils de sept à huit pouces de long qui sortent de leurs nids comme des rayons, & qui sont attachez au mur autour du trou qu'elles habitent : l'Insecte qui marche sur ce mur, & qui heurte contre quelqu'un de ces fils en l'ébranlant un peu, avertit l'Araignée qui est dans le trou, qui dans le même instant en sort avec une vitesse extraordinaire, & emporte l'insecte. J'ay vu emporter une Guespe fort vive par une de ces Araignées, auxquelles les autres Araignées ne touchent pas, tant à cause de leurs aiguillons, qu'à cause des écailles dures dont tout le corps de la Guespe est couvert : mais la partie antérieure & les jambes de cette Araignée étant couverte d'une écaille extrêmement dure, & la postérieure ou le ventre étant couvert d'un cuir épais & fort serré, elles ne craignent apparemment pas l'aiguillon de la Guespe ; & les tenailles de cette Araignée étant tres-fortes & tres-dures, elles sont capables de briser les écailles de la Guespe.

La quatrième espece d'Araignées est de celles que nous avons appellées vagabondes, à cause qu'elles ne sont pas sedentaires dans leurs nids comme sont toutes les autres Araignées, qui attendent tranquillement que leur proie

vienne les trouver, au lieu que celles-cy vont chercher leur proie & la chassent avec beaucoup de ruses & de finesse. Elles ont deux grands yeux au milieu du front, deux plus petits aux extremités du front, deux de la même grandeur sur le derriere de la tête, & deux fort petits entre le front & le derriere de la tête. (*Voyez la Fig. 4.*) Les Araignées de cette espece sont de différentes grandeurs, & de différentes couleurs, j'en ay vû de blanches, de noires, de rouges, de grises & de tachetées. Elles ont une partie de leur corps différente de toutes les autres especes, qui est que l'extremité de la cinquième paire des jambes que nous avons appelé leurs bras, se termine en un bouquet de plumes, au lieu qu'à toutes les autres Araignées elle se termine en deux crochets comme les autres jambes. Ce bouquet de plumes est ordinairement de la même couleur que le reste du corps de l'animal, & égale quelquefois la grandeur de toute la tête. Cette Araignée s'en sert pour les jetter sur les aîles de la Mouche qu'elle a attrapée, afin d'en arrêter le mouvement, dont elles seroient fort incommodées, n'ayant pas les mêmes moyens que les autres Araignées de les embarrasser & de les lier avec des filets qu'elles ne font point.

La cinquième espece est de celles des campagnes, que l'on nomme ordinairement des Faucheurs. Cette espece a la partie anterieure, ou la tête & la poitrine plate horizontalement & presque transparente, étant couverte d'une écaille fort fine, lisse & blanchâtre. Il y a une grande tache noire sur sa tête, que je crois être le cerveau, qui paroît à travers l'écaille transparente qui le couvre. Cette Araignée a huit yeux placez d'une maniere extraordinaire : il y en a deux au milieu du front, tres-petits & fort proches l'un de l'autre, de sorte qu'on pourroit les prendre tous deux pour un petit corps oval. Aux extremités du front à droite & à gauche il y a deux petites bosses, & sur le sommet de chacune de ces bosses il y a trois yeux placez en treffle fort proches les uns des autres. (*Voyez la Fig. 5.*) Ces yeux-cy sont plus gros que les deux du milieu,

ils ont une cornée fort bossuë, blanche & transparente, quoique le fonds en soit noir, au lieu que les deux yeux du milieu sont tout à fait noirs. Il part de chacune de ces bosses, aussi-bien que des deux yeux du milieu, un canal fort sensible. Ces trois canaux vont se rendre dans cette tache noire qui me paroît être le cerveau. A mesure que ces canaux s'éloignent des yeux, ils s'approchent les uns des autres pour donner à peu près dans le même endroit du cerveau. Ces canaux contiennent apparemment les nerfs optiques, & en sont les gaines. Les jambes de ces Araignées sont fort menuës, & beaucoup plus longues à proportion que celles des autres Araignées ; mais leurs bras sont extrêmement courts & fort charnus, ne ressemblant aucunement aux jambes, comme ils sont à la plupart des autres Araignées. Leurs jambes sont si pleines de poils, qu'elles paroissent au Microscope des plumes à écrire.

La sixième espèce d'Araignées est celle des fameuses Tarantules : elle a le port & la figure à peu près de nos Araignées domestiques ; mais elle est dans toutes ses parties beaucoup plus forte & plus robuste : elle a les jambes & le dessous du ventre tachetés de noir & de blanc ; mais le dessus de son ventre aussi-bien que toute sa partie antérieure sont noirs : sa tête & sa poitrine sont couverts d'une seule écaille noire, qui ressemble parfaitement à une petite Tortue. Les Araignées de cette espèce ont huit yeux, qui sont tout à fait différens de ceux des autres espèces d'Araignées, tant en couleur qu'en consistance. Tous les yeux des autres Araignées sont noirs ou rouges tirant sur le noir, & sont tous couverts d'une écaille dure & transparente qui restent tels après leur mort : mais ceux-ci sont couverts d'une cornée humide & tendre, qui se fêtit & s'enfonce après leur mort : la couleur en est d'un blanc tirant un peu sur le jaune doré, brillante & étincellante comme sont les yeux des chiens & des chats quand on les voit dans l'obscurité. Ces yeux sont situés quatre en quarré au milieu du front, & quatre en une li-

gne horizontale : au-dessous de ces quatre premiers ces derniers-ci bordent le bas du front , & sont placez immédiatement au-dessus de la racine de ses tenailles. Ces yeux sont differens en grosseur : les quatre premiers sont à peu près de même , & ont environ une ligne de diametre , & sont bien visibles sans Microscope ; mais ces derniers-ci n'ont que la moitié du diametre des premiers. Les Tarantules sont fort méchantes & mordent volontiers quand elles sont en chaleur. J'en ay vû à Rome , mais on ne les y craint point , parcequ'on n'a pas d'exemple qu'elles y aient incommodé quelqu'un ; mais dans le Royaume de Naples elles font beaucoup de mal , peut-être parcequ'il y fait plus chaud qu'à Rome. Les symptômes qui arrivent à ceux qui en ont été blesez sont bizarres , aussi-bien que la guérison. Ils ont été décrits par plusieurs Auteurs Italiens & François ; & quoique leur histoire paroisse tenir un peu du fabuleux , elle ne laisse pas d'être vraie & fort extraordinaire. M. Geoffroy nous en a donné une description dont l'extrait a été inseré dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1702. que l'on peut consulter si on en veut être plus amplement instruit.

## O B S E R V A T I O N

*Du passage de la Planete de Mars par l'Etoile nebuleuse de l'Ecrevisse , faite le mois de Juin de l'année 1707.*

PAR M. MARALDI.

1707.  
30. Juillet.

**A**U commencement du mois de Juin de cette année 1707, nous avons observé autant que les nuages l'ont pû permettre le passage de la Planete de Mars par les Etoiles qui composent la nebuleuse de la Constellation de l'Ecrevisse. Comme cet amas d'Etoiles occupe dans le Ciel environ un degré d'un grand cercle , Mars emploïa quasi

Fig. 2.

Fig. 3

Fig. 4.

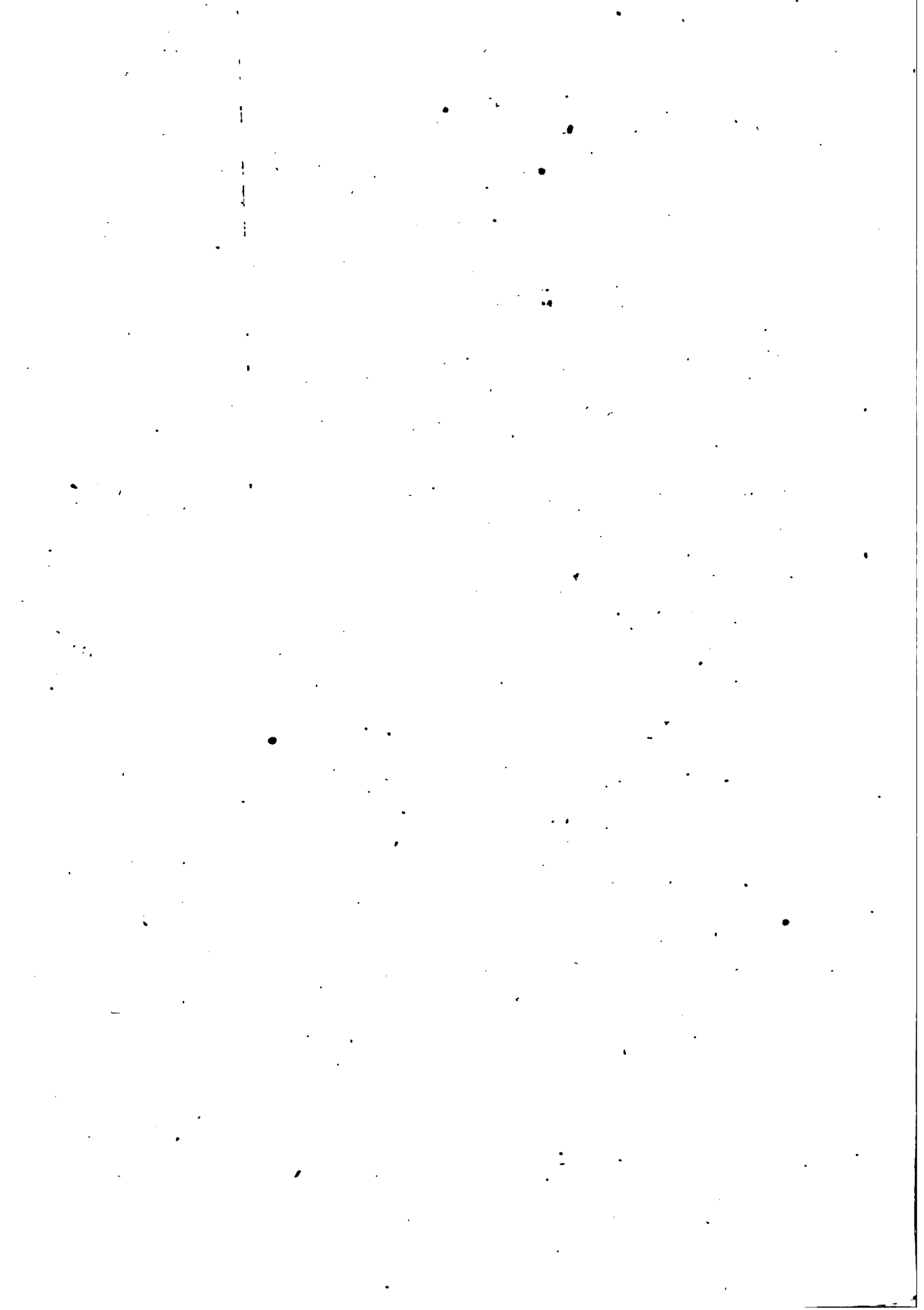
Fig. 5.



Fig. 6.

Fin ~

1. Représente les yeux et les Serres de l'Araignée domestique .
2. L'Araignée des Jardins, qui se tient à l'air au milieu de sa toile .
3. L'Araignée noire, qui habite dans les trous des vieux murs .
4. L'Araignée vagabonde, qui ne se tient pas dans un nid comme les autres araignées, et qui va à la chasse aux mouches et autres insectes
5. la teste et les yeux de l'Araignée des champs, appelée communément le faucheur .
- 66 la Tarantule .
- 7 Araignée renversée qui montre les mamelons de son anus, dont elle se sert pour filer .



quasi deux jours à parcourir cet espace. Il arriva le second jour de Juin proche d'une de ces petites Etoiles qui est des plus occidentales, avec laquelle il se trouva presque en conjonction vers les 10 heures du soir. Le Ciel qui ne resta découvert en cet endroit que fort peu de temps, ne permit pas de déterminer plus précisément la situation de Mars parmi ces Etoiles.

Le troisième Juin à 9 heures 21' nous observâmes la différence d'ascension droite entre Mars & l'Etoile marquée (12) dans notre Figure : elle se trouva d'une minute 22 secondes de temps, ou 20 minutes & demi de degré, dont Mars étoit plus oriental. La différence de déclinaison étoit d'une minute & demi, dont Mars étoit plus septentrional. Par nos observations l'ascension droite de cette Etoile pour cette année est de  $125^{\circ} 44' 40''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $20^{\circ} 47' 30''$ ; donc l'ascension droite de Mars sera de  $126^{\circ} 5' 0''$ , & sa déclinaison de  $20^{\circ} 49' 0''$ , d'où l'on calcule sa longitude en  $3^{\circ} 25' 0''$  du Lion, avec une latitude septentrionale d'un degré  $25' 40''$ .

Le 4 Juin à 10 heures 20 minutes du soir la différence d'ascension droite entre l'Etoile marquée 2 dans la Figure & Mars étoit d'une minute & 45 secondes, ou 26 minutes 15 secondes de degré. La différence de déclinaison étoit de 16 minutes du parallèle de Mars, qui sont 15 minutes du grand cercle. L'ascension droite de cette Etoile est de  $126^{\circ} 16' 15''$ , donc celle de Mars est  $126^{\circ} 42' 30''$ . La déclinaison de l'Etoile est  $20^{\circ} 55' 0''$ , donc celle de Mars étoit de  $20^{\circ} 40' 0''$ , d'où l'on calcule la longitude de Mars en 4 degrez & une minute du Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré  $25' 10''$ . Le lieu de Mars tiré des Ephemerides de l'Academie étant réduit à l'heure des observations s'accorde à deux minutes près avec les observations; & les Ephemerides de Mezzavaca ne s'éloignent des mêmes observations que de 3 minutes. Nous avons comparé cette observation à un autre passage de Mars par les mêmes Etoiles, qui fut observé par M. Cassini & par M. de la Hite l'an 1692, & qui est rapporté



354 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
dans les Memoires de l'Academie de la même année. Dans l'observation de l'année 1692 Mars passa fort proche de l'Etoile marquée *A* dans nôtre Figure, & par l'observation de M. Cassini elle fut jointe à Mars le 23 Mars à 1 heure 25 minutes. Par nos observations la longitude de cette Etoile & de Mars au temps de cette conjonction étoit de  $2^{\circ} 55' 30''$  de Lion, avec une latitude Septentrionale d'un degré  $33' 20''$ .

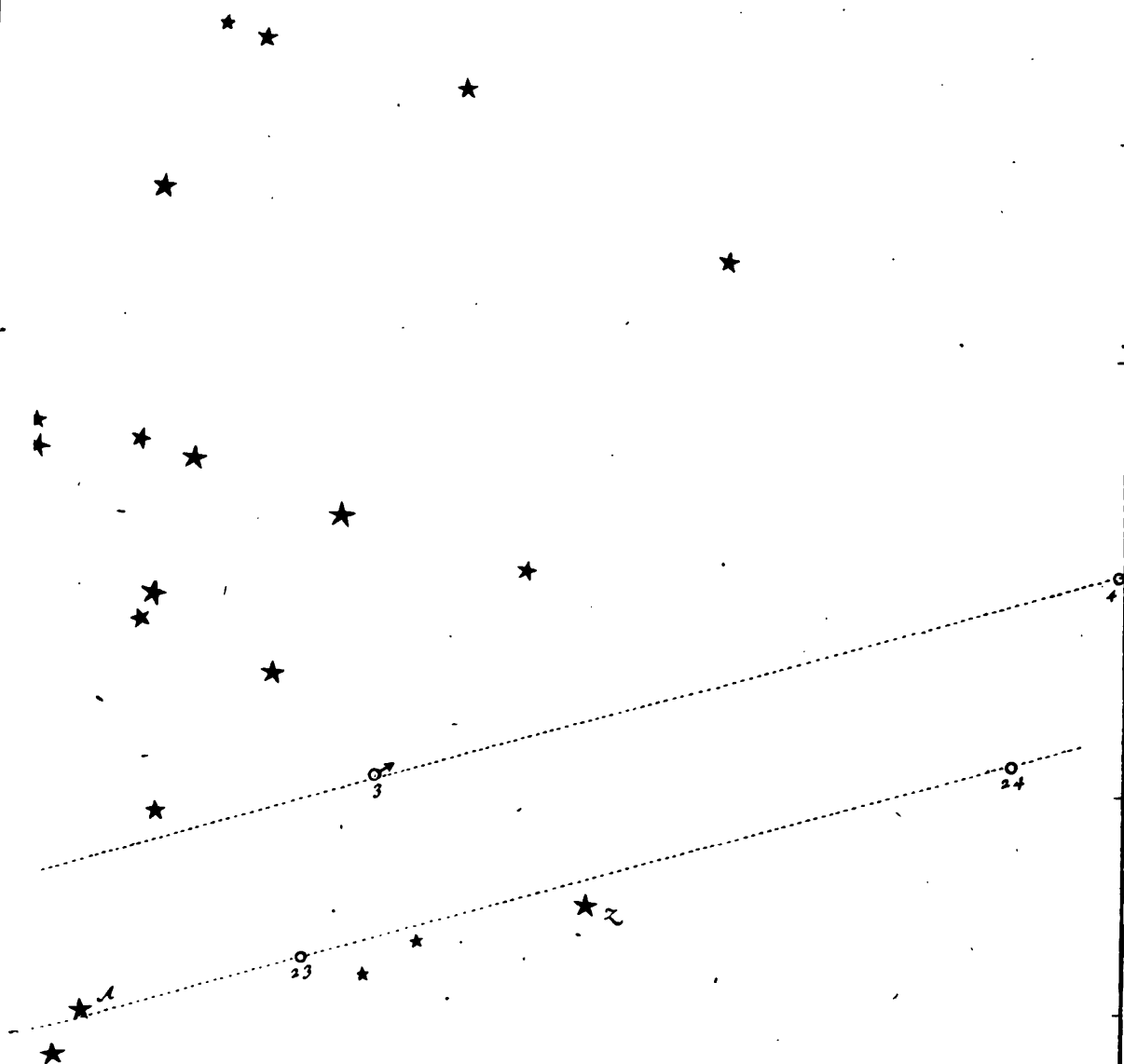
Par les observations de cette année nous avons trouvé que Mars a été joint en longitude avec la même Etoile marquée *A* le troisiéme Juin deux heures avant midy; de sorte qu'entre une conjonction & l'autre il y a 15 années onze jours moins trois heures & demie, durant lequel temps Mars a fait huit révolutions. Dans la conjonction de cette année Mars n'a pas passé au même endroit, mais il a été huit minutes plus Meridional qu'il n'avoit été dans l'observation de l'année 1692, ce qui vient principalement de la distance de Mars au Soleil qui n'a pas été la même dans ces deux observations.

Cette difference de distance de Mars au Soleil, qui porte une variation dans la seconde inégalité de Mars, est cause que ces retours à la même Etoile fixe ne se font pas en temps égaux; c'est-pourquoy il faut tenir compte de cette inégalité pour sçavoir par la comparaison de ces observations l'intervalle de Mars dans ces huit révolutions à l'égard du Soleil; & pour avoir l'intervalle moien, il faut avoir égard à la variation de la premiere inégalité qui dépend du mouvement de l'Aphelie de Mars, & qui n'est que peu de minutes dans 15 années.

Dans la Figure que nous donnons icy des Etoiles qui composent la nebuleuse de l'Ecrevisse, nous n'avons pas marqué toutes celles qui se voient avec de grandes Lunetes. Nous nous sommes contenté de marquer les plus claires qui sont environ au nombre de 20, & dont la situation a été déterminée par l'ascension droite, & par la déclinaison observée par le moien d'une Lunete de 12 pieds montée sur une machine parallatique, & qui avoit au

Sept.

Mem. de l'Acad. 1707. Pl. 9. page 354.



Observations du passage de Mars, par les étoiles  
de la nebuleuse du Cancer, le mois de Juin. 1707.

50' 226' 0' 10' 20' 30' 40'  
midi Bary fait



foier un Micrometre dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie de l'année dernière.

## COMPARAISON

*De diverses observations de l'Eclipse de Lune du 16 Avril 1707, faites à Rome par M. Bianchini, à Bologne par Messieurs Manfredi & Stancari, à Nuremberg par M. Wultzebaur, & à Geneves par M. Gautier.*

PAR M. CASSINI le fils.

**L**E temps a été plus favorable à Rome, à Bologne, à Nuremberg & à Geneves pour l'observation de l'E-<sup>1707.</sup>  
clipse de la Lune du 17 Avril, qu'il n'a été ici à Paris. <sup>30. Juillet.</sup>  
Voici la comparaison entre diverses Phases observées en même temps entre ces Villes & quelques-unes que nous avons observées à Paris.

12<sup>h</sup> 34' 20" à Rome toute la tache de Grimaldi est déjà cachée.

12 29 52 à Bologne tout Grimaldi est déjà caché.

4 28 Difference des meridiens entre Rome & Bologne.

12 43 7 à Rome Aristarque.

12 39 30 à Bologne Aristarque.

3 37 Difference entre Rome & Bologne.

12 50 34 à Rome le premier bord de Copernic.

12 46 32 à Bologne l'ombre à Copernic.

12 44 50 à Nuremberg. Copernic commence à entrer dans l'ombre.

4 2 Difference entre Rome & Bologne.

5 54 Entre Rome & Nuremberg.

12 53 34 à Rome tout Copernic.

12 49 0 à Bologne tout Copernic.

Y y ij

356 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

- 12<sup>h</sup> 46' 64" à Nuremberg Copernic couvert.  
 4 34 Difference entre Rome & Bologne.  
 6 40 Entre Rome & Nuremberg.  
 12 56 39 à Rome le premier bord de Tycho.  
 12 52 34 à Bologne le premier bord de Tycho.  
 4 5 Difference entre Rome & Bologne.  
 12 53 42 à Bologne le milieu de Tycho.  
 12 51 0 à Nuremberg environ le milieu de Tycho.  
 2 42 Difference entre Bologne & Nuremberg.  
 12 58 44 à Rome tout Tycho.  
 12 54 37 à Bologne tout Tycho.  
 4 7 Difference entre Rome & Bologne.  
 12 59 54 à Rome Helicon.  
 12 55 22 à Bologne Helicon.  
 4 32 Difference entre Rome & Bologne.  
 13 6 28 à Rome le premier bord de Platon.  
 13 1 47 à Bologne le premier bord de Platon.  
 4 41 Difference entre Rome & Bologne.  
 13 7 54 à Rome tout Platon.  
 13 3 27 à Bologne tout Platon dans l'ombre.  
 13 0 26 à Nuremberg Platon caché.  
 4 27 Difference entre Rome & Bologne.  
 7 28 Entre Rome & Nuremberg.  
 13 8 24 à Rome Manilius.  
 13 4 27 à Bologne tout Manilius couvert.  
 13 1 53 à Nuremberg Manilius.  
 5 57 Difference entre Rome & Bologne.  
 6 31 Entre Rome & Nuremberg.  
 13 16 20 à Rome Plinius.  
 13 9 44 à Nuremberg Plinius.  
 6 36 Difference entre Rome & Nuremberg.  
 13 24 50 à Rome Hermes commence à entrer.  
 13 20 47 à Bologne Hermes commence à entrer.  
 4 3 Difference entre Rome & Bologne.  
 13 27 50 à Rome commencement de la mer Caspienne.  
 13 21 56 à Nuremberg commencement de la mer Caspienne.  
 5 54 Difference entre Rome & Nuremberg.

- 13<sup>h</sup> 29' 20" à Rome Messala.  
 13 25 17 à Bologne tout Messala.  
 4 3 Difference entre Rome & Bologne.  
 13 30 25 à Rome l'ombre au milieu de la mer Caspienne.  
 13 24 15 à Nuremberg l'ombre au milieu de la mer Casp.  
 6 10 Difference entre Rome & Nuremberg.  
 13 33 5 à Rome fin de la mer Caspienne.  
 13 28 52 à Bologne.  
 13 26 49 à Nuremberg.  
 4 13 Difference entre Rome & Bologne.  
 6 16 Entre Rome & Nuremberg.  
 13 35 40 à Rome Immersion totale.  
 13 31 37 à Bologne.  
 13 29 48 à Nuremberg.  
 13 12 34 à Geneves.  
 4 3 Difference entre Rome & Bologne.  
 5 52 Entre Rome & Nuremberg.  
 23 6 Entre Rome & Geneves.  
 14 41 50 à Paris commencement de l'Emersion.  
 15 22 50 à Rome.  
 15 16 50 à Nuremberg.  
 14 59 18 à Geneves.  
 41 0 Difference entre Paris & Rome.  
 36 0 Entre Paris & Nuremberg.  
 17 28 Entre Paris & Geneves.  
 15 44 20 à Paris Grimaldi.  
 15 18 56 à Nuremberg Grimaldi hors de l'ombre.  
 34 36 Difference entre Paris & Nuremberg.  
 15 4 33 à Paris Copernic est sorti.  
 15 45 5 à Rome.  
 15 38 35 à Nuremberg.  
 40 32 Difference entre Paris & Rome.  
 34 2 Entre Paris & Nuremberg.  
 15 4 33 à Paris Tycho est sorti.  
 15 45 20 à Rome.  
 15 38 35 à Nuremberg.  
 40 47 Difference entre Paris & Rome.

# 358 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

- 34' 2" Entre Paris & Nuremberg.  
15 9 29 à Paris Platon commence à sortir.  
15 51 10 à Rome.  
15 46 37 à Bologne.  
44 41 Difference entre Paris & Rome.  
37 8 Entre Paris & Bologne.  
15 10 24 à Paris tout Platon.  
15 52 5 à Rome tout Platon.  
15 47 32 à Bologne tout Platon.  
15 45 30 à Nuremberg Platon est découvert.  
41 41 Difference entre Paris & Rome.  
37 8 Entre Paris & Bologne.  
36 6 Entre Paris & Nuremberg.  
15 18 55 à Paris Manilius est sorti.  
16 0 20 à Rome.  
15 55 52 à Bologne.  
41 25 Difference entre Paris & Rome.  
36 57 Entre Paris & Bologne.  
15 23 45 à Paris Menelaus est sorti.  
16 4 0 à Rome.  
15 59 24 à Bologne.  
40 15 Difference entre Paris & Rome.  
35 39 Entre Paris & Bologne.  
16 4 50 à Rome Dionysius.  
15 59 10 à Nuremberg.  
5 40 Difference entre Rome & Nuremberg.  
16 19 50 à Rome le premier bord de la mer Caspienne.  
16 12 30 à Nuremberg.  
7 20 Difference entre Rome & Nuremberg.  
16 24 20 à Rome Emerision de la mer Caspienne.  
16 18 15 à Nuremberg.  
6 5 Difference entre Rome & Nuremberg.  
16 46 0 à Paris fin douteuse.  
17 26 20 à Rome.  
17 22 50 à Nuremberg douteuse.

En prenant un milieu entre les differences des meridiens qui résultent de ces observations, l'on trouve la

différence des méridiens entre Paris & Rome de  $41' 3''$  à peu près de même que celle qui résulte du commencement de l'Émerfion observée de part & d'autre.

Par la comparaison des Phases observées à Paris & Bologne, l'on trouve la différence des méridiens entre ces deux Villes de  $36' 43''$ .

L'on trouve aussi la différence entre Paris & Nuremberg de  $34' 33''$ .

La différence qui résulte de l'Émerfion observée à Genève & à Paris est de  $17' 28''$ , plus grande de  $51''$  que celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

## REFLEXIONS

### SUR LES

### OBSERVATIONS DE MERCURE.

PAR M. CASSINI.

**D**ivers Auteurs d'Ephemerides de France, d'Italie & d'Allemagne représentoient cette année 1707 le passage visible de Mercure dans le Soleil le cinq May à des heures différentes les unes des autres. 1707:  
30. Juillet.

Quoique M. Halley, excellent Astronome Anglois, qui avoit observé un de ces passages de Mercure dans le Soleil dans l'Isle de Sainte Heleine par un temps très-favorable, eut prédit après une longue discussion ce dernier passage vers le minuit entre le 5 & le 6 May, on n'a pas laissé de se tenir prêt à l'observer aux autres temps qui avoient été marquez par les autres Astronomes, non-seulement le même jour, mais encore un jour avant & un jour après. Mercure n'a pas paru aux Observateurs d'Europe, quoique la durée de ce Phenomene dût être environ de huit heures.

Cela nous a donné occasion de comparer ensemble les



observations les plus anciennes que nous ayons de cette Planete avec les modernes. Il y a de grandes difficultez dans les observations les plus anciennes, rapportées par Ptolémée dans son *Almageste*.

Les plus anciennes furent faites à Alexandrie le troisiéme Siécle avant J. C. & elles sont marquées la plupart aux années Dionysiennes, dont les mois étoient solaires distinguez par les signes du Zodiaque, commençant par le signe du Cancer. Ptolémée supposoit ces mois reglez au moien mouvement du Soleil ; cependant nous avons dans Geminus Astronome ancien, un Calendrier dont les mois sont marquez par les signes du Zodiaque, dont les plus longs sont ceux du Taureau & des Gemeaux qui sont de 32 jours, & le plus court celui du Sagittaire de 29 jours ; ce qui fait voir que ces mois étoient reglez au vrai mouvement du Soleil, selon les observations ou hypotheses de ce temps-là. Dans ce même Calendrier sont marquez le lever & le coucher des Etoiles fixes suivant les Astronomes de ce temps-là, qui emploïoient par conséquent cette forme d'année & de mois.

Elias à Leonibus Astronome du Siécle passé, dans le Livre intitulé *Urania propitia*, examinant ces observations anciennes de Mercure, suppose aussi & tâche de le prouver, que les mois Dionysiens auxquels ces observations de Mercure étoient marquées, étoient inégaux, reglez au vrai mouvement du Soleil ; mais il donne une forme d'année qui ne s'accorde pas bien avec celle de Geminus.

Il prétend même que dans les observations rapportées par Ptolémée, il y a des fautes d'écriture considerables ; de sorte que dans une de celles qui sont marquées aux mois Egyptiens, il y a le mois de Phamenot au lieu de Mekir.

Outre cela ces observations anciennes sont marquées quelquefois en brasses, demi-brasses, palmes & doigts, sans que l'on sçache combien de degrez ou minutes on doit attribuer à des dimensions si grossieres faites sans l'aide d'aucun instrument.

Depuis

Depuis les observations de Mercure rapportées par Ptolemée, les observations de cette Planete ont été tres-rares. C'est-pourquoy il ne faut pas s'étonner si divers Astronomes ne se sont pas accordez si bien, qu'il n'y ait eu quelquefois entr'eux une difference de 6 à 7 degrez dans le lieu de Mercure.

Avant qu'on eut observé avec certitude le passage de Mercure dans le Soleil, dont nous avons presentement plusieurs observations faites depuis la premiere de M. Gassendi, desquelles nous avons déjà fait le rapport à l'Academie le 14 Novembre 1697, à l'occasion de l'observation de cette Planete dans le Soleil que nous fîmes la même année à l'Observatoire Royal, les Tables qui avoient approché le plus près des observations modernes étoient les Rodolphines de Kepler, qui ont été depuis corrigées sur les nouvelles observations par M. Bouillaud & par plusieurs autres Astronomes.

Cette correction se peut mieux faire presentement, en comparant ensemble les observations qui ont été faites depuis.

Nous en avons comparé plusieurs dans une Lettre écrite à M. Gallet, à l'occasion de son excellente observation de Mercure dans le Soleil de l'an 1677 qu'il nous envoia.

Il nous est toujours resté quelque scrupule sur le moïen mouvement de Mercure, tant à cause de la grande incertitude des observations anciennes qu'il faut comparer pour cet effet avec les modernes, que par la difficulté qu'il y a de bien separer les inégalitez de cette Planete de son mouvement apparent.

Les inégalitez plus sensibles des mouvemens de Mercure, sont celles de ses digressions apparentes du Soleil.

Ptolemée étoit prévenu de l'hypothese des Egyptiens, qui décrivient l'orbe principal de Mercure autour de la Terre, lui attribuant un Epicycle dont le centre étoit placé sur la circonference de l'orbe principal, & le centre de cet Epicycle étoit supposé décrire la circonference

du cercle principal par un mouvement égal au moïen mouvement du Soleil, pendant que Mercure parcourroit la circonférence de cet Epicycle, dont le demi-diametre étoit d'une grandeur capable de représenter à peu près les digressions de Mercure. Cette forme de theorie ne suffisoit pas encore pour bien représenter les digressions de Mercure; ils attribuoient au cercle principal une excentricité à l'égard de la Terre, & outre cela ils donnoient à l'Epicycle un balancement qui avec l'excentricité concouroit à représenter la variation des plus grandes digressions.

Ils ne s'aviserent point de décrire l'Epicycle de Mercure autour du Soleil, comme faisoient plusieurs Euto-péens, du nombre desquels étoient Ciceron & Martien Capella.

Ces Egyptiens supposoient aussi l'Epicycle de Mercure immédiatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus, qu'ils plaçoient toujours au-dessous du Soleil.

Ils assignoient à chaque Planete un Ciel particulier à l'égard de la Terre, dont ils éloignoient davantage celles qui sembloient avoir un mouvement particulier plus lent; & parceque Mercure a son mouvement particulier plus lent que celui de la Lune, & plus vîte que celui de Venus, ils plaçoient l'orbe de Mercure immédiatement au-dessus de l'orbe de la Lune, & au-dessous de l'orbe de Venus.

Il résulte de l'hypothese du mouvement de Mercure autour du Soleil, que l'Epicycle qu'il décrit autour du Soleil doit paroître plus grand lorsque le Soleil est dans son Perigée, que quand il est dans son Apogée, & que par cette cause les digressions de Mercure doivent être variables en divers signes du Zodiaque, suivant la distance du Soleil à la Terre en divers signes.

Mais les observations font connoître que dans les digressions apparentes de Mercure, il y a une variation plus grande que celle qui résulte de la diverse distance du Soleil; car lorsque le Soleil est, par exemple, dans le signe

de la Vierge , la digression orientale de Mercure est beaucoup plus grande que sa digression occidentale. Le contraire arrive lorsque le Soleil est dans le signe des Poissons.

Ces apparences ont fait connoître que l'Epicycle de Mercure autour du Soleil lui est excentrique ; qu'il y a une ligne droite qui passant par le centre du Soleil divise cet Epicycle en deux parties égales , dont l'extrémité la plus éloignée du Soleil est son Aphelie , & la plus proche à l'opposite est son Perihelie.

Kepler a été le premier à déterminer la situation de cette ligne à l'égard des Etoiles fixes , & à supposer que cette Planete à l'égard du Soleil a des inégalitez analogues à celles des autres Planetes ; qu'elle décrit une Ellipse qui a pour axe la ligne de l'Aphelie & du Perihelie , & qu'elle a une inégalité physique qui retarde son mouvement dans l'Aphelie , & l'accelere dans le Perihelie. On peut voir ce qu'il en a écrit dans son Epitome de l'Astronomie Copernicienne , où il substitué au cercle principal des Anciens le cercle ou l'Ellipse annuel de la Terre , & fait consister les inégalitez apparentes de Mercure , partie dans celles qu'il donne au mouvement de la Terre dans son orbe annuel , & partie dans celles qu'il donne au mouvement propre de Mercure dans son Ellipse.

Ceux qui donnent au Soleil le mouvement que Kepler donne à la Terre , sont obligez de transporter avec le Soleil l'Ellipse de Mercure ; de sorte que dans le mouvement annuel son axe garde toujours le même parallélisme , à la réserve d'une petite inclinaison qui répond au mouvement de l'Aphelie de Mercure , & de l'Apogée du Soleil.

Un des premiers après Kepler qui a tâché de déterminer avec methode l'Aphelie & l'excentricité de Mercure , a été M. Bouillaud dans son grand Ouvrage de l'Astronomie Philolaïque , y employant plusieurs observations de Walterus , de Gassendi & des siennès , sans prétendre de pouvoir déterminer assez précisément son moien mouve-

ment comme il le marque expressement. Il ne s'éloigne pas trop des dimensions de Kepler en ce qui regarde l'excentricité propre de Mercure & celle du Soleil, la proportion de leur orbe & la situation de l'Aphelie de Mercure ; mais il s'en éloigne sensiblement dans la distribution de la premiere inégalité, qui est beaucoup plus grande dans Mercure que dans les autres Planetes.

Il est tres-difficile de distinguer par les observations immediates la meilleure maniere de cette distribution. Un peu d'erreur que l'on fasse dans les digressions de Mercure, dont les observations sont plus frequentes, fait une erreur tres-grande dans les angles que Mercure fait au Soleil, à cause de la grande obliquité que les arcs qui les mesurent ont à nos lignes visuelles.

Dans les conjonctions de Mercure avec le Soleil ces arcs sont exposez directement à la Terre ; mais comme ces conjonctions n'arrivent que dans deux endroits du Zodiaque qui sont près des nœuds de Mercure, elles ne suffisent pas pour déterminer avec justesse les inégalitez dans les autres endroits.

Si nous avions des observations fort anciennes des conjonctions de Mercure avec le Soleil pour les pouvoir comparer avec les modernes, par cette comparaison nous pourrions déterminer avec plus de justesse le moïen mouvement de Mercure ; mais nous n'avons jusqu'à present que l'intervalle de 66 années entre les conjonctions observées, ce qui ne peut pas donner ce mouvement avec toute la précision que l'on peut souhaiter.

Nous ne laisserons pas cependant d'examiner ce qui résulte de ces observations.

### *Recherche du moïen mouvement de Mercure.*

Pour trouver le moïen mouvement de Mercure par les observations de ses conjonctions avec le Soleil faites jusqu'à present, il en faut choisir deux des plus éloignées observées près du même nœud.

Dans la conjonction que nous avons observé à Paris le 2 Novembre de l'année 1697, Mercure étoit près du même nœud où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi du 6 Novembre de l'an 1631, dont l'intervalle est de près de 66 années, qui est, comme nous avons dit, le plus grand que nous puissions employer entre les conjonctions. Dans cet intervalle il y a eu 274 retours de Mercure à son nœud ascendant.

Ayant examiné l'observation de M. Gassendi par notre methode, nous trouvons que la conjonction est arrivée le 6 Novembre de l'année 1631 à  $19^h 51' 0''$ , le Soleil étant alors en  $14^d 42' 0''$  du Scorpion. Par nos observations de la conjonction de Mercure avec le Soleil de 1697, nous trouvâmes qu'elle arriva le 2 Novembre à  $17^h 58' 5''$ , le Soleil étant en  $11^d 33' 50''$  du Scorpion; de forte que dans cette seconde observation il s'en falloit  $3^d 8' 10''$  que Mercure n'eut accompli 274 révolutions dans le Zodiaque. Chaque révolution est de 360 degrez, qui multipliez par 274 font 98840 degrez; en ayant ôté  $3^d 8' 10''$  reste  $98836^d 51' 50''$  parcourus par Mercure dans l'intervalle de ces observations, qui est de 66 années, dont 17 font bissextiles, moins 4 jours  $1^h 53'$ , lesquels font 24102 jours 22 heures & 7 minutes.

Divisant le nombre des degrez par celui des jours, l'on aura le mouvement journalier de Mercure de  $4^d 5' 32'' 21'''$ . Ce mouvement n'est pas précisément le moien, parce que dans le commencement & dans la fin de cet intervalle il peut y avoir des équations un peu différentes les unes des autres: mais cette difference ne peut pas être considerable, n'y ayant que trois degrez entre les lieux veritables de ces deux observations.

En comparant de la même manière l'observation de M. Gassendi avec celle qui a été observée par les P. Jesuites à Canton le 10 Novembre 1690, qui étant réduite au meridiem de Paris y a dû arriver le 9 Novembre 1690 à  $18^h 10' 20''$ , le Soleil étant en  $18^d 19' 30''$  du Scorpion, l'on trouve dans cet intervalle 245 révolutions plus  $3^d 37' 30''$ .

qui étant divisées par 59 années 2 jours 22<sup>h</sup> 29' 20" intervalle de temps entre ces deux observations, donne le moïen mouvement journalier de Mercure de 4<sup>d</sup> 5' 31" 42" avec une difference de 21 tierces de celui que l'on a trouvé par la premiere comparaison.

Comme dans la premiere comparaison il s'en falloit 3' & 8" que Mercure ne fut arrivé dans l'observation de 1697 au degré où il avoit été dans l'observation de 1631, au lieu que dans la seconde comparaison Mercure dans l'observation de Canton avoit passé trois degrez 37' au-delà du lieu où il avoit été dans l'observation de M. Gassendi. Les inégalitez qui se peuvent trouver en trois degrez de plus & trois degrez de moins ou environ, se récompensent en quelque maniere; de sorte qu'en prenant un milieu l'on aura le moïen mouvement journalier de Mercure de 4<sup>d</sup> 5' 32" 32".

M. Bouillaud tire de la comparaison des observations anciennes & modernes le moïen mouvement journalier de Mercure de 4<sup>d</sup> 5' 32" 35" 29".

Voilà ce que l'on peut tirer immédiatement des intervalles entre les observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sans employer dans les termes de ces observations pour réduire le vrai mouvement au moïen, des équations qu'il est difficile d'avoir avec justesse. Si l'on veut avoir égard à celles qui résultent des hypotheses fondées sur plusieurs autres observations, l'on aura par la premiere comparaison le moïen mouvement journalier de Mercure de 4<sup>d</sup> 5' 32" 36" 28", & par la seconde de 4<sup>d</sup> 5' 32" 34" 46", donc le milieu est 4<sup>d</sup> 5' 32" 35" 37" qui ne differe que de 7 à huit quartes de celui qui a été établi par M. Bouillaud.

### *Recherche des nœuds de Mercure.*

Ces observations des conjonctions de Mercure avec le Soleil, sont tres-propres pour déterminer avec toute l'exactitude que l'on peut avoir, les nœuds de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique.

Les Anciens qui supposoient que Mercure étoit toujours plus près de la Terre que du Soleil, n'ayant jamais vû Mercure dans le disque du Soleil, plaçoient ses nœuds, & regloient l'inclinaison de son orbite de sorte qu'étant vû de la Terre il ne pût jamais rencontrer le Soleil, ce qui causoit une grande erreur dans la latitude de Mercure. Presentement l'observation de la route de Mercure dans le Soleil vû de la Terre, sert à trouver la distance des nœuds de Mercure au lieu du Soleil, & l'inclinaison de son orbite à l'Ecliptique.

Ces deux Elémens de la theorie de Mercure ont été établis par plusieurs Astronomes.

Par la recherche que nous avons fait de la situation des nœuds qui résulte de l'observation de M. Gassendi, nous avons déterminé le lieu du nœud ascendant le 6 Novembre de l'année 1631 en  $13^{\text{d}} 8'$  du Scorpion.

Par l'observation de M. Gallet du 7 Novembre 1677, 46 ans après celle de M. Gassendi, nous avons trouvé le lieu du même nœud en  $14^{\text{d}} 12'$  du Scorpion: la difference entre ces deux observations est de  $1^{\text{d}} 4'$  qui est le mouvement du nœud de Mercure dans cet intervalle de temps suivant la suite des signes, ce qui donne pour chaque année  $1' 21''$ .

Suivant les observations de la conjonction de Mercure faites à la Chine l'an 1690, nous avons trouvé le lieu du nœud ascendant de Mercure en  $14^{\text{d}} 32' 25''$  de Scorpion, qui étant comparé avec celui qui résulte de l'observation de M. Gassendi de l'an 1631, donne le mouvement des nœuds suivant la suite des signes de  $1^{\text{d}} 24' 35''$  dans l'intervalle de 59 années, ce qui est en raison de  $1' 26''$  par an.

Nous avons aussi cherché le lieu de Mercure par une autre methode qui nous a paru la plus sûre, qui est en comparant la latitude de Mercure tirée de l'observation faite à la Chine en 1690 qui étoit boréale de  $12' 22''$ , avec la latitude tirée de nos observations de l'an 1697 qui étoit australe de  $10' 42''$ , d'où nous avons tiré le lieu du nœud de Mercure en  $14^{\text{d}} 42' 10''$  du Scorpion pour le temps en-



tre ces deux observations qui fut l'an 1694. L'on a donc pour l'intervalle de 62 années & demi le mouvement des nœuds de  $1^d\ 34'$ , ce qui est en raison de  $1' 31''$  par an. Si l'on prend le milieu entre ces déterminations, l'on a le mouvement annuel des nœuds de  $1' 26''$ , de même qu'on l'a trouvé par la seconde comparaison, ce qui s'accorde à une seconde près avec le mouvement annuel du nœud marqué par les Tables Rodolphines de  $1' 25''$ .

Toutes ces observations ont été faites près du nœud ascendant. L'observation d'Hevelius de l'an 1661, qui est la seule qui ait été faite près du nœud descendant, étant employée par notre méthode, donne la situation de ce nœud en  $14^d\ 24'$  du  $\varnothing$ , qui comparé avec celui qui est tiré des observations de M. Gassendi, donneroit le mouvement des nœuds plus vite. L'on peut attribuer cette différence à la difficulté qu'il y a de déterminer avec exactitude les lieux des nœuds. Cependant l'on peut se tenir à celui que nous avons déterminé cy-dessus par plusieurs observations faites près du nœud ascendant qui s'accordent assez bien ensemble,

### *Recherche de l'inclinaison de l'orbite de Mercure.*

Les observations que nous avons examinées ne s'accordent pas si bien à donner l'inclinaison de l'orbite de Mercure avec l'Ecliptique, que dans la détermination des nœuds. Il n'y a pas lieu de s'en étonner, car les observations qui sont les plus près des nœuds sont les plus propres pour déterminer leur situation, au lieu que les plus propres pour déterminer l'inclinaison de l'orbite de Mercure sont celles qui en sont les plus éloignées. Car l'inclinaison est mesurée par la plus grande latitude vûë du Soleil, qui est à  $90^d$  de distance des nœuds. On n'a pas laissé de la déterminer autant que le permet le peu de distance que Mercure avoit à ses nœuds dans ses conjonctions Ecliptiques. Par l'observation de 1677 on a trouvé l'inclinaison de l'orbite de Mercure de  $5^d\ 50'$ ; le lieu de Mercure étant éloigné de celui des nœuds de  $1^d\ 34'$ .

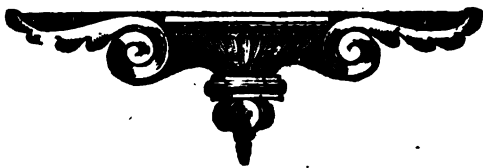
Par

Par l'observation de 1690 on l'a trouvée de  $6^d 40'$ , le lieu de Mercure étant éloigné de  $34^d 7'$  de celui des nœuds.

Et par l'observation de 1697 elle a été déterminée de  $6^d 23'$ , le lieu de Mercure étant éloigné de  $3^d 8'$  de celui des nœuds.

L'inclinaison qui résulte de l'observation de 1690 devant être la plus exacte par la raison que nous venons de dire, l'on peut en attendant déterminer l'inclinaison de l'orbite de Mercure de  $6^d 40'$  : elle est marquée dans les Tables Rodolphines de  $6^d 54'$ .

Ces Epoques du nœud ascendant de Mercure & le mouvement du nœud que nous venons de déterminer, font voir que ce nœud étoit le 5 May de cette année en  $15^d 0'$  du Scorpion, & le nœud descendant étant supposé à l'opposite sera en  $15^d 0'$  du Taureau. Le Soleil à minuit après le 5 May étoit en  $14^d 43'$  du même signe ; donc en ce temps-là l'orbite de Mercure coupoit le disque du Soleil fort près de son centre, de sorte que dans cette situation Mercure s'étant trouvé en conjonction avec le Soleil la nuit entre le 5 & le 6 May, il y aura eu une Eclipsé qui peut avoir duré environ huit heures. La longueur de la nuit dans le lieu des observations étoit environ de 8 heures, presque égale à la durée de l'Eclipsé. Mercure n'ayant pas paru dans le Soleil ni le soir du 5 May ni le matin du 6, il s'ensuit que le milieu de l'Eclipsé a été vers le minuit.



**R E C H E R C H E S**  
**SUR LES COURBES GEOMETRIQUES**  
**ET MECHANIQUES,**

*Où l'on propose quelques Regles pour trouver les  
rayons de leurs développées.*

PAR M. ROLLE.

1707. **S**oit  $AB$  une Courbe quelconque dont les appliquées se vont rendre à un point  $E$  comme dans un pôle immuable, & de laquelle on sçache mener les Tangentes. Il est question de trouver les rayons de sa développée. Ce qui se peut faire comme on le va dire.

**ARTICLE I.** On fera d'abord toutes ces hypothèses.

$AB$  ligne droite qui coupe la Courbe aux points  $A$  &  $B$ , de manière que l'intervale  $AB$  soit indéterminé.

$AL$  perpendiculaire à la sécante  $AB$ .

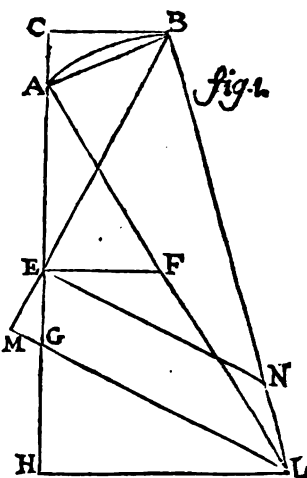
$BL$  une droite qui coupe  $AL$  en quelque point  $L$ , à une distance indéterminée.

$EF$  perpendiculaire sur l'appliquée  $AE$ .

$EN$  perpendiculaire sur l'appliquée  $BE$ , & qui rencontre  $BL$  en  $N$ .

$BC$ ,  $LM$ ,  $LH$ , perpendiculaires aux appliquées  $EB$ ,  $EA$ .

Pour les expressions Algebriques on supposera  $ML=t$ :



$$EH=z: EM=l: MG=d: EG=a: EB=v: EA=y: \\ AC=e: CB=n: EF=f: EN=g: HL=x.$$

Cela posé, je dis en premier lieu que les triangles  $BCA$ ,  $AEF$ , sont semblables & rectangles. Car les trois angles  $EAF$ ,  $FAB$ ,  $CAB$ , valent deux angles droits; de même que les trois angles du triangle rectiligne  $BCA$ . Ainsi ôtant de part & d'autre l'angle droit & l'angle commun, les restans  $CBA$ ,  $FAE$ , seront égaux entr'eux; & par conséquent les deux triangles  $BCA$ ,  $AEF$ , ont chacun un angle oblique de même grandeur. Dans chacun aussi se trouve un angle droit, & delà il est aisé de voir que ces deux triangles sont semblables & rectangles. D'où l'on tire l'analogie & l'égalité marquées icy en  $A$ .

$$A \dots y:f::n:e. \text{ Donc } ey=nf.$$

A cause des triangles semblables  $LHG$ ,  $GME$ , on aura les deux analogies & les deux égalités que l'on voit icy en  $B$ .

$$B \dots \begin{cases} x:t-d::l:a. \text{ Donc } ax=tl-dl. \\ x:z-a::l:d. \text{ Donc } dx=lz-al. \end{cases}$$

Les triangles semblables  $GME$ ,  $ECB$ , donnent les analogies & les égalités qui sont en  $C$ .

$$C \dots \begin{cases} d:a::n:v. \text{ Donc } vd=an. \\ a:l::v:e+y. \text{ Donc } lv=ea+ay. \end{cases}$$

On a encore les deux triangles semblables  $LHA$ ,  $AEF$ , & enfin les deux semblables  $LMB$ ,  $NEB$ . Ce qui donne les deux analogies & les deux égalités que voici.

$$D \dots \begin{cases} x:z+y::f:y. \text{ Donc } yx=fz+yf. \\ t:v+l::g:v. \text{ Donc } vt=vg+gl. \end{cases}$$

Et le triangle rectangle  $BCE$  donnera (par-là 47. 1.) l'égalité marquée  $E$ .

$$E \dots vv=nn+ee+2ey+yy.$$

Toutes ces égalités conviennent à l'indétermination de l'intervalle  $AB$ , & aucune ne s'oppose à son anéantissement.

ARTICLE II. On supposera que  $EF$  est la sous-normale du point  $A$ , & que  $EN$  est la sous-normale du point  $B$ .

Sur cette hypothèse on prendra la valeur de ces sous-normales; & je suppose pour fixer les idées, que ces deux valeurs sont comme on les voit icy en *F*.

$$F \dots f = \frac{y^m}{p} \quad g = \frac{v^m}{p}.$$

Par le moïen de ces deux égalités & de celles du précédent Article, on fera évanouïr les quantités *t, d, a, l, n, e, x, g, f*, c'est à dire toutes les expressions de ces égalités, hors *z, y, v*, & celles qui marquent des quantités connues dans l'égalité des sous-normales, comme *m* & *p*.

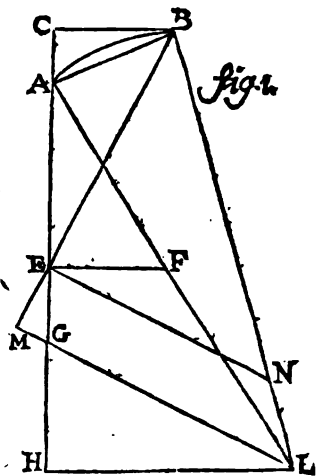
La réduite sera toujours divisible par *v - y*; & ayant fait la division autant de fois qu'on le peut, on substituëra *y* au lieu de *v*, ou *v* au lieu de *y*. Ce qui donnera dans l'exemple proposé la résultante que l'on voit icy en *G*.

$$G \dots +mmxz - +2mmyz = 0. \\ +ppzz.$$

Cette égalité étant divisée par *mmx - +ppz - +2mmy*, on aura *z = 0*. Ensorte que le zero absolu est la véritable valeur de *z* dans cet exemple.

Ayant trouvé une valeur de *z*, on la substituëra dans la première des deux égalités marquées *D. Art. I*. Ce qui donnera *x = f* pour l'exemple proposé.

Ainsi le segment *HE* s'évanouït, puisque le zero absolu en est la valeur; & delà le point supposé en *H* se confond avec le point donné *E*. Delà aussi le point *L* tombe sur le point *F*, & on le voit aussi en ce que *x = f*. Ensorte que le point *A* étant pris pour le point donné de la Courbe proposée, il sera vrai de dire que le point *F* est à sa développée, & que *AF* en est le rayon. Or il est évident ou facile de prouver que l'on peut faire une pareille recherche pour tout autre point de la Courbe proposée, & trouver pour *z* & pour *x* des



valeurs qui donnent sur le rayon de la Tangente le point qui termine le rayon de la développée. C'est la première manière que j'avois à proposer pour cette recherche.

ARTICLE III. Comme les égalités du premier Article sont tirées de la figure rectiligne, & que l'on peut les considérer comme immuables dans le Problème proposé, on peut aussi en prendre la réduite & la regarder comme une formule de ce Problème.

Si avec cela on observe dans le détail du calcul toutes les parties qui sont le moins divisibles par  $v - y$ , on s'apercevra que les autres parties doivent toujours se détruire en substituant  $y$  au lieu de  $v$  dans la détermination des premières formules; & rejetant le superflu, on trouvera que la réduite est comme on la voit icy en  $Z$ .

$$Z \dots \frac{2yygfvv - 2yffv^3}{2ffv^3 - vy^4 + yyv^3 - gfy^3 - ygfvv}$$

Ainsi cette réduite  $Z$  est comme une formule pour le Problème proposé, qui tient lieu de toutes les égalités du premier Article, & l'on peut en régler l'usage en cette manière.

1°. On substituera dans cette formule les valeurs de  $f$  & de  $g$  que donnent les égalités des sous-normales, selon ce qui a été dit dans le second Article.

2°. La résultante sera divisible par  $v - y$ ; & la division étant faite, on y substituera  $y$  au lieu de  $v$ . Ce qui donnera la valeur de  $z$ .

Comme l'exemple proposé est fort simple, il arrivera que la substitution de  $\frac{y^m}{p}$  au lieu de  $f$ , & celle de  $\frac{v^m}{p}$  au lieu de  $g$ , donnera par cela seul  $z = 0$ , qui résout le Problème dans cet exemple, comme on l'a dit cy-dessus.

REMARQUE. Lorsque les exposans sont exprimés en termes généraux dans l'égalité des sous-normales, & que l'on veut se servir de la formule  $Z$ , sans substituer au lieu de ces exposans les nombres qui leur sont égaux, on auroit quelquefois besoin de ce Théorème :

*Si l'on divise  $v^a - y^a$  par  $v - y$ , & que dans le quotient on*

374 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
*substituë y au lieu de v, la somme de tous les monomes dont ce  
quotient est composé vaudra toujours a y<sup>2-1</sup>.*

Mais l'on n'a point besoin de ce Theorème quand on  
se sert des formules que l'on va proposer dans l'Article  
suivant.

ARTICLE IV. La formule  $Z$  convient aux differens  
cas de  $AB$  réelle & de  $AB$  détruite. Mais l'on peut la  
réduire au seul cas où cet intervalle est aneanti, & en mê-  
me tems introduire des expressions qui désignent la diffe-  
rence non existante des deux sous-normales, & celle des  
deux appliquées.

Pour cela je prends  $\omega\delta$  pour la difference des appli-  
quées, &  $\omega\lambda$  pour la difference des sous-normales. Ce  
qui donne les égalités marquées icy  $N$ .

$$N \dots \begin{cases} v-y=\omega\delta. & \text{Donc } v=y+\omega\delta. \\ g-f=\omega\lambda. & \text{Donc } g=f+\omega\lambda. \end{cases}$$

Ainsi l'on peut voir que ces differences sont dans le rap-  
port de  $\delta$  à  $\lambda$ , quelque variété qui arrive dans le com-  
mun diviseur exprimé par  $\omega$ : Ensorte que si l'on prend le  
zero absolu pour la valeur de ce commun diviseur, il dé-  
truit les differences sans détruire les rapports. Ce qui  
est conforme à ce qui avoit été dit dans le Journal des  
Sçavans du 28 May 1694, où j'ay donné la maniere d'in-  
troduire ces differences dans une égalité, pour autant  
d'inconnûes qu'on voudra.

Suivant ce Journal il faut prendre les valeurs de  $v$  &  
de  $g$  marquées  $N$ , & les substituer dans l'égalité  $Z$ , qui  
est dans cette occasion l'égalité proposée.

Du résultat de la substitution il faut ôter la même éga-  
lité  $Z$ , & diviser par  $\omega$  celle qui vient de la soustraction.

Enfin il faut substituer le zero absolu au lieu de  $\omega$  dans  
l'égalité que donne la division, & l'on trouvera celle qui  
se voit icy en  $P$ .

$$P \dots z = \frac{yyf\lambda - yff\delta}{yy\delta - yf\lambda + zff\delta}.$$

Pour l'usage de cette formule on prendra l'égalité des  
sous-normales, & je suppose icy pour le premier cas qu'il





Comparant cette formule  $S$  à la formule  $P$ , pour faire évanouir  $\delta$  ou  $\lambda$ , on trouvera la valeur de  $z$  marquée  $T$ .

$$T \dots z = \frac{-mff y}{yy + ff + mff}.$$

Comme cette valeur est negative, elle rebrousse chemin de l'autre côté du point fixe  $A$  vers le point  $M$ , & donne un point  $E$  par lequel menant une perpendiculaire sur  $AP$ , on aura  $MC$  pour le rayon de la développée au point donné  $M$ .

J'ay supposé pour le premier cas de la methode que l'égalité des sous-normales ne renfermoit que l'expression de l'appliquée, & celle de la sous-normale, ou de la sous-tangente, & c'est aussi le cas le plus ordinaire. Mais si l'expression des abscisses  $BP$  se trouvoit dans l'égalité des sous-tangentes ou des sous-normales, & que cette abscisse ne disparut point par l'operation que prescrit la methode, on pourroit toujours la faire évanouir en comparant la formule des sous-normales à l'égalité generatrice de la Courbe, & par cela seul le second cas seroit réduit au premier.

Comme on ne fait évanouir l'expression des abscisses que pour ne pas introduire leurs differences, on peut retenir cette expression quand on a les moïens d'exclure ces differences; & l'on a toujours des moïens suffisans pour cela, quand on rappelle les égalités qui se presentent dans la recherche des sous-normales. Car parmi ces égalités il s'en trouve plusieurs qui renferment la difference des abscisses, & qui servent en plusieurs manieres à la chasser des formules que fournissent les égalités des sous-normales.

Ainsi l'on a dans ce Memoire une voie pour trouver le rayon de la développée à un point donné d'une Courbe proposée. Mais il ne faut pas oublier de substituer dans la recherche des tangentes ou des sous-normales, toutes les valeurs des quantités connues, pour distinguer leurs formules, & pour en faire le choix, selon ce qui a été dit dans le Journal du 13 Avril 1702. Car il est bien évident que la pluralité des tangentes dans un même point de la Courbe proposée,

proposée, fournira plusieurs rayons dans sa développée. Mais comme les règles de ce Journal n'ont été faites que pour les lignes Geometriques, il faudra d'autres règles pour les appliquer aux lignes Mécaniques, & il y a des cas où il se trouveroit des difficultés considérables, à cause d'une égalité inaccessible qui est ordinairement sous-entendue dans la définition de ces lignes, & qui en fait le mécanisme ou la transcendance.

Pour la démonstration des Règles que j'ai proposées ici, je pourrois me servir du privilege des Geometres qui prétendent avoir démontré leurs methodes quand ils ont marqué les voies qu'ils ont tenues dans leurs recherches. Comme j'ai fait ici un assez grand détail pour marquer la route que j'ai suivie, & que je n'y ai employé aucun principe contesté; il sera facile de sçavoir ce que l'on doit croire des Règles qui en résultent, & des différentes façons que j'ay proposées pour en abréger le calcul. On a vû comment j'ay tiré dans le troisième Article une formule de ce qui avoit été dit dans les Articles précédens sans me servir des différences; & l'on verra aussi que la Theorie de ces Articles fournit les preuves de cette formule & de celle du quatrième Article, où j'ay exprimé la différence des grandeurs variables. On sçait que le rayon de la développée est un rayon de tangente qui appartient à un des rameaux de la Courbe proposée, & que les autres rayons de tangente du même rameau ne peuvent rencontrer ce rayon de développée dans le point qui le termine. Sur cette idée on peut aisément se servir du détail des deux premiers Articles pour s'assurer par des réductions à l'impossible du succès des Règles que j'ai données ici. Mais l'on peut encore s'en assurer par des preuves positives, si l'on regarde le rayon de la développée comme deux rayons de tangente tellement unis que l'intervalle de l'un à l'autre soit plus petit qu'aucune quantité donnée.

Pour voir naître les Règles, on peut d'abord supposer que la sécante  $AB$  \* est mobile autour du point  $A$ , de  $B$  \* *P. Fig. 1.*

vers  $C$ , enforte que la partie interceptée  $AB$  diminuë de plus en plus, jusqu'à ce que cette sécante devienne tangente en  $A$ , & que dans ce mouvement l'angle  $LAB$  est toujours un angle droit. Ainsi  $AL$  est le rayon de cette tangente dans le cas où l'intervalle  $AB$  est entierement détruit, qui est aussi le cas de  $v=y$ .

Pour fixer ces suppositions generales à chaque Courbe particuliere & au Problème proposé, j'ay introduit l'égalité des sous-normales qui se tire de la définition de cette Courbe, & j'ay supposé que le point  $A$  est un point donné sur la même Courbe; de maniere que la sous-normale est donnée pour le point donné, & qu'elle est indéterminée pour le point supposé.

Ensuite j'ay exprimé par d'autres égalités les rapports des sous-normales aux lignes de la figure qui renferme le rayon de la développée; & le Problème qu'expriment toutes ces égalités est tellement conçu, qu'il se trouve entierement déterminé, lorsque le point supposé tombe sur le point donné. Enfin j'ay fait  $v=y$  pour la réunion de ces deux points; & je n'ay point introduit cette petite égalité dans les réduites particulieres qui résultent de l'évanouissement des inconnuës, parceque cela auroit pu favoriser l'évasion des rapports qui sont nécessaires au Problème. J'ay observé de ne l'introduire que dans la dernière réduite; & c'est toujours un moyen sûr pour retenir ces rapports fuyans: De maniere que la substitution retrograde des valeurs résoudra pleinement le Problème algebrique; & ce Problème étant résolu, il est évident ou facile de prouver que les mêmes valeurs donnent la solution Problème proposé.

Du reste, les deux points  $A$  &  $B$  ayant été réunis pour former le rayon de la développée, on peut demander si ces deux points sont contigus ou continus, ou bien si l'un est confondu dans l'autre, & faire d'autres questions fort curieuses sur ce sujet. Mais l'on peut sans cela résoudre le Problème proposé, & se servir de la résolution qu'on a trouvée pour se conduire dans ces questions accessoiress.

## REMARQUES.

Au lieu des expressions  $\delta$  &  $\lambda$  dont je me suis servi pour la formule  $P$ , j'aimerois mieux les caracteres du calcul differentiel, parcequ'ils rappellent l'idée des inconnuës qui leur sont relatives. Je ne voudrois pas néanmoins m'en servir pour trouver les formules, ni pour les démonstrations ; car ces caracteres seroient incommodes dans ces deux cas, quand on se sert des voies que j'ai tenuës. Mais ils sont commodes dans la pratique, soit pour tirer ces formules de leurs égalités generatrices, soit pour les comparer à d'autres formules dans les differens usages que l'on en peut faire. Ainsi la formule  $P$  étant une fois trouvée par la Theorie dont on se sert, il seroit bon d'y substituer  $dy$  au lieu de  $\delta$ , & d'y substituer encore  $df$  à la place de  $\lambda$ . Alors cette formule  $P$  seroit exprimée comme on le voit ici en  $V$ .

$$V \dots \quad \kappa = \frac{yyfdf - ffydy}{yydy - yfdf + zffdy}.$$

Et faisant de semblables substitutions dans la formule  $S$  qui a été tirée de l'égalité des sous-normales, cette formule sera exprimée comme on le voit ici en  $X$ .

$$X \dots \quad ydy + mfdf = fdf.$$

Comparant la formule  $X$  à la formule  $V$  pour faire évanouir  $dy$  ou  $df$ , on aura la même valeur de  $\kappa$  qui a été marquée ci-dessus en  $T$ , & que l'on voit encore icy.

$$T \dots \quad \kappa = \frac{-mffy}{yy + ff + mff}.$$

Cette valeur de  $\kappa$  étant substituée dans la premiere des deux égalités marquées  $D$  dans le premier Article, on aura la valeur de  $x$ , & il est évident que ces deux valeurs donnent le rayon de sa développée.

Ayant trouvé une formule comme  $V$ , on peut la transformer en autant de manieres qu'on voudra, & en regler l'usage, comme on le va voir ici.

1°. On supposera une égalité dans laquelle se trouvent les inconnues de la formule proposée, & l'on y introduira une autre inconnue. Soit  $\frac{f}{y} = r$  pour exemple de l'égalité supposée.

2°. On prendra la différence de cette égalité par les Regles du calcul différentiel, ou suivant le Journal du 28 May 1694. Dans cet exemple la différence donnera l'égalité  $\frac{ydf - fdy}{yy} = dr$ .

3°. Par le moien de ces deux égalités & de celle que l'on veut transformer, on fera évanouir  $f$  &  $df$ , & la résultante sera la transformée que l'on demande.

Prenant la formule  $V$  pour la proposée, on aura la transformée que l'on voit ici en  $H$ .

$$H \dots x = \frac{yyrdr}{dy - yrd r + rrdy}$$

4°. Pour l'usage des transformées, il faudra comparer l'égalité des sous-normales avec l'égalité supposée pour en faire évanouir  $f$ , & regarder l'égalité résultante comme l'égalité generatrice d'une Courbe geometrique dont  $r$  &  $y$  sont les inconnues. Ensuite l'on prendra la premiere formule differentielle que fournit cette égalité; & comparant cette formule à la transformée  $H$ , on fera évanouir  $dr$  ou  $dy$ . Ce qui donnera la valeur de  $x$ , & par consequent le rayon de la développée. Ainsi voulant trouver le rayon de la développée dans l'exemple de l'Article IV. il faudra se servir de  $\frac{f}{y} = r$ , ou  $f = yr$  pour faire évanouir  $f$  de l'égalité des sous-normales marquée  $R$ . Ce qui donneroit  $mbymr = a^{m+1}$ . Et regardant cette égalité comme la generatrice d'une Courbe geometrique, la différence sera  $ydr + mrdy = 0$ , laquelle étant comparée à la formule  $H$  pour en faire évanouir  $dy$  ou  $dr$ , on trouvera la valeur de  $x$  marquée en  $T$  dans le quatrième Article.

Si l'on veut que la loi des homogenes soit visible dans la transformée  $H$ , il faut que cette loi soit visible dans

la supposée. Ainsi au lieu de  $\frac{f}{y} = r$ , il faudroit prendre  $pf = yr$ , & faire d'ailleurs comme il a été dit. Car la constante  $p$  s'évanouira toujours dans l'opération.

Les trois inconnues  $f$ ,  $y$ ,  $r$ . peuvent être disposées dans l'égalité supposée en mille manières, & delà faire varier les transformées en mille façons. On peut même introduire des indéterminées dans cette égalité, & s'en servir pour réduire la formule aux termes les plus simples, comme on le dira dans un autre Memoire.

## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707 au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue.*

PAR M. DE LA HIRE.

**L**E Pere Bouttin de la Compagnie de Jesus Missionnaire, a fait au Port de Paix dans l'Isle de S. Domingue plusieurs observations de l'Eclipse de Lune du mois d'Avril 1707, lesquelles nous ont été communiquées par le R. P. Gouye. Mais comme il n'avoit pas d'instrumens pour mesurer les doits éclipsés dont il rapporte les observations, je crois qu'il faut s'en tenir à ses deux observations de l'Immerfion totale de la Lune dans l'ombre, & de son Emerfion, qui font les plus faciles à observer à la vûe simple, & surtout à cause que l'intervalle entre ces deux phases s'accorde avec nos observations.

1707.  
6. Août

Il observa donc l'Immerfion à  $8^h 9' 0''$  du soir le 16 Avril, & nous le 17 au matin à  $0 55 30$ .  
Donc difference . . . . .  $4 46 30$ .

Il observa l'Emerfion à . . .  $9 57 30$  du soir,  
& nous le matin suivant à . . .  $2 43 0$ .  
Donc difference . . . . .  $4 45 30$ .

Il rapporte la maniere dont il a réglé la montre qui lui  
B b b iij

servoit, laquelle paroît assez juste : mais par l'observation d'une autre Eclipsé qu'il fit au même lieu un an auparavant, nous avons trouvé la différence de  $5^h 24' 30''$ , & par conséquent cette dernière observation donneroit la différence de longitude entre Paris & le Port de Paix à S. Domingue de  $38'$  d'heure, ou  $9^{\circ} \frac{1}{2}$  moindre que par la première, qui étoit plus grande que celle des bonnes Cartes de  $6^{\circ}$ . Celle-cy donneroit donc la longitude du Port de Paix seulement moindre de  $3^{\circ} \frac{1}{2}$  que ces Cartes. Il marquoit dans son observation de 1706 qu'il n'étoit pas bien sûr de l'heure.

Il ajoute que les Pilotes estiment la hauteur de Pole au Port de Paix de  $20^{\circ}$  précisément.

---

## DES MOUVEMENTS

*Faits dans des milieux qui leur résistent en raison quelconque.*

PAR M. VARIGNON.

1707.  
13. Aoust.

**M**onsieur Newton dans le Livre qu'il nous a donné *De Principiis Math. Philos. natur.* Liv. 2. Sect. 1. 2. & 3. M. Leibnitz dans les Actes de Leipsik de 1689. pag. 39. &c. M. Hugens dans son discours de la cause de la pesanteur pag. 168. &c. Et M. Wallis dans ses Oeuvres Mathematiques Tom. 2. chap. 101. pag. 438. &c. ont traité fort doctement de la résistance du milieu au mouvement des corps. Voici ce qui m'est aussi venu en pensée sur cette matière, le tout compris en une Proposition générale, d'où résulte en plusieurs manières, non-seulement tout ce que ces quatre grands Geometres ont conclu de leurs hypothèses; mais encore ce qui suit de plusieurs autres faites à volonté : Tout cela paroîtra dans les Problèmes suivans, & dans leurs Corollaires.

Quelques Philosophes, même Mathématiciens, croient

que la résistance de l'air réduiroit enfin à l'égalité, & dans un tems fini, l'accélération des corps qui y tombent, c'est à dire que cette résistance retarderoit leurs vitesses jusqu'à ne s'y accélérer plus du tout, & à devenir enfin uniformes après un tems fini pour chacun, en regardant la pesanteur comme une force constante & toujours la même à la manière de Galilée. On verra cependant dans un autre Mémoire que cela ne sçauroit arriver dans l'hypothèse des résistances en raison des vitesses, ni même dans celle où les résistances du milieu seroient en raison des quarrés des vitesses, comme on le pense d'ordinaire. On verra, dis-je, que ces résistances n'empêcheront jamais les corps qui tombent, de s'accélérer, & que quoiqu'ils aient un terme d'accélération, duquel ils approchent incessamment, il leur faudroit un tems infini pour y arriver. Ainsi il faut que ceux qui pensent que les corps qui tombent, peuvent arriver enfin à ce terme d'accélération après un tems fini, s'appuient sur quelque hypothèse différente des deux précédentes touchant la résistance du milieu où ces corps tombent. Je dis plus : quand même ils y emploïeroient l'hypothèse des résistances en raison des sommes faites des vitesses & de leurs quarrés, quoique plus vrai-semblable encore que la seconde des deux précédentes, qui passe pourtant d'ordinaire pour l'être le plus, on verra dans la suite qu'ils n'y trouveroient pas encore leur compte, & que dans cette hypothèse il faudroit encore un tems infini aux corps qui tombent, pour arriver à une vitesse uniforme, quoiqu'ils aient aussi un terme d'accélération, & que la vitesse à laquelle ils peuvent arriver, même dans un tems infini, ne soit encore que finie. Mais sans se mettre en peine de deviner quelle peut être l'hypothèse de ces Philosophes touchant les résistances, s'il est vrai qu'ils en aient quelqu'autre que les précédentes, il suffit, ce me semble, de les inviter (ainsi qu'on fait ici) d'en faire l'application à notre Proposition générale, & ils verront, comme dans les Problèmes suivans, ce qui leur en doit enfin résulter. Soit donc



## DÉFINITION I.

On appelle ici *Résistances instantanées*, ou simplement *Résistances*, ce que le milieu dans lequel un corps se meut, lui fait d'obstacle à chaque instant. D'où l'on voit que ces résistances instantanées doivent toujours être proportionnelles aux diminutions de vitesse, qu'elles causent au mouvement de ce corps à chaque instant; & qu'ainsi les expressions de ces résistances peuvent être également celles de ces diminutions instantanées de vitesse, & réciproquement.

## DÉFINITION II.

Ces résistances instantanées s'appelleront *continuellement successives*, lorsque sans interruption elles seront toutes de même genre; savoir toutes finies, ou toutes infiniment petites du premier genre, &c. La somme de tout qui s'en fera dans un tems fini, s'appellera *Résistance totale*. Les instans seront pris dans la suite tous égaux entr'eux: ce seront des parties de tems infiniment petites du premier genre.

## DÉFINITION III.

Ce qu'un corps a de vitesse à chaque instant, s'appellera ici *vitesse instantanée*, quoique le simple nom de *vitesse* signifie la même chose, puisqu'il n'y a point de vitesse qui ne soit instantanée: c'est de peur qu'on ne s'y méprenne qu'on parlera ainsi dans la suite, ce qui ne coûtera qu'un mot de plus.

## DÉFINITION IV.

On appellera aussi dans la suite *vitesse primitives*, ou *primitivement* telles ou telles, celles que le mobile auroit eues sans la résistance du milieu, c'est à dire dans un milieu sans résistance ni action, tel qu'on imagine d'ordinaire le vuide. Le mouvement que ce corps auroit dans un tel milieu, s'appellera aussi *mouvement primitif*, ou *primitivement* tel ou tel: par exemple, *primitivement uniforme*,

nie, si dans un tel milieu il eût dû être uniforme ou d'une vitesse toujours la même; & *primitivement accéléré*, ou *primitivement retardé*, selon qu'il auroit dû y être effectivement accéléré ou retardé: en un mot, *primitivement varié*, selon la variation de vitesses qu'il auroit dû y avoir indépendamment d'aucune résistance ni action de la part de ce milieu.

## DÉFINITION V.

On appellera *vitesse restante*, *vitesse de reste*, *vitesse actuelles*, *vitesse effectives*, ou simplement *vitesse*, ce que la résistance du milieu en laissera au mobile; *vitesse perduës*, ou *éteintes*, ce que cette résistance lui en ôtera; & enfin *vitesse terminale*, la plus grande qu'il puisse aquerir malgré cette résistance, ainsi que l'appelle M. Hugens.

## AVERTISSEMENT.

La lettre *l* exprimera dans la suite le mot de *logarithme*, comme les lettres *d* & *f* expriment d'ordinaire ceux de *différence* ou *différentielle*, & de *somme*: de sorte que ces lettres ne signifieront dans la suite que ces mots dont elles seront les caractéristiques. Pour la lettre *q* qu'on ajoutera toujours dans la suite aux sommes des différentielles à intégrer, elle y signifiera toujours ce qu'il pourroit y avoir de constant à ajouter ou à retrancher de ces sommes ou intégrales pour les rendre justes & précises; ce qu'on déterminera dans la suite.

## LEMME I.

*Les Résistances instantanées continuëment successives d'un milieu quelconque à un mouvement fini quelconque, & d'une durée finie, sont infiniment petites par rapport à la force persévérante productrice de la vitesse finie du corps mû.*

## DÉMONSTRATION.

Si ces résistances instantanées étoient finies, leur multitude infinie dans un tems fini, feroit une résistance to-

386 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 tale infinie ; & par conséquent beaucoup plus grande  
 qu'aucune force persévérante finie. Ainsi cette force n'au-  
 roit pas fourni pendant ce tems fini à produire le mouve-  
 ment supposé ; & par conséquent ce mouvement n'aurait  
 pas duré pendant tout ce tems, ce qui est contre l'hypo-  
 thèse. Donc, &c.

## LEMME II.

*La somme des vitesses instantanées d'un corps mû de quelque  
 manière que ce soit, est toujours proportionnelle à la longueur  
 du chemin qu'elles lui font parcourir l'une après l'autre par  
 instans.*

## DÉMONSTRATION.

Soit  $e$  cet espace parcouru pendant le tems  $t$ , & de  
 l'espace parcouru pendant chaque instant  $dt$ , avec une  
 vitesse instantanée appelée  $u$ . Cette vitesse ne consistant  
 que dans le rapport de  $de$  à  $dt$ , il est manifeste que l'on  
 aura ici  $u = \frac{de}{dt}$ , ou  $u dt = de$ . Donc aussi  $\int u dt = e$ . Ce  
 qu'il falloit démontrer pour ne pas renvoyer à la pag. 226.

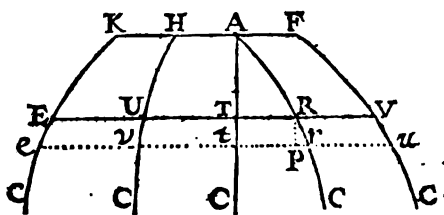
## PROPOSITION GÉNÉRALE.

*Soit un corps quelconque, qui en mouvement dans un milieu  
 sans résistance ni action pendant les tems  $AT$ , dû avoir des  
 vitesses qui fussent à la fin de ces tems, comme les ordonnées  
 correspondantes  $TV$  d'une Courbe quelconque  $FVC$  : c'est à  
 dire, dont les vitesses primitives à la fin des tems  $AT$ , fus-  
 sent comme les ordonnées correspondantes  $TV$  d'une Courbe  
 quelconque  $FVC$  dont l'axe soit  $AC$ . Trouver en général  
 les résistances de ce milieu, ce qu'elles laisseroient de vitesses  
 au mobile à la fin des tems  $AT$ , ce que ces vitesses restan-  
 tes lui feroient parcourir d'espace pendant ces tems, &c.*

## SOLUTION.

Soient les droites  $EV$ ,  $eu$ , infiniment proches l'une de  
 l'autre, perpendiculaires en  $T$ ,  $t$ , de même que  $KF$  en  $A$ ,

sur l'axe  $AC$ ; & dont les parties  $TR$ ,  $tr$ , expriment les résistances que le milieu aura faites au corps mû pendant les tems  $AT$ ,  $At$ . Soit  $ARC$  la Courbe à



laquelle se terminent toutes ces résistances totales  $TR$ ,  $tr$ , égales aux forces par elles éteintes ou aux vitesses perduës pendant ces tems  $AT$ ,  $At$ , correspondans. Soit aussi la Courbe  $HUC$ , laquelle ait par tout ses ordonnées  $UT = RV$  correspondantes, lesquelles expriment les vitesses restantes à la fin des tems  $AT$ , & qui jointes aux perduës  $TR$ , rendent les ordonnées  $TV$  de la Courbe  $FVC$  pour les vitesses primitives correspondantes.

Il est manifeste par le Lem. 1. que chaque différence  $Pr$  des résistances totales  $TR$ ,  $tr$ , exprimera la résistance que le milieu doit faire pendant chaque instant  $Tt$ , à la vitesse restante  $RV$  ou  $TU$  à la fin de chaque tems correspondant  $AT$ . Donc en prenant les ordonnées  $TE$ ,  $te$ , de la Courbe  $KEC$  pour les puissances, ou plus généralement pour les affections quelconques des vitesses, &c. que suivent ces résistances instantanées; l'on aura par tout  $Pr$  en raison constante à  $TE$ , c'est à dire que la fraction  $\frac{Pr}{TE}$  sera constante; & conséquemment aussi que  $\frac{Pr}{TE} = \frac{Tt}{a}$  sera l'équation générale des Courbes  $ARC$ ,  $HUC$ , en prenant les instans  $Tt$  constans de même que la grandeur  $a$ .

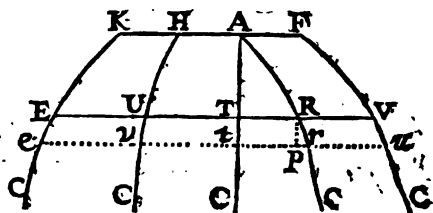
Donc en appellant  $AT$ ,  $t$ ;  $TR$ ,  $r$ ;  $TE$ ,  $z$ ;  $TV$ ,  $v$ ;  $RV$  ou (*by*.)  $TU$ ,  $u$ ; & conséquemment aussi  $Tt$ ,  $dt$ ; &  $Pr$ ,  $dr$ ; outre  $r = v - u$ , &  $dr = dv - du$ : l'on aura en général  $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ , ou  $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$ , pour l'équation des Courbes  $ARC$ ,  $HUC$ , laquelle caractérisée pour chacune par l'introduction de ce que les Courbes données  $FVC$  &  $KEC$  leur assigneront de particulier, donnera tout ce qu'il falloit ici trouver, ainsi qu'on le verra dans les Problèmes suivans.

Ccc ij

Pour éviter la confusion dans l'usage qu'on fera dans la suite des quatre Courbes qu'on voit ici, la première *ARC* s'appellera Courbe des résistances totales; la seconde *FVC*, Courbe des vitesses primitives; la troisième *HUC*, Courbe des vitesses restantes; & la quatrième *KEC*, Courbe des résistances instantanées, parce que ces résistances sont exprimées par les ordonnées *ET*, comme les totales par les ordonnées *TR* de la Courbe *ARC*. Cela posé, voici quelques conséquences de la Solution précédente.

## COROLLAIRE I.

Puisque (*hyp.*) *TU* est par tout ici égale à *RV* correspondante, il est manifeste que lorsque la Courbe *FVC* des vitesses primitives passera par *A*, c'est à dire lorsque ces vitesses commenceront à zero, la Courbe *HUC* des vitesses restantes passera aussi par *A*, ces vitesses commençant de même à zero: de sorte que *AF* & *AH* seront alors également nulles ou zero.



## COROLLAIRE II.

De ce que (*hyp.*) les Courbes *FVC*, *ARC*, *HUC*, donnent par tout  $RV = TU$ , il suit manifestement aussi que les aires correspondantes *ARVF*, *ATUH*, seront de même par tout égales entr'elles.

## COROLLAIRE III.

Puisque (*Lem. 2.*) chaque espace parcouru est toujours comme la somme des vitesses instantanées *RV* ou *TU* employées à le parcourir, les espaces parcourus pendant les tems *AT*, seront toujours entr'eux comme les aires *ARVF* ou *ATUH* correspondantes, & ce qu'il en reste à parcourir, comme les aires restantes *CRVC* ou *CTUC*.

## COROLLAIRE IV.

Donc aussi (Lem. 2.) l'espace parcouru pendant chaque tems  $AT$  ( $t$ ) avec les vitesses retardées par la résistance du milieu dont il s'agit ici, sera toujours à ce qui en auroit été parcouru sans cette résistance pendant ce même tems, comme  $ARVF$  ou  $ATUH$  est à  $ATVF$ .

## COROLLAIRE V.

Ainsi ce que la résistance du milieu en empêche d'être parcouru pendant chaque tems  $AT$ , est toujours comme l'aire correspondante  $ART$ , c'est à dire, comme la somme des résistances totales  $TR$  qui se sont trouvées pendant tout ce tems  $AT$ .

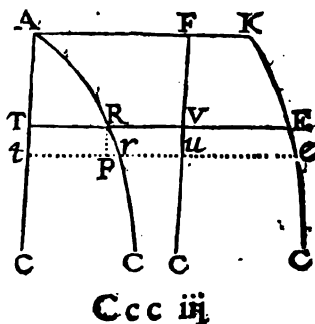
## COROLLAIRE VI.

Puisque  $dr$  ( $Pr$ ) est à  $z$  ( $TE$ ), ou à  $zdt$  ( $ETte$ ) en raison constante, à cause de  $dt$  supposée par tout ici constante; l'on aura aussi toujours  $r$  ( $TR$ ) proportionnelle à  $zdt$  ( $ATEK$ ): c'est à dire que les résistances totales ou les vitesses perduës à la fin des tems  $AT$ , seront entr'elles comme les aires correspondantes  $ATEK$ .

*Voilà en général pour toutes sortes de mouvemens retardés par des résistances en raison quelconque du milieu, quels que fussent aussi ces mouvemens primitivement & sans aucune résistance. Voici présentement en particulier pour ceux qui primitivement & sans résistances seroient uniformes.*

## COROLLAIRE VII.

Si présentement on suppose que le mouvement qu'on a regardé jusqu'ici d'une variation de vitesses à volonté, quand même le milieu ne lui auroit fait aucune résistance, fût ici uniforme primitivement & sans la résistance de ce milieu, il est manifeste que

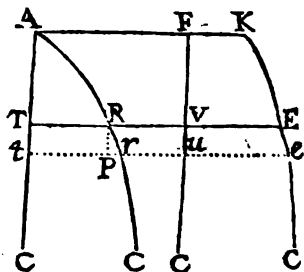


la Courbe  $FVC$ , qui par ses ordonnées  $TV$  exprimoit ci-dessus des vitesses primitives variées ( $v$ ) telles que ce mouvement les auroit eues sans la résistance du milieu, doit ici dégénérer en une ligne droite parallèle à  $AC$ , toutes ses ordonnées  $TV$  ( $v$ ) devenant chacune égale à la constante  $AF$ , que j'appelle ici  $a$ , laquelle y doit exprimer la première vitesse du corps mù au commencement  $A$  du tems  $AT$ . Ce qui donnant ici  $v = a$  constante, & conséquemment  $dv = 0$ , &  $dr(dv - du) = -du$ ; la seconde  $\frac{dv - du}{z} = \frac{dt}{a}$  des deux formules générales trouvées dans la Solution précédente, se changera ici en  $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ . Pour la première  $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ , elle demeurera ici la même que là, avec cette seule différence que  $r$  qui étoit là  $= v - u$ , sera ici  $= a - u$ .

## COROLLAIRE VIII.

Puisqu'ici (Cor. 7.) on a  $dr = -du$ , il est manifeste que la Courbe  $ARC$  des résistances totales, doit être ici la même par rapport à l'axe  $FC$ , que celle  $HUC$  des vitesses restantes ( $u$ ) étoit dans la première figure par rapport à l'axe  $AC$ ; & qu'ainsi  $ARC$  sera ici tout ensemble la Courbe des résistances totales ( $r$ ) par rapport à l'axe  $AC$ , & des vitesses restantes ( $u$ ) par rapport à l'axe  $FC$ , sans qu'il soit besoin d'y marquer  $HUC$ . Quant à la Courbe  $KEC$  des résistances instantanées, on la suppose ici à droite sur l'axe  $FC$ , ce qu'elle étoit ci-devant à gauche sur l'axe  $AC$ , de sorte que ce n'est plus ici  $TE$ , mais  $VE = z$ : ce renversement de position se fait ici pour ne rien changer aux figures des Problèmes suivans qui ont été résolus sur celle-ci avant que la première me fut venu en pensée.

Voilà quelles sont les premières conséquences générales de la Proposition précédente. Pour en faire présentement voir l'étendue & l'usage, en voici l'application à quelques exemples. Et



*pour aller des plus simples aux plus composés, nous allons commencer par les mouvemens primitivement uniformes, retardés par la résistance des milieux où ils se font : nous passerons ensuite dans deux autres Mémoires aux mouvemens variés primitifs, retardés aussi par la résistance des milieux.*

## PROBLEME I.

*Trouver la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

### SOLUTION.

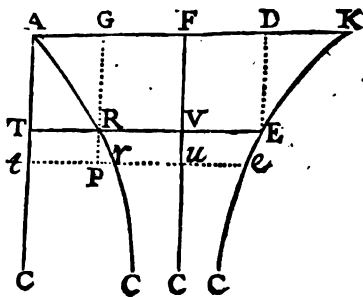
Cette hypothèse donnant  $R\dot{V}(u) = \dot{V}E(z)$ , la première équation  $\frac{-\dot{u}}{u} = \frac{\dot{t}}{a}$  du Corol. 7. de la Proposition générale, se réduira ici à  $\frac{-\dot{u}}{u} = \frac{\dot{t}}{a}$ . Ce qui fait voir tout d'un coup que la Courbe *ARC* doit être ici une logarithmique d'une sous-tangente  $= a$  (*AF*) constante, & dont *FC* doit être l'Asymptote.

## COROLLAIRE I.

Les instans  $Tt$  ou  $Vu$  ( $dt$ ) étant supposés tous égaux entr'eux, ou les tems  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ) en progression arithmétique, les vitesses  $RV$  ( $u$ ) doivent être ici en progression géométrique, aussi bien que leurs différences  $Pt$ , ou ce qui s'en perd à chaque instant par la résistance du milieu.

## COROLLAIRE II.

Chaque espace parcouru pendant chaque tems  $AT$  ou  $FV$ , sera (Corol. 3. de la Prop. génér.) comme l'aire correspondante  $ARVF$ . Mais l'équation précédente  $\frac{t}{a} = \frac{-an}{u}$  donne  $\int u dt (ARVF) = -au + aa$ . Donc les espaces par-

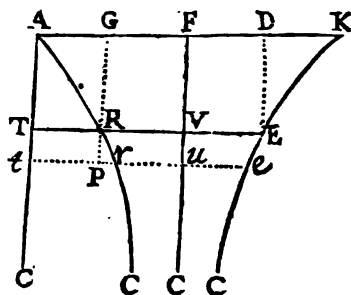




courus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , feront ici comme les grandeurs  $aa - au$ , ou (à cause de  $a$  constante) comme les  $a - u$  correspondantes : c'est à dire (en prolongeant  $PR$  parallèlement à  $TA$ ) comme les différences  $AG$  de la première ( $a$ ) aux dernières des vitesses ( $u$ ) avec lesquelles ces espaces ont été parcourus, ou comme les résistances totales  $TR(r)$  du milieu pendant les tems  $AT$ , ou bien aussi comme les pertes de vitesses faites pendant ces tems. D'où l'on voit que les décroissemens de ces vitesses sont aussi toujours entr'eux comme les accroissemens contemporains des espaces parcourus : de sorte que les vitesses perduës seront toujours ici comme les espaces parcourus, & les restantes comme les espaces à parcourir jusqu'à l'entière extinction de ces vitesses, ainsi que M. Newton l'a aussi trouvé à sa manière dans la Prop. I. Sect. I. Liv. 2. de ses Princip. Math,

## COROLLAIRE III.

On voit de plus (*Corol. 4. Prop. génér.*) que l'espace parcouru pendant le tems  $AT$  ou  $FV(t)$  avec des retarde-mens ou des résistances qui fussent comme les vitesses retardées, devrait toujours être ici à ce que le mobile en auroit parcouru pendant le même tems  $AT$  ou  $FV$ , d'une vitesse uniforme égale à la première  $AF$  (telle qu'elle auroit été sans la résistance du milieu) ::  $ARVF. ATVF :: aa - au. at :: a - u. t :: AF - RV. AT :: AG. AT.$



## COROLLAIRE IV.

Puisque (*Cor. 2.*) les espaces parcourus sont ici comme les différences ( $AG$ ) de la première ( $AF$ ) aux dernières ( $RV$ ) des vitesses avec lesquelles chacun d'eux aura été parcouru, & que les restes d'espace à parcourir jusqu'à l'entière

l'entière extinction de ces vitesses, doivent aussi être ici comme les restantes ( $RV$  ou  $GF$ ) à la fin des espaces parcourus, ou au commencement de ceux qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction de ces mêmes vitesses; cette extinction des vitesses ( $RV$ ) ne devant arriver ici qu'à une distance infinie de  $AF$  du côté de  $C$ , il est manifeste qu'elle ne doit arriver qu'après un tems infini, & qu'il faudroit tout ce tems pour achever ce reste d'espace, quoiqu'il ne soit que fini, puisque (*Corol. 2.*) il est ici par tout au parcouru pendant chaque tems  $AT$  ou  $FV$  : :  $FG. GA$ .

## COROLLAIRE V.

Donc si l'on prend  $AG$  pour l'espace parcouru pendant le tems  $AT$  ( $t$ ), l'on aura ici  $GF$  pour ce qu'il en reste à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses; & quelque fini que soit l'espace entier  $AF$ , le mobile parti de  $A$  suivant  $AF$ , n'arrivera jamais en  $F$ , quoiqu'il en approche toujours à l'infini.

## COROLLAIRE VI.

On voit réciproquement que si  $AF$  est l'espace entier à parcourir avec des vitesses primitivement uniformes, mais retardées comme ci-dessus, depuis leur commencement en  $A$ , jusqu'à leur entière extinction; les parties  $AG$  de cet espace seront parcourues pendant les tems correspondans  $FV$  ou  $AT$  ( $t$ ).

## COROLLAIRE VII.

On voit aussi (*Cor. 1.*) que si les espaces  $FG$  qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses, sont pris pour des nombres, les tems écoulés correspondans  $AT$  ( $t$ ) en seront les logarithmes, comme ils le sont (*Cor. 1.*) des vitesses restantes  $RV$  ( $u$ ) à la fin de ces tems, lesquelles sont (*Cor. 2.*) comme ces espaces à parcourir en commençant par elles jusqu'à leur entière extinction.

## COROLLAIRE VIII.

Soit presentement  $CF$  prolongée vers  $K$ ; & entre les

asymptotes  $AF, FK$ , l'hyperbole équi-  
 latere  $BHK$ , que tant de  $RG, rg$ ,  
 qu'on voudra prolonger vers elle pa-  
 rallelement à  $CK$ , rencontrent en  $H$ ,  
 $h$ ; & des points  $R, r$ , autant de  $TV$ ,  
 $tu$ , paralleles à  $AF$ , lesquelles ren-  
 contrent  $AC$  en  $T, t$ , &  $FC$  en  $V, u$ .  
 Il suit de la Solution précédente qu'en  
 prenant encore  $AF$  pour la premiere  
 vitesse du mobile, les parties  $Fg, FG$ ,  
 de cette ligne, exprimeront les vites-  
 ses restantes à la fin des tems  $At, AT$ ,  
 & leurs complémens  $Ag, AG$ , les vi-  
 tesses perduës, ou les résistances tota-  
 les, ou bien aussi (Cor. 2.) les espaces  
 parcourus pendant ces tems. De plus  
 puisque  $AT$  étant divisée en parties  
 égales en  $t, t$ , la logarithmique  $ARC$ ,  
 qui rend alors  $RV, ru, ru, AF$ , &  
 conséquemment aussi  $FG, Fg, Fg, FA$ ,  
 en progression geometrique, rend pour  
 lors les aires hyperboliques  $BAGh, bggh, bgGH$ , pareil-  
 lement égales entr'elles, & par conséquent encore les ai-  
 res  $BAGh, BAGh, BAGH$ , en même proportion que les  
 tems  $At, At, AT$ ; ces aires  $BAGh, BAGh, BAGH$ , ex-  
 primeront aussi ces tems à la fin desquels se trouvent les  
 précédentes vitesses tant restantes  $Fg, Fg, FG$ , que per-  
 duës  $Ag, Ag, AG$ , & les espaces parcourus  $Ag, Ag, AG$ ,  
 à la fin de ces mêmes tems. Ce qui fait voir encore, ainsi  
 que dans le Corol. 4. qu'il faudroit ici un tems infini  
 $KBAFK$  pour l'ancéantissement entier des vitesses  $FG$ ,  
 & pour parcourir l'espace entier  $AF$ .

Tout cela s'accorde avec la Prop. 2. Sesh. 1. Liv. 2. De Princ. Math. Phil. natur. de M. Newton, & avec les Corollaires qu'il tire de cette Proposition.

égaux exprimés par les aires infiniment petites & égales dans lesquelles l'aire totale  $KBAFK$  est (*hyp.*) divisée par toutes les  $gh$  parallèles à  $FK$ , sont (*Corol.* 8.) en progression géométrique décroissante depuis  $A$  jusqu'en  $F$ ; si l'on appelle encore  $a$  la première  $FA$  de ces vitesses, laquelle soit à la seconde  $Fg$  ::  $m$ . 1. ainsi que le suppose M. Wallis dans le chap. 101. de son *Algebre*, en faisant  $m > 1$ ; cette seconde vitesse  $Fg$ , qui est (*hyp.*) la première des restantes, sera  $= \frac{a}{m}$ ; ainsi la troisième sera  $= \frac{a}{m^2}$ , la quatrième  $= \frac{a}{m^3}$ , la cinquième  $= \frac{a}{m^4}$ , & ainsi à l'infini: De sorte que la somme de toutes ces vitesses géométriquement décroissantes depuis la première ( $a$ ) jusqu'à zero, sera  $= a + \frac{a}{m} + \frac{a}{m^2} + \frac{a}{m^3} + \frac{a}{m^4} + \frac{a}{m^5} + \frac{a}{m^6} + \dots$   
 $= \frac{m^a}{m-1}$ , ainsi que M. Wallis l'a trouvée dans le chapitre qu'on en vient de citer, en faisant  $a=1$ . Donc (*Lem.* 2.) l'espace parcouru par le moïen de toutes ces vitesses, depuis la première  $AF$  ( $a$ ) inclusivement, jusqu'à leur entière extinction en  $F$ , doit être ici  $= \frac{m^a}{m-1} = \frac{m}{m-1} \times AF$ ; & par conséquent encore fini, quoique parcouru (*Cor.* 8.) pendant un tems infini  $KBAFK$ , ainsi qu'on l'a déjà trouvé dans les *Corol.* 4. & 8.

## COROLLAIRE X.

On trouvera de même que l'espace parcouru pendant le tems infini  $KHGF$ , doit être ici  $= \frac{m}{m-1} \times FG$ . Donc (*Corol.* 9.) les espaces parcourus pendant les tems finis  $BAGH$ , doivent aussi être ici  $= \frac{m}{m-1} \times AF - \frac{m}{m-1} \times FG$   
 $= \frac{m}{m-1} \overline{AF - FG} = \frac{m}{m-1} \times AG$ , c'est à dire (à cause de la fraction constante  $\frac{m}{m-1}$ ) comme les différences  $AG$  de la première vitesse  $AF$  à la restante  $GF$  après le tems  $BAGH$ , ainsi qu'on l'a déjà vu dans le *Corol.* 2.

D d d ij

## COROLLAIRE XI.

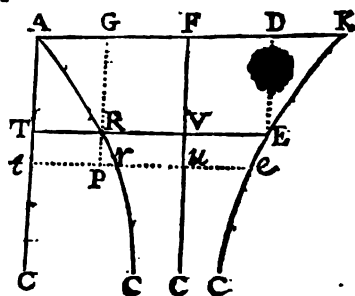
Enfin de ce que (*Solut.*)  $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$  donne  $\frac{-du}{u dt} = \frac{1}{a}$ , il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances instantanées ( $dr$ ) du milieu, ou les décroissmens instantanées ( $-du$ ) des vitesses, en raison de ces mêmes vitesses ( $u$ ), c'est conséquemment supposer ces décroissmens ( $-du$ ) de vitesses, en raison des accroissmens instantanées ( $u dt$ ) des espaces parcourus. Donc cette dernière hypothèse donnera encore tout ce que dessus; & la première, tout ce que M. Leibnitz a tiré de celle-ci dans les Actes de Leipzik de 1689. pag. 40. & 41. art. 1.

## SCHOLIE.

1°. Il est à remarquer dans ce Problème-ci, que puisqu'on y suppose par tout  $RV(u) = VE(z)$ , la Courbe  $KEC$  doit être ici précisément la même logarithmique que  $ARC$ , & n'en différer que de position: l'équation  $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$  trouvée dans la Solution pour  $ARC$ , se changeant ici en  $\frac{-dz}{z} = \frac{dt}{a}$  pour  $KEC$ , qui par conséquent doit être aussi une logarithmique de la même soûtangente ( $a$ ) que  $ARC$ , & semblablement placée par raport à l'asymptote  $FC$ : une de ces deux Courbes est à droite & l'autre à gauche de cette asymptote commune.

2°. Il suit delà & du Corol. 6. de la Prop. génér. que les vitesses perduës pendant les tems  $AT$ , où les résistances totales  $TR$  qui les ont détruites, sont toujours ici proportionnelles aux espaces  $FVEK$  correspondans, qu'on trouvera (comme dans le Cor. 2.)

être entr'eux comme les différences  $KD$  des appliquées  $FK, VE$ , qui les terminent, c'est à dire (*hyp.*) comme les



différences dont la première des résistances instantanées, ou des pertes instantanées de vitesses, surpasse chacune des dernières de ces résistances ou de ces pertes.

3°. Il suit aussi du Corol. 7. de ce Problème-ci, que si un point, par exemple une fourmi prise pour un point, avançoit de  $A$  vers  $F$  avec des vitesses retardées (comme ci-dessus) en raison de ces mêmes vitesses, le long d'une Regle  $AF$  qui en même tems coulât uniformément de  $F$  vers  $C$  le long de la droite  $FC$  à laquelle elle fût toujours perpendiculaire, & son point  $A$  toujours sur  $AC$ ; la Courbe  $ARC$  que ce point ou cette fourmi décriroit alors, seroit une logarithmique qui auroit  $FC$  pour asymptote. Puisque (Cor. 7.) les ordonnées  $RV$  ou les espaces  $FG$  qui resteroient à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses, étant pris pour des nombres, &  $FV$  pour les tems employés à parcourir les  $AG$  correspondantes, ces tems  $FV$  seroient les logarithmes de ces ordonnées  $RV$ .

## PROBLÈME II.

*Trouver la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des quarrés des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

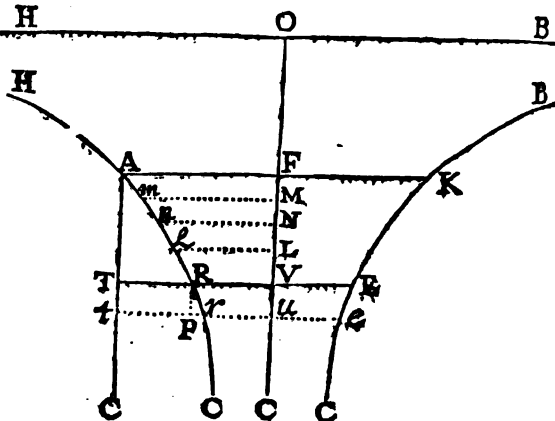
### SOLUTION.

Cette hypothèse donnant  $\frac{RV \times RV}{AF} \left( \frac{u}{a} \right) = VE(z)$ , Voyez la Figure de la page suivante.  
l'équation  $\frac{du}{z} = \frac{dt}{a}$  du Corol. 7. de la Prop. génér. se réduira ici à  $\frac{du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ ; & l'intégrale de cette dernière équation  $\frac{dt}{aa} = -u^{-1} du$ , sera  $\frac{t}{aa} = u^{-1} + q = \frac{1}{u} + q$ . Mais parcequ'en  $A$ ,  $t$  ( $AT$ ) est  $= 0$ , &  $u$  ( $RV$ )  $= a$  ( $AF$ ), cette intégrale s'y réduiroit à  $0 = \frac{1}{a} + q$ , ce qui donneroit  $q = -\frac{1}{a}$ ; cette intégrale complete sera  $\frac{t}{aa} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a}$   $= \frac{a-u}{aa}$ , ou  $tu = aa - au$ ; & cette dernière équation sera celle de la Courbe  $ARC$  des résistances totales par

398 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
rapport à l'axe  $AC$ , & des vitesses restantes par rapport à l'axe  $FC$ , laquelle Courbe on voit être une hyperbole ordinaire ou d'Apollonius.

Pour la construire, soit prolongée  $CF$  jusqu'en  $O$ , en sorte que  $OF$

soit  $= AF (a)$ , ensuite du centre  $O$ , entre les asymptotes orthogonales  $OC$ ,  $OH$ , soit faite par  $A$  l'hyperbole équilatère  $HAC$ . Je dis que la moitié  $ARC$  prolongée à l'infini du



côté de  $C$ , sera le lieu précédent des résistances totales par rapport à l'axe  $AC$ , & des vitesses restantes par rapport à l'axe  $FC$ ; puisque cette hyperbole donnera  $OF \times AF = OV \times RV$ , c'est à dire en termes analytiques,  $aa = a + t \times u = au + tu$ , ou  $tu = aa - au$ , qui est l'équation qu'il falloit construire, & qui donnera tout le reste.

#### COROLLAIRE I.

Puisque cette équation donne  $a.u :: t.a - u :: AT.TR$ . Et  $u.a - u :: a.t :: AF.FV$ . on voit déjà que la première vitesse ( $a$ ) par où le mouvement a commencé, sera ici à la vitesse restante ( $u$ ) après quelque tems  $AT$  ou  $FV (t)$  que ce soit ::  $AT.TR$ . Et que cette vitesse restante sera à la vitesse perdue pendant tout ce tems ::  $AF.FV$ .

#### COROLLAIRE II.

L'asymptote  $FC$  de la Courbe  $ARC$ , fait assez voir que les vitesses  $RV (u)$  ne s'éteindront jamais ici, & qu'il faudroit un tems  $FV (t)$  infini pour cela.

## COROLLAIRE III.

On voit par le Corol. 3. de la Prop. génér. que ce qu'il y aura ici d'espace parcouru pendant chaque tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , sera toujours comme chaque aire hyperbolique  $ARVF$  correspondante. Mais la précédente équation  $aa = au - tu$  donnant  $u(RV) = \frac{aa}{a+t} = a - t + \frac{t^2}{a} - \frac{t^3}{aa} + \frac{t^4}{a^3} - \frac{t^5}{a^4} + \frac{t^6}{a^5} - \&c.$  en continuant la division de  $\frac{aa}{a+t}$  à l'infini, l'on aura  $\int u dt (ARVF) = at - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3a} - \frac{t^4}{4aa} + \frac{t^5}{5a^3} - \frac{t^6}{6a^4} + \&c.$  Donc les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$ , seront pareillement ici comme ces suites correspondantes, valeurs des aires  $ARVF$  correspondantes; & par conséquent les vitesses ne s'éteignant ici tout à fait (Cor. 2.) qu'après un tems infini  $AC$  ou  $FC$  qui rend l'aire hyperbolique  $CAFC$  infinie, le mobile devrait ici parcourir une longueur infinie dans un tems infini, nonobstant les résistances du milieu en raison des quarrés des vitesses, au lieu que si les résistances n'étoient simplement que comme les vitesses, il n'atteindrait jamais (Corol. 5. Probl. 1.) qu'à un certain terme, ainsi que M. Hugens le dit seulement en passant (pag. 175. & 176. de son discours sur la pesanteur) comme une chose qu'il eût digne de remarque, & qu'il laisse à chercher.

## COROLLAIRE IV.

L'équation supposée  $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$  résultante de la précédente  $aa = au - tu$  différenciée, donnant  $aa \times \frac{-du}{u} = u dt$ , ou  $\int u dt (ARVF) = aa \times \int \frac{-du}{u} = aa \times -\ln u = aa \times \ln \frac{1}{u}$  en prenant  $a$  pour l'unité; il suit de là (à cause de la quantité constante  $aa$ ) que chacun des espaces parcourus, sera toujours ici comme le logarithme négatif de  $u(RV)$  correspondante: aussi trouve-t-on qu'en prenant sur l'asymptote  $OC$ , des parties  $OF, OM, ON, OL, OV$ ,



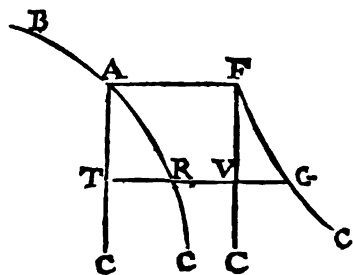
en progression geometrique, & en tirant  $Mm, Nn, Ll$ , paralleles à  $FA$  ou à  $RV$ , il se forme des aires  $Fm, Mn, Nl, LR$ , toutes égales entr'elles; & qu'ainsi les aires  $Fm, Fn, Fl, FR$ , qui résultent de l'addition continue de celles-là, devant être en progression arithmetique, doivent être les logarithmes positifs des termes de la progression geometrique supposée  $OF, OM, ON, OL, OV$ , en prenant  $OF$  (a) pour l'unité dont le logarithme se trouvera ainsi égal à zero. Mais lorsque ces abscisses sont ainsi en progression geometrique croissante, les ordonnées correspondantes  $Mm, Nn, Ll, VR$ , qui expriment les vitesses restantes à la fin des tems  $FM, FN, FL, FV$ , suivent la même progression renversée ou décroissante. Donc les aires  $Fm, Fn, Fl, FR$ , doivent être aussi les logarithmes de ces vitesses  $Mm, Nn, Ll, RV$ ; mais négatifs, à cause que la progression de ces vitesses est décroissante au-dessous de l'unité  $FA$  égale (*hyp.*) à  $OF$ .

## COROLLAIRE V.

Donc en prenant les vitesses restantes  $RV$  (a) comme des nombres, les espaces parcourus pendant les tems correspondans  $FV$  (t), en seront les logarithmes; & ces tems augmentés chacun d'un tems constant exprimé par  $OF$  comme ils le sont (*hyp.*) par  $FV$  ou  $AT$ , seront aussi comme des nombres, mais d'une progression réciproque à celle des vitesses.

## COROLLAIRE VI.

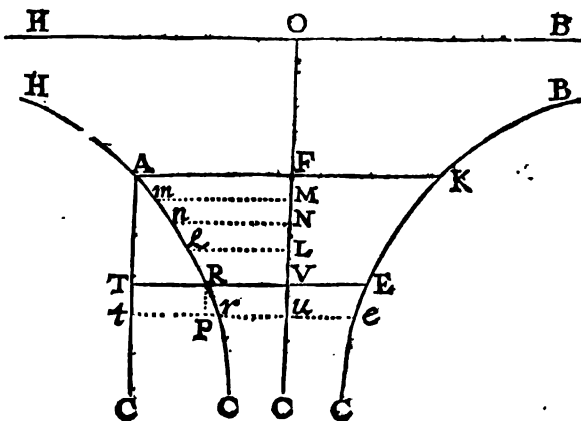
D'où l'on voit que si par les points  $A, F$ , on fait deux arcs indéfinis  $ARC, FGC$ , d'une logarithmique qui ait la soûtangente  $= AF$  (a), en sorte que  $FC$  soit l'asymptote du premier, &  $AC$  celle du second: il suit, dis-je, du précédent Corol. 4. que si l'on prend en-



core  $RV(u)$  pour les vitesses restantes de la première  $AF$  ( $a$ ), l'on aura présentement  $VG$  pour les tems ( $t$ ) écoulés depuis le commencement du mouvement, &  $AT$  ou  $FV$  pour les espaces parcourus pendant ces tems; puisque  $AT$  ou  $FV$  sont ici les logarithmes négatifs de  $RV(u)$ , & les positifs de  $TG(a+t)$ . Aussi en appelant présentement  $AT$  ou  $FV$ ,  $\varepsilon$ ; &  $VG$ ,  $t$ ; le premier arc logarithmique  $ARC$  donnera-t-il  $\frac{-du}{u} = \frac{d\varepsilon}{a}$ ; & le second  $FGC$ ,  $\frac{dt}{a+t} = \frac{d\varepsilon}{a}$ ; d'où résulte  $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a+t}$ , ou  $a du - t du - t + u dt = 0$ , dont l'intégrale  $au - tu = aa$  est l'équation proposée, résultante de la donnée  $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$ , & déjà construite d'une autre manière dans la Solution précédente. Il est manifeste que  $FGC$  est ici la continuation  $AB$  de  $CRA$  dans une autre position.

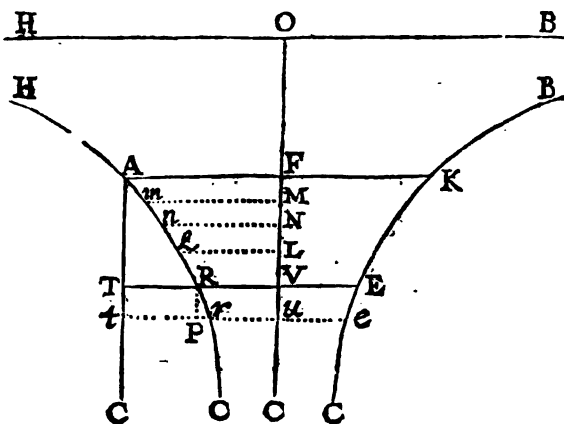
## COROLLAIRE VII.

Soit le tout repris & supposé comme dans la Solution de ce Problème-ci. On sçait que lorsque les abscisses  $OF, OM, ON, OL, OV$ , de l'hyperbole  $HAC$ , sont en progression geometrique,



leurs différences  $FM, MN, NL, LV$ , suivent aussi la même progression. Donc en divisant ainsi le tems  $FV$  en parties  $FM, MN, NL, LV$ , qui soient en progression géométrique croissante, non-seulement les espaces parcourus pendant ces tems partiels, exprimés (Cor. 3.) par les aires  $Fm, Mn, Nl, Lr$ , seront égaux entr'eux ; mais aussi les vi-

Il suit du Corol. 3. que l'espace parcouru avec des retar-demens ou des résistances qui fussent comme les quarrés des vitesses retar-dées , devrait toujours être à ce que le mo-bile en auroit



## COROLLAIRE IX.

De ce que l'équation donnée  $\frac{-du}{uu} = \frac{dt}{aa}$  dans la Solution, rend  $\frac{-du}{uu dt} = \frac{1}{aa}$ , il est manifeste que de supposer (comme l'on fait ici) les résistances ou les décroissemens ( $-du$ ) instantanées de vitesses en raison des quarrés ( $uu$ ) de ces mêmes vitesses, c'est conséquemment aussi supposer ces décroissemens ( $-du$ ) de vitesses, en raison composée de ces mêmes vitesses ( $u$ ), & des accroissemens instantanées ( $u dt$ ) dont elles font augmenter les espaces parcourus. Donc cette dernière hypothèse donnera encore tout ce que dessus, & la première tout ce que M. Leibnitz a tiré de

celle-ci dans les Actes de Leipſik de 1689. pag. 43. art. 4.

## S C H O L I E.

Puiſque l'hypothèſe de cet exemple-ci donne  $z = \frac{u}{a}$ , ou  $u = \sqrt{a}z$ , la ſubſtitution de cette valeur de  $u$  dans l'équation  $aa = a - t + t^2$  qu'on a trouvée dans la Solution, donnera  $aa = a - t + t^2 \times \sqrt{a}z$ , ou  $a' = a - t + t^2 \times z$  pour l'équation de la Courbe  $KEC$ ; ce qui fait voir qu'elle doit être ici une hyperbole cubique dont les appliquées  $VE$  ( $z$ ) ſoient en raiſon réciproque des quarrés des abſciſſes  $OV$  ( $a - t$ ), & dont les aſymptotes ſoient  $OC$  &  $OB$  continuation de  $HO$  prolongée du côté de  $B$ .

Cette équation  $a' = a - t + t^2 \times z$  donnant  $z = \frac{a^3}{a - t}$  (en prenant  $x = a - t$ )  $= \frac{a^3}{x} = a^3 x^{-1}$ , l'on aura  $\int z dx$  ( $FVEK$ )  $= \int a^3 x^{-1} dx = -a^3 x^{-1} + q = -\frac{a^3}{x} + q = -\frac{a^3}{a - t} + q$ . Mais parceque le cas de  $t$  ( $FV$ )  $= 0$ , donne  $FVEK = 0$ , & cependant  $-\frac{a^3}{a - t} = -\frac{a^3}{a} = -aa$ ; l'intégrale précédente ſ'y réduira à  $0 = -aa + q$ , ce qui donne  $q = aa$ . Donc la valeur complete de l'aire hyperbolique  $FVEK$  doit être  $= -\frac{a^3}{a - t} + aa = \frac{aat}{a - t}$ . Donc les vitelles perduës, ou les réſiſtances totales  $TR$ , devant toujours être (*Cor. 6. Prop. génér.*) comme les aires  $FVEK$  corréſpondantes; ces vitelles perduës, ou ces réſiſtances totales doivent être ici comme les aires hyperboliques  $\frac{aat}{a - t}$  corréſpondantes, ou (à cauſe de  $a$  conſtante) comme les fractions corréſpondantes  $\frac{t}{a - t}$ .

## PROBLÈME III.

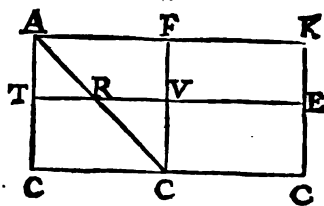
Trouver en général la Courbe  $ARC$ , &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques  $n$  des vitesses restantes de primitivement uniformes.

## SOLUTION.

Cette Solution donnant  $\frac{RV^n}{AF^{n-1}} \left( \frac{x^n}{a^{n-1}} \right) = VE(x)$ , la première équation  $\frac{-dx}{x} = \frac{dt}{a}$  du Corol. 7. de la Prop. gén. se changera ici en  $\frac{-dx}{x^n} = \frac{dt}{a^n}$ , ou en  $\frac{dt}{a^n} = -x^{-n} dx$ , dont l'intégrale est  $\frac{t}{a^n} = \frac{-x^{1-n}}{1-n} + q = \frac{x^{1-n}}{n-1} + q$ . Mais parce qu'en  $A$ ,  $t(AF)$  est  $= 0$ , &  $x(RV) = a(AF)$ , cette intégrale s'y doit réduire à  $0 = \frac{a^{1-n}}{n-1} + q$ ; ce qui donne  $q = -\frac{a^{1-n}}{n-1}$ . Donc cette intégrale complete sera  $\frac{t}{a^n} = \frac{x^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ , qu'on aura ici pour équation de la Courbe  $ARC$  des résistances totales par rapport à l'axe  $AC$ , & des vitesses restantes par rapport à l'axe  $FC$ , laquelle Courbe donnera tout le reste.

## COROLLAIRE I.

Si  $n=0$ ; ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient constantes & par tout les mêmes: ce cas réduisant la précédente équation générale à  $t = \frac{x-a}{-1} = a-x$ , l'on aura par tout ici  $AT(t) = TR(a-x)$ . D'où l'on voit que la Courbe  $ARC$  doit dégénérer ici en une ligne droite inclinée de 45 deg. sur chacune des parallèles  $AC$ ,  $FC$ ; ce qui rendra aussi  $FC = FA$ . On voit delà,



1°. Que l'entière extinction des vitesses  $RV(x)$  se

fera ici en  $C$  dans un tems  $FC = FA$ .

2°. Qu'elles seront entr'elles comme les tems  $VC$  à écouler jusqu'à leur entière extinction; & que par conséquent elles doivent ici décroître par des décroissemens ou retardemens instantanées tous égaux entr'eux dans des instans égaux, ainsi qu'on le suppose d'ordinaire des vitesses d'un corps jeté en ligne droite de bas en haut dans l'opinion de Galilée, en conséquence de la seule résistance de la pesanteur constante & alors contraire qu'on suppose dans ce corps considéré pour lors comme dans le vuide, c'est à dire, comme dans un milieu qui n'en accélérât ni retardât le mouvement.

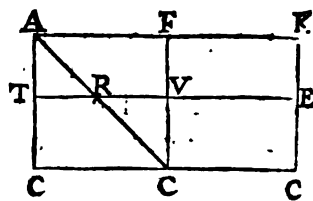
3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales  $TR$ , seront toujours ici comme les tems écoulés  $AT$  ou  $FV$ .

4°. Que les espaces parcourus pendant ces tems  $AT$  ou  $FV$ , seront toujours ici entr'eux (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les trapezes correspondans  $ARVF$ ; & à l'espace total parcouru pendant le tems total  $FC$ , ou depuis le commencement jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces trapezes au triangle entier  $AFC$ .

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant chaque tems  $AT$  ou  $FV$ , est (*Cor. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru pendant ce tems d'une vitesse uniforme égale à sa première  $AF$ , comme chaque trapeze correspondant  $ARVF$  est à chaque parallelogramme correspondant  $ATVF$ ; & qu'ainsi le triangle  $ACF$  n'étant que la moitié du quarré  $ACCF$ , l'espace parcouru de ce mouvement retardé jusqu'à l'entière extinction des vitesses, ne sera ici que la moitié de ce qui auroit été parcouru en même tems avec le mouvement uniforme. Ce qui s'accorde encore avec ce qu'on a conclu des espaces parcourus dans la supposition précédente (*num. 2.*) de Galilée.

6°. Dans le cas présent de  $n = 0$ , l'hypothèse qu'on fait de  $x = \frac{a^n}{a^n - 1}$  dans ce Problème-ci, donneroit  $x = \frac{a^0}{a^0 - 1} = a$ ,

c'est à dire  $\sqrt{E} (z)$  constante & par tout la même  $= a$ ; ce qui doit faire dégénérer ici la Courbe  $KEG$  en une ligne droite parallèle à  $FC$  ou à  $AC$ ; &  $FCK$  en un quarré égal à  $ACCF$ .



## COROLLAIRE II.

Si  $n=1$ , ou  $z=u$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les vitesses restantes, ainsi que dans le

Pr. 1. Ce cas réduisant l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$ ,

ou  $n-1 \times t = a^n u^{1-n} - a$ , de ce Prob. 3. à  $a = au^n - a = a - a$ , qui ne donnant que  $a = a$ , ne donne rien; il faut se servir de la différentielle  $\frac{du}{u^n} = \frac{dt}{a^n}$  de la Solution, que ce

même cas réduit à  $\frac{du}{u} = \frac{dt}{a}$ , qui est l'équation, elle-même, du Problème 1. laquelle par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Probl. 1.

## COROLLAIRE III.

Si  $n=2$ , ou  $z=\frac{u^2}{a}$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient comme les quarrés des vitesses restantes, ainsi que dans le Problème 2. Ce cas réduira l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$  du présent Prob. 3.

à  $\frac{t}{a^2} = u^{-1} - a^{-1} = \frac{1}{u} - \frac{1}{a} = \frac{a-u}{au}$ , c'est à dire, à  $tu = aa - au$ , ou à  $aa = tu + au$ , qui est la même que celle qu'on a trouvée pour ce cas dans le Prob. 2. & qui par conséquent donnera encore ici tout ce qu'on a trouvé dans ce Prob. 2.

## COROLLAIRE IV.

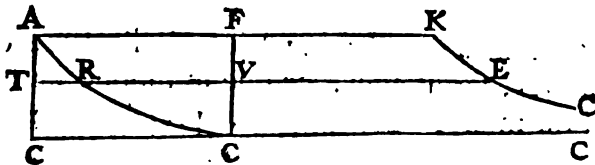
Si  $n=-1$ , ou  $z=\frac{a}{u}$ , ainsi qu'il arriveroit, si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des

vitesse restantes : ce cas réduira l'équation générale

$$\frac{t}{a^2} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1} \text{ du présent Probl. 3. à } \frac{t}{a^{-1}} = \frac{u^1 - a^1}{-2} = \\ = \frac{a^2 - u^2}{2}, \text{ d'où résulte } 2at = aa - uu, \text{ ou } uu = aa -$$

$2at = 2a \times \frac{1}{2}a - t$  pour l'équation de la Courbe *ARC* des vitesses restantes (*u*) par rapport à l'axe *FC*. D'où l'on voit que cette Courbe

devrait être alors une parabole ordinaire décrite



du sommet *C* sur l'axe *FC* tel que *FC* fût  $= \frac{1}{2}a$  ( $\frac{1}{2}AF$ ), & dont le paramètre fût  $= 2a$  ( $2AF$ ). D'où l'on voit aussi,

1°. Que l'entière extinction des vitesses *VR* (*u*) se feront ici en *C* dans le tems *FC*  $= \frac{1}{2}AF$ .

2°. Que les vitesses restantes *VR* (*u*) seroient comme les racines quarrées des tems *VC* qui resteroient à écouler jusqu'à l'entière extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales, seroient comme les *TR* ( $a - \sqrt{aa - 2at}$ ) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV*, seroient entr'eux (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les aires paraboliques *ARVF* correspondantes. Mais on sçait que chaque aire  $ARVF = \frac{2}{3}AF \times FC - \frac{2}{3}RV \times VC =$  (à cause de  $FC = \frac{1}{2}AF$ )  $= \frac{1}{3}AF \times AF - \frac{2}{3}RV \times VC$  (à cause de  $AF = a$ , de  $RV(u) = \sqrt{aa - 2at}$ , & de  $VC = \frac{1}{2}a - t$ )  $= \frac{1}{3}aa - \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}$ . Donc les espaces parcourus pendant les tems *AT* ou *FV* (*t*), seroient aussi pour lors entr'eux comme les quantités  $\frac{1}{3}AF \times AF - \frac{2}{3}RV \times VC$ , ou  $\frac{1}{3}aa - \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}a \times \sqrt{aa - 2at}$  correspondantes, & à l'espace total parcouru jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces mêmes quantités à l'aire parabolique entière  $ARCF = \frac{2}{3}AF \times FC = \frac{1}{3}AF \times AF = \frac{1}{3}aa$ .



5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi rétar-  
dé pendant un tems quelconque  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroit  
(*Cor. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance)  
en auroit parcouru pendant le même tems d'une vitesse  
uniforme égale à la première  $AF(a)$ , comme l'aire para-  
bolique  $ARVF$  correspondante est au rectangle  $ATVF$ ,  
c'est à dire  $\frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}a \times \sqrt{aa - 2at} : at :: aa +$   
 $-\frac{1}{2}t - a \times \sqrt{aa - 2at} : 3at$ . Et qu'ainsi l'espace par-  
couru de ce mouvement retardé pendant tout le tems  
 $FC$ , c'est à dire (*num. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des  
vitesse, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcou-  
ru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce  
tems, comme l'aire parabolique entière  $ARCF$  est au  
rectangle  $ACCF$ , c'est à dire  $\frac{2}{3}AF \times FC : AF \times FC :: 2, 3$ ,  
d'où l'on voit qu'il en seroit les deux tiers.

6°. Dans le cas présent de  $n = -1$ , l'hypothèse qu'on  
fait de  $x = \frac{u^n}{a^{n-1}}$  dans ce Problème-ci, donneroit ici  $x = \frac{u^2}{a}$ ;

& par conséquent  $uu = \frac{a^2}{xx}$ . Ainsi en substituant cette va-  
leur de  $uu$  dans l'équation  $uu = aa - 2at$  trouvée au  
commencement de ce Corollaire-ci, cette équation se  
changeroit en une autre  $\frac{a^2}{xx} = aa - 2at$ , ou  $\frac{1}{2}a' = \frac{1}{2}a - txx$ ,  
qui sera celle de la Courbe  $KEC$ , qu'on voit devoir être  
ici une hyperbole cubique entre les asymptotes orthogo-  
nales  $CF$ ,  $CC$  prolongée du côté de cette Courbe, la-  
quelle ait les abscisses  $VC (\frac{1}{2}a - t)$  en raison réciproque  
des quarrés de ses appliquées  $VE(x)$ , & qui passe par un  
point  $K$  de  $AF$  prolongée, tel que  $FK$  soit  $= PA = a$ .

7°. Cette équation  $\frac{1}{2}a' = \frac{1}{2}a - txx$  donnant  $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a'}}{\sqrt{\frac{1}{2}a - t}}$   
(soit  $x = \frac{1}{2}a - t$ , & conséquemment aussi  $-dx = dt =$   
 $\sqrt{\frac{a'}{2x}} = x^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a'}$ , l'on aura  $\int x ds (FVEK) = \int -x^{-\frac{1}{2}} dx \sqrt{\frac{1}{2}a'}$   
 $= -2x^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}a'} + q = -2a\sqrt{\frac{1}{2}ax} + q = -a\sqrt{aa - 2at} + q$ .  
Mais lorsque  $t (AT)$  est  $= 0$ , l'aire  $FVEK$  est aussi  $= 0$ ;  
ce qui réduit l'intégrale précédente à  $0 = -aa + q$ , d'où  
résulte

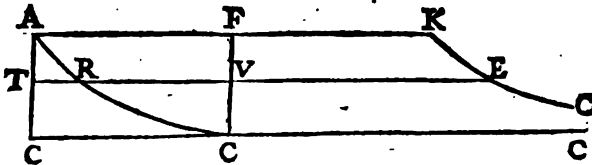
réfulte  $q = aa$ . Donc cette intégrale ou l'aire complete  $FVEK = aa - a\sqrt{aa - 2at}$  (à cause de l'équation  $\frac{a^2}{z} = aa - 2at$  du nomb. 6.)  $= \frac{aa^2 - a^3}{2}$ . Donc aussi (Cor. 6. Prop. génér.) les vitesses perduës  $RV(u)$  pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , ou bien les résistances totales  $TR(r)$  qui les ont détruites, doivent être par tout ici entr'elles comme les aires hyperboliques  $\frac{aa^2 - a^3}{2}$  ( $FVEK$ ), ou comme les fractions  $\frac{z-a}{z}$  correspondantes.

## COROLLAIRE V.

Si  $n = -2$ , ou  $z = \frac{a^2}{u^2}$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des quarrés des vitesses : ce cas réduira l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{u^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$

de ce Problème-ci à  $\frac{t}{a^{-2}} = \frac{u^3 - a^3}{-3} = \frac{a^3 - u^3}{3}$ , d'où réfulte

$u^3 = a^3 - 3aat = 3aa \times \frac{1}{3}a - t$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$  des résistances totales par rapport à l'axe  $AC$ , & des vitesses restantes par rapport à l'axe  $FC$ . D'où l'on voit que cette Courbe devroit être ici une parabole cubique décrite du som.



met  $C$  sur l'axe  $FC$ , tel que  $FC$  fût  $= \frac{1}{3}a$  ( $\frac{1}{3}AF$ ), laquelle eût les cubes de ses appliquées  $RV(u)$  en raison des abscissés correspondantes  $VC$  ( $\frac{1}{3}a - t$ ), & son parametre  $= 3aa$ . D'où l'on voit aussi,

1°. Que l'entière extinction des vitesses  $VR(u)$  se feroit en  $C$  dans le tems  $FC = \frac{1}{3}AF$ .

2°. Que ces vitesses  $VR$  seroient comme les racines cubiques des tems  $VC$  qui resteroient à écouler jusqu'à l'entière extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales à la fin des tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroient comme les  $TR$  ( $a - \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ ) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroient ici entr'eux (*Corol. 3. Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correspondantes  $ARFV$ . Mais on sçait que chaque aire  $ARVF = \frac{1}{2} AF \times FC - \frac{1}{4} VC \times VR$  (à cause de  $FC = \frac{1}{2} AF$ )  $= \frac{1}{4} AF \times AF - \frac{1}{4} VC \times VR$  (à cause de  $AF = a$ ,  $VR(u) = \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ , & de  $VC = \frac{1}{2} a - t$ )  $= \frac{1}{4} aa - \frac{1}{4} t - \frac{1}{4} a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ . Donc les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroient en ce cas-ci entr'eux comme les quantités  $\frac{1}{4} AF \times AF - \frac{1}{4} VC \times VR$ , ou  $\frac{1}{4} aa - \frac{1}{4} t - \frac{1}{4} a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$  correspondantes; & à l'espace total parcouru pendant tout le tems  $FC$ , c'est à dire (*num. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces quantités sont à l'aire parabolique entière  $ARCF = \frac{1}{4} AF \times AF = \frac{1}{4} aa$ .

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant le tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroit (*Corol. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à sa première  $AF$ , comme l'aire parabolique  $ARVF$  est au rectangle  $ATVF$ , c'est à dire ::  $\frac{1}{4} aa - \frac{1}{4} t - \frac{1}{4} a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ .  $at :: aa - \frac{1}{4} t - \frac{1}{4} a \times \sqrt[3]{a^3 - 3aat}$ .  $4at$ . Et qu'ainsi l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems  $FC$ , c'est à dire (*num. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru du mouvement uniforme précédent pendant tout ce tems, comme l'aire parabolique entière  $ARCF$  est au rectangle  $ACCF$ , c'est à dire ::  $\frac{1}{4} AF \times FC$ .  $AF \times FC :: 3.4$ . D'où l'on voit qu'il n'en seroit que les trois quarts.

6°. Dans le cas présent ayant  $x = \frac{a^2}{u}$ , ou  $u = a \sqrt{\frac{a}{x}}$ ; ce qui donne aussi  $u' = \frac{a^2 \sqrt{a}}{x \sqrt{x}}$ : la substitution de cette valeur de  $u$  dans l'équation  $u' = a' - 3aat$  trouvée au commen-

cement de ce Corollaire-ci, la changera en  $\frac{a^2 \sqrt{a}}{x \sqrt{x}} = a' - 3aat$ , ou en  $\frac{a^2 \sqrt{a}}{x \sqrt{x}} = a - 3t = 3 \times \frac{1}{3}a - t$ , d'où résulte  $\frac{a^2}{x^2} = 9 \times \frac{1}{3}a - t$ , ou  $\frac{a^2}{9} = \frac{1}{3}a - t \times x'$  pour l'équation de la Courbe  $KEC$ , qu'on voit devoir être ici une hyperbole du cinquième degré entre les asymptotes orthogonales  $CF$ ,  $CC$  prolongée du côté d'elle, laquelle ait les quarrés de ses abscisses  $VC$  ( $\frac{1}{3}a - t$ ) en raison réciproque des cubes de ses appliquées  $VE$  ( $x$ ), & qui passe par un point  $K$  de  $AF$  prolongée, tel que  $FK$  soit  $= FA = a$ .

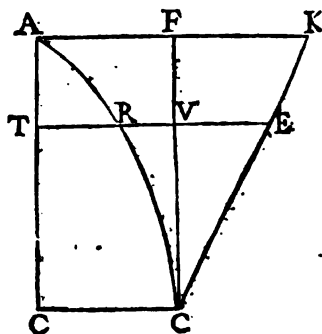
7°. Cette équation  $\frac{a^2}{9} = \frac{1}{3}a - t \times x'$  de la Courbe  $KEC$ , donnant  $x' = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{1}{3}a - t}$  (soit  $x = \frac{1}{3}a - t$ , & conséquemment aussi  $-dx = dt$ )  $= \frac{\frac{1}{2}a^2}{x x}$ , ou  $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}a^2}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}a^2}$ , l'on aura  $\int x dt$  ( $FVEK$ )  $= \int -x^{-\frac{1}{2}} dx \sqrt{\frac{1}{2}a^2} = -3x^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}a^2} + q = -3a \sqrt{\frac{1}{2}a} x + q = -3a \sqrt{\frac{1}{2}a} a \times \frac{1}{3}a - t + q = -3ax \sqrt{\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}a^2} + q = -a \sqrt{a^2 - 3aat} + q$ . Mais lorsque  $t$  ( $AT$ )  $= 0$ , l'aire  $FVEK$  est aussi  $= 0$ ; ce qui réduit l'intégrale précédente à  $0 = -a \sqrt{a^2} + q = -aa + q$ , d'où résulte  $q = aa$ . Donc cette intégrale ou l'aire hyperbolique complète  $FVEK = aa - a \sqrt{a^2 - 3aat}$ . Donc aussi (*Cor. 6. Prop. génér.*) les vitesses perdus pendant les tems  $AT$ , ou les résistances totales  $TR$  qui les ont détruites, sont par tout ici comme les aires ou grandeurs  $aa - ax \sqrt{a^2 - 3aat}$  correspondantes.

## COROLLAIRE VI.

Si  $n = \frac{1}{2}$ , ou  $x = \sqrt{av}$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient cōme les racines quarrées des vitesses: ce cas réduira l'équation générale  $\frac{v}{a^n} = \frac{a^{n-1} - a^{1-n}}{n-1}$  du pre-

sont Prob. 3. à  $\frac{t}{a^2} = \frac{u^2 - a^2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{u^2 - a^2}{-\frac{1}{2}} = 2a^2 - 2u^2$ , d'où

d'où résulte  $t = 2a - 2\sqrt{au}$ , ou  $4au = 2a - t^2$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$ , qu'on voit devoir être ici une parabole ordinaire touchée en son sommet  $C$  par la droite  $FC = 2AF = 2a$ , ayant en ce point  $C$  son paramètre  $= 4AF = 4a$ , &  $CC$  parallèle à  $FA$  pour son axe intérieur. D'où l'on voit,



1<sup>re</sup>. Que l'entière extinction des vitesses  $VR(u)$  se feroit ici en  $C$  à la fin du tems  $FC = 2AF$ .

2<sup>o</sup>. Que ces vitesses  $VR(u)$  seroient ici comme les quarrés des tems  $VC(2a - t)$  qui resteroient à écouler jusqu'à l'entière extinction de ces mêmes vitesses.

3<sup>o</sup>. Que les vitesses perduës, ou les résistances totales à la fin des tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroient ici comme les  $TR\left(\frac{4aa - 2a - t^2}{4a}\right)$  ou comme les grandeurs  $4at - tt$  correspondantes.

4<sup>o</sup>. Que les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroient ici entr'eux (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme comme les aires paraboliques  $ARVF$  correspondantes, ou comme les quantités correspondantes  $2AF \times AF - RV \times VC$ , qui sont triples de ces aires; & à l'espace parcouru pendant tout le tems  $FC$  ou  $AC$ , c'est à dire ( *nomb. 1.*) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces aires paraboliques  $ARVF$  à l'aire entière  $ARCF$ , ou comme ces quantités sont à  $2AF \times AF$  qui est aussi triple de cette aire  $ARCF$ .

5<sup>o</sup>. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant un tems quelconque  $AT$  ou  $FV(t)$ , seroit (*Cor. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance) en auroit parcouru pendant le même tems d'une

vitesse uniforme égale à la première  $AF$  ( $a$ ), comme l'aire parabolique  $ARVF$  correspondante est au rectangle  $ATVF$  pareillement correspondant, c'est à dire ::

$$\frac{2AF \times AF - RV \times VC}{3} . AF \times AT :: 2AF \times AF - RV \times VC.$$

$3AF \times AT$ . Et par conséquent l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems  $FC$ , c'est à dire ( *nomb. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entière  $ARCF$  est au rectangle  $ACCF$ , c'est à dire ::  $\frac{2}{3}AF \times FC$ .  $AF \times FC :: 1.3$ . D'où l'on voit qu'il en seroit le tiers.

6°. Dans le cas présent de  $n = \frac{1}{2}$ , ayant  $z = \sqrt{au}$ , ou  $zz = au$ ; la substitution de cette valeur de  $au$  dans l'équation  $4au = 2a - t^2$  trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, la changera en  $4zz = 2a - t^2$ , d'où résulte aussi  $2z = 2a - t$ , ou  $z = \frac{2a - t}{2}$ , c'est à dire,  $VE = \frac{1}{2}VC$ ,

&  $FK = \frac{1}{2}FC = AF$ . D'où l'on voit que la Courbe  $KEC$  dégenere ici en une ligne droite qui fait en  $C$  avec  $FC$  un angle  $ECK$  d'un sinus à celui de son complément :: 1.2.

7°. Donc suivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vitesses perduës pendant les tems  $AT$ , ou les résistances totales  $TR$  qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les trapezes  $FVEK$  correspondans.

#### COROLLAIRE VII.

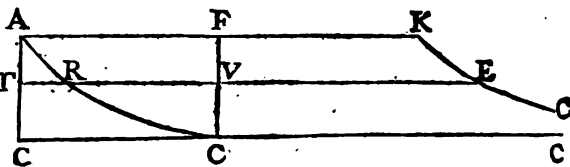
Si  $n = -\frac{1}{2}$ , ou  $z = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{u}}$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison réciproque des racines quarrées de vitesses restantes ou actuelles : ce

cas changera l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{a^{1-n} - a^{1-n}}{n-1}$  du pre-

sent Probl. 3. en  $\frac{t}{a^{-\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{1}$ , ou en

$2\sqrt{a} = \frac{2a\sqrt{a} - 2u\sqrt{u}}{1}$ ; d'où résulte  $\frac{1}{2}u = a \times \frac{1}{2}a - t^2$ , ou

$u' = \frac{2}{3} a \times \sqrt{\frac{2}{3} a - t}$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$ , qu'on voit devoir être ici une parabole cubique, mais d'une nature différente de celle du Corol. 5. Celle-ci, dont le sommet est aussi en  $C$ , ayant la portion  $FC$  de son axe intérieur, égale à  $\frac{2}{3} AF$  ( $\frac{2}{3} a$ ), les cubes de ses appliquées  $RV$  ( $u$ ) comme les quarrés de ses abscisses  $VC$  ( $\frac{2}{3} a - t$ ), & son parametre  $= \frac{2}{3} a = \frac{2}{3} AF$ . D'où l'on voit,



1°. Que l'entière extinction des vitesses  $VR$  ( $u$ ) se feroit ici en  $C$  à la fin du tems  $FC = \frac{2}{3} AF = \frac{2}{3} a$ .

2°. Que les cubes de ces vitesses ( $VR$ ) seroient ici comme les quarrés des tems ( $VC$ ) qui resteroient à écouler jusqu'à l'entière extinction de ces mêmes vitesses.

3°. Que les vitesses perduës ou les résistances totales à la fin des tems écoulés  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ), seroient ici comme les  $TR$  ( $a - \sqrt{\frac{2}{3} a \times a - \frac{2}{3} t}$ ) correspondantes.

4°. Que les espaces parcourus pendant ces tems  $AT$  ou  $FV$ , seroient ici entr'eux (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les aires paraboliques correspondantes  $ARVF$ , ou comme les quantités correspondantes  $2AF \times AF - 3RV \times VC$  qui sont quintuples de ces aires; & à l'espace total parcouru pendant tout le tems  $FC$ , c'est à dire (*nombr. 1.*) depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces aires paraboliques à l'entière  $ARCF$ , où comme ces quantités sont à  $2AF \times AF$  qui est aussi quintuple de cette aire totale  $ARCF$ .

5°. Que l'espace parcouru d'un mouvement ainsi retardé pendant un tems quelconque  $AT$  ou  $FV$ , seroit (*Cor. 4. Prop. génér.*) à ce que le mobile (sans résistance) en auroit parcouru pendant le même tems, d'une vitesse uniforme égale à la première  $AF$ , comme l'aire parabolique  $ARVF$  correspondante est au rectangle  $ATVF$  pareille.

ment correspondant, c'est à dire ::  $\frac{2AF \times AF - 3RV \times VC}{5}$ .

$AF \times AT :: 2AF \times AF - 3RV \times VC. 3AF \times AT$ . Et par conséquent l'espace parcouru de ce mouvement retardé pendant tout le tems  $FC$ , c'est à dire ( *nomb. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses, seroit aussi à ce que le mobile en auroit parcouru pendant tout ce tems avec le mouvement uniforme précédent, comme l'aire parabolique entière  $ARCF$  est au rectangle  $ACCF$ , c'est à dire ::  $\frac{3}{5} AF \times FC$ .  $AF \times FC :: 3. 5$ . d'où l'on voit qu'il en seroit les trois cinquièmes.

6°. Dans le cas présent de  $n = -\frac{1}{2}$ , ayant  $x = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ , l'on aura  $u = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{x^2}$ ; & par conséquent aussi  $u' = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{x^2}$ . Donc en substituant cette valeur de  $u'$  dans l'équation  $u' = \frac{2}{3} a \times \frac{1}{3} a - t^2$  trouvée au commencement de ce Corollaire-ci, l'on aura ici  $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{x^2} = \frac{2}{3} a \times \frac{1}{3} a - t^2$ , ou  $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{x^2} = \frac{2}{3} a - t^2$ ; & (en tirant la racine quarrée) il en résultera  $\frac{a^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{3} a - t^2$ , ou  $\frac{2}{3} a^{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} a - t^2 \times x^{\frac{1}{2}}$  pour l'équation de la Courbe  $KEC$ , qu'on voit devoir être ici une hyperbole du quatrième degré, entre les asymptotes orthogonales  $FC$ ,  $CC$  prolongée du côté d'elle, laquelle ait les cubes de ses ordonnées  $VE(x)$  en raison réciproque de ses abscisses  $CV(\frac{2}{3} a - t^2)$ , & qui passe par un point  $K$  de  $AF$  prolongée, tel que  $FK$  soit  $= AF = a$ .

7°. Cette équation  $\frac{2}{3} a^{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} a - t^2 \times x^{\frac{1}{2}}$  donnant  $x^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2}{3} a^{\frac{1}{4}}}{\frac{2}{3} a - t^2}$  (soit  $x = \frac{\frac{2}{3} a^{\frac{1}{2}}}{\frac{2}{3} a - t^2}$ , & conséquemment aussi  $dx = -\frac{dt}{\frac{2}{3} a - t^2}$ )  $= \frac{2a^{\frac{1}{4}}}{3x}$ , ou  $x = \frac{a^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3x}} = ax - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} a}$ , l'on aura  $\int x dx (FVEK)$   $= \int ax - \frac{1}{2} dx \sqrt{\frac{2}{3} a} = -\frac{1}{2} x^{\frac{3}{2}} a \sqrt{\frac{2}{3} a} + q = -a \sqrt{\frac{2}{3} a} x^{\frac{3}{2}} + q = -a \sqrt{\frac{2}{3} a} x^{\frac{3}{2}} - t + q$ . Mais le cas de  $t(AT) = 0$ , rendant  $FVEK = 0$ , réduit cette integrale à  $0 = -a \sqrt{\frac{2}{3} a} + q = -aa + q$ ; ce qui donne  $q = aa$ . Donc cette integrale complete  $FVEK = aa - a \sqrt{\frac{2}{3} a} x^{\frac{3}{2}} - t^2$ .



Donc aussi suivant le Corol. 6. de la Prop. génér. les vitesses perduës pendant les tems  $AT(t)$ , ou les résistances totales qui les ont détruites, doivent être par tout ici comme les aires hyperboliques  $aa - a\sqrt{\frac{2}{3}a \times \frac{2}{3}a - t}$  ( $FVBK$ ), ou comme les simples grandeurs  $a - \sqrt{\frac{2}{3}a \times \frac{2}{3}a - t}$  correspondantes.

## REMARQUE.

Voilà autant d'exemples propres à expliquer les mouvemens primitivement uniformes, qui se feroient dans des milieux dont les résistances seroient telles qu'on les y a supposées. De toutes ces hypothèses celles des deux premiers Problèmes passent pour les plus vrai-semblables, sur tout la seconde: cependant comme (*Cor. 4. du Prob. 1. & Cor. 2. du Prob. 2.*) les vitesses ne s'y éteindroient jamais tout à fait; il n'y a pas d'apparence qu'aucune d'elles soit effectivement celle de la nature. Il est vrai que la seconde en approche plus que la première, en ce que les résistances, qui consistent dans la difficulté de déplacer les parties du fluide ou du milieu à traverser, venant de la quantité de ces parties à déplacer à la fois, & de la vitesse qu'il leur faut donner alors, doivent effectivement être comme les quarrés des vitesses du corps mù; puisque dans un même milieu, c'est à dire uniforme, ces quantités de parties à déplacer à la fois, sont comme ces mêmes vitesses. Mais il y a plus: il faut outre cela rompre en même tems la ténacité ou la glutinosité qui retient en quelque façon ces parties comme attachées ou colées ensemble, laquelle glutinosité, supposée par tout la même entre les parties du milieu uniforme dont il s'agit ici, doit faire une résistance d'autant plus grande qu'il y a plus de ces parties à détacher à la fois, c'est à dire, une résistance proportionnée au nombre de ces parties ou à la vitesse du corps mù. On y peut joindre aussi la résistance qui surviendrait de l'inégalité ou de l'âpreté uniforme du plan ou de la surface sur laquelle ce corps seroit mù, laquelle résistance étant

étant comme l'espace qu'il parcourt à chaque instant, seroit aussi vrai-semblablement comme la vitesse de ce corps en cet instant.

Ainsi la résistance entière instantanée d'un milieu ou fluide au mouvement d'un corps qui le traverse, résultante de la glutinosité de ce fluide, ou de l'âpreté de la surface sur laquelle ce corps se meut, ou de tous les deux ensemble, & de plus de la difficulté de communiquer aux parties de ce fluide le mouvement qu'il leur faut pour ceder : cette résistance entière, dis-je, est vrai-semblablement toujours proportionnée à la somme faite de chaque vitesse correspondante & de son quarré : de sorte qu'en prenant encore  $u$  pour cette vitesse restante, cette résistance entière instantanée sera vrai-semblablement toujours comme  $u + \frac{u^2}{a}$ , ou comme  $\frac{au + u^2}{a}$ , ce qui donnera (Sol. Prop. génér.)  $x = \frac{au + u^2}{a}$ . Appliquons presentement la Proposition générale à cette hypothèse, & voyons ce qui en doit résulter par raport à notre sujet,

#### PROBLÈME IV.

*Trouver la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des sommes faites des vitesses & des quarrés de ces mêmes vitesses restantes de primitivement uniformes.*

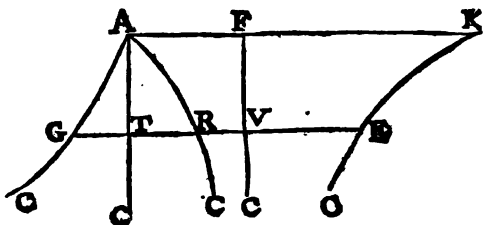
#### SOLUTION.

Suivant la Remarque précédente, cette hypothèse donnera  $x = \frac{au + u^2}{a}$ ; ce qui changera l'équation  $\frac{-du}{x} = \frac{dt}{a}$  du Corol. 7. de la Proposition générale, en  $\frac{-du}{au + u^2} = \frac{dt}{a}$ .

Soit  $u = \frac{ax}{2x - a}$  : l'on aura  $du = \frac{-2aadx}{(2x - a)^2}$ , &  $au + u^2 = \frac{a^3}{2x - a} + \frac{a^4}{(2x - a)^2} = \frac{2a^3x - a^4 + a^4}{(2x - a)^2} = \frac{2a^3x}{(2x - a)^2}$ . Donc  $\frac{-du}{au + u^2} = \frac{2a^3dx}{2a^3x} = \frac{dx}{x}$ , ou  $\frac{dt}{a} = \frac{dx}{x}$ , qui est une équation logarithmique en laquelle on voit que la précédente va-

leur de  $u$ , transforme l'équation  $\frac{dt}{da} = \frac{-du}{au + uu}$  de la Courbe  $ARC$ .

Pour construire présentement cette Courbe  $ARC$  par le moïen de cette équation logarithmique  $\frac{dt}{da} = \frac{dx}{x}$ , soit



par le point  $A$  sur l'asymptote  $FC$ , une logarithmique  $AGC$  qui s'en écarte du côté de  $C$ , & dont la soûtangente soit  $= AF (a)$ . Cette logarithmique ayant  $FV = t$  pour ses abscisses, elle aura aussi  $VG = x$  pour ses ordonnées, &  $GT = x - a$  pour ce qui en sera retranché par  $AC$  parallèle à  $FC$ ; & par conséquent aussi  $VG + GT = 2x - a$ . Mais la précédente valeur de  $u = \frac{aa}{2x - a}$ , donne  $2x - a (VG + GT)$ .

$a(AF) :: a(AF) \cdot u(VR) = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$ . Donc en prenant par tout  $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$ , c'est à dire,  $VR$  troisième proportionnelle aux grandeurs correspondantes  $VG + GT$ ,  $AF$ , ou telle que  $AF$  soit toujours moïenne proportionnelle entr'elle &  $VG + GT$ ; la Courbe  $ARC$  qui passera par les points  $R$  ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée dont l'équation est  $\frac{dt}{da} = \frac{-du}{au + uu}$ .

#### COROLLAIRE I.

Il suit de cette valeur de  $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$ , que  $GV$  en  $AF$ , lui devenant égale, &  $GT$  nulle ou zero, l'on aura aussi pour lors  $VR = FA$  ainsi qu'on l'a supposé.

#### COROLLAIRE II.

Cette même valeur de  $VR = \frac{AF \times AF}{VG + GT}$  fait aussi voir que depuis  $AF$  vers  $C$ , elle diminuëra à l'infini à mesure

que  $VG$  croîtra, sans pouvoir devenir nulle ou zero que lorsque  $VG$ , & par conséquent aussi  $FV$ , sera infinie; c'est à dire que cela ne lui doit arriver qu'à une distance infinie de  $AF$  du côté de  $C$ . D'où l'on voit que l'axe  $FC$  de la Courbe  $ARC$  en sera aussi une asymptote.

### COROLLAIRE III.

On voit pareillement delà qu'il faudroit ici un tems infini  $AT$  ou  $FV(t)$  pour l'entière extinction des vitesses  $RV(*)$ .

### COROLLAIRE IV.

Quant aux espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ), le Corol. 3. de la Prop. génér. fait voir qu'ils doivent être ici entr'eux comme les aires  $ARVF$  correspondantes.

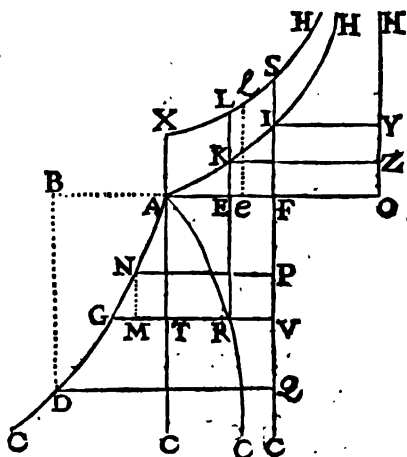
Mais l'équation  $\frac{dt}{du} = \frac{-du}{au + nu}$  de la Courbe ARC, donnant  $\int u dt (ARVF) = aa \times \int \frac{-du}{a+u} = -aa \times \ln |a+u| + q$ ,

en prenant  $a$  pour l'unité, & le cas de  $RV(u)$  en  $AF(a)$ , qui réduit cette intégrale à  $0 = -aa \times l_2 a - t q$ , donnant  $q = aa \times l_2 a$ ; l'on aura  $ARVF = aa \times l_2 a - aa \times l_2 a - t u$  pour cette intégrale complète. Donc les espa-


ces parcoures pendant les tems  $AT(t)$ , seront ici comme les grandeurs correspondantes  $aa \times l_2a - aa \times l_1a - t u$ , ou (à cause de  $a$  constante) comme les différences  $l_2a - l_1a - t u$  correspondantes des logarithmes de  $2a$  & de  $a - t u$ .

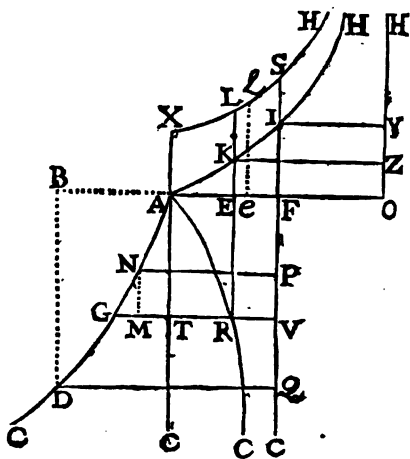
Mais si l'on prend  $AB = AF$  ( $a$ ) sur  $FA$  prolongée vers  $B$ ,  $TM = RV$ , & que des points  $D, N$ , ou  $BD, MN$ , parallèles

à FC, rencontrent le logarithmique AGC, on lui fasse



les ordonnées  $DQ, NP$  ;  
l'on aura  $DQ = za$ ,  
 $NP = a + u$  ; &  $FQ, FP$ ,  
pour leurs logarithmes ;  
& par conséquent  $PQ$   
pour la différence  $la -$   
 $- la + u$  de ces logarith-  
mes. Donc les espaces  
parcours pendant les  
tems  $AT (t)$  , seront ici  
comme les  $PQ$  ou les  $ax$   
 $PQ$  correspondantes.

Il est à remarquer que si au lieu de supposer  $AF$    $(a) = 1$ , l'on eût pris  $DQ$   $(2a) = 1$ , l'on auroit eu de même  $QP$  pour la mesure de l'espace parcouru pendant le tems  $AT$  ou  $FV(t)$ ; puisque cette hypothèse rendant  $2a = 0$ , & donnant  $QP$  pour le logarithme négatif de  $PN = VM$  (Confir.)  $= VT + VR = a + u$ , c'est à dire  $QP = -\overline{1a + u}$ , elle donneroit aussi  $QP = \overline{2a - 1a + u}$ ; & par conséquent encore les  $PQ$  en raison des espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$  correspondans.



## COROLLAIRE V.

Il suit de là, 1°. Que lorsque  $RV$  sera moindre que  $GT$ , le point  $P$  sera entre  $F$  &  $V$ .

2°. Que lorsque  $RV$  sera plus grande que  $GT$ , ce point  $P$  sera entre  $V$  &  $Q$ .

3°. Que lorsque  $\widetilde{RV} = GT$ , ce point  $P$  sera en  $V$ .

4°. Que lorsque  $RV$  est en  $AF$  au commencement du mouvement, le point  $P$  tombe en  $Q$ ; ce qui rend alors  $PQ$  nulle, comme l'est en effet alors l'espace qu'elle exprime.

5°. Lorsque  $RV=0$  après un tems infini  $FV$ , aura aussi rendu son égale  $MT=0$ ; alors  $MN$  en  $TA$ , rendant  $NP$  en  $AF$ , & par conséquent  $QP=QF$ , l'on aura  $QB$

pour tout l'espace parcouru pendant ce tems infini ; ce qui fait voir que cet espace ne peut jamais devenir infini.

6°. Il suit aussi delà que si le mobile partoît de  $Q$  vers  $F$  suivant  $QF$ , avec la vitesse primitivement uniforme  $AF$  que les résistances supposées éteignissent tout à fait en  $F$  ; il lui faudroit un tems infini pour arriver de  $Q$  en  $F$ .

## COROLLAIRE VI.

Le rapport des espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ), trouvé dans le précédent Corol. 4. se trouvera encore par le moïen d'une logarithmique quelconque  $AIH$ , la même ou différente de celle de ce Corollaire, tellement placée qu'ayant pris  $FO=AF$  ( $a$ ) sur  $AF$  prolongée du côté de  $F$ , & fait  $OH$  parallèle à  $AC$  ou à  $FC$ , cette  $OH$  en soit l'asymptote dont elle s'approche du côté de  $H$ , & son ordonnée  $AO$  ( $2a$ )  $=1$ . Car si l'on prolonge  $CF$  jusqu'à cette logarithmique en  $I$ , laquelle soit aussi rencontrée en  $K$  par  $RK$  parallèle à  $CI$ , & qui rencontre  $AO$  en  $E$  ; que des points  $I, K$ , on fasse les ordonnées  $IV, KZ$ , parallèles à  $AO$  ; l'on aura  $OZ$  pour le logarithme négatif de  $KZ=EO=a-tu$ , & zero pour le logarithme de  $AO=2a$ . Donc  $OZ=2a-l'a-tu$ . Mais on vient de trouver (Corol. 4.) que les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , sont entr'eux comme ces grandeurs ou différences  $2a-l'a-tu$  de logarithmes correspondans. Donc ces espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , sont entr'eux comme les  $OZ$  correspondantes, & à l'espace total parcouru pendant le tems infini  $AC$ , comme ces  $OZ$  à  $OY$ . Ce qui fait voir que cet espace total, quoique parcouru pendant un tems infini ne sçauroit être que fini, ainsi qu'on le vient aussi de voir dans le nomb. 5. du Cor. 5. De sorte que si le mobile partoît de  $O$  vers  $H$  suivant  $OH$  avec la vitesse primitivement uniforme  $AF$  que les résistances supposées éteignissent tout à fait en  $X$  ; il lui faudroit un tems infini pour aller de  $O$  en  $X$ .

## COROLLAIRE VII.

Il suit delà & du Corol. 4. que les  $OZ$  sont toujours ici entr'eux comme les  $QP$  correspondans de ce Corollaire 4. & aussi (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme les aires  $ARVF$  correspondantes : c'est à dire par tout chaque  $OZ$ .  $QP$  (correspondant) : :  $OY$ .  $QF$ . Et (*Cor. 3. Prop. génér.*) comme chaque aire  $ARVF$  (correspondante) à la totale  $CRAFC$ . Ce qui fait voir encore que cette aire totale ne peut jamais être que finie, non-plus que l'espace total qu'elle exprime suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. quoique cette aire s'étende à l'infini du côté de  $C$ .

## COROLLAIRE VIII.

Ce raport des espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ), trouvé dans les précédens Corol. 4. & 6. se trouvera encore par le moïen de l'hyperbole équilatere  $HSX$  entre les asymptotes orthogonales  $AO$ ,  $OH$ , laquelle hyperbole rencontrée en  $S$  par  $CF$  prolongée de ce côté-là, ait  $SE = FO$ . Car si l'on prolonge  $CA$  jusqu'à elle en  $X$ , & qu'on fasse  $RZ$  parallele à  $CS$ , & qui rencontre cette hyperbole en  $Z$ , l'on aura les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , comme les aires hyperboliques  $AELX$  correspondantes, les espaces à parcourir pendant les restes infinis  $TC$  ou  $VC$  de tems à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $RV$  ou  $EF$  ( $u$ ), comme les aires restantes  $EFSZ$  de l'aire totale  $AFSX$ , & cette aire totale, comme l'espace à parcourir pendant le tems total infini  $AC$  ou  $FC$ .

Pour le voir il faut considérer que la construction précédente donnera  $OE = a + u$ , & que si l'on fait  $e$  parallele à  $EL$ , & infiniment proche d'elle, l'on aura aussi  $Be = -du$ , &  $EL = \frac{FS \times FO}{EO} = \frac{a^2}{a + u}$ . Donc l'aire hyperbolique élémentaire  $EelL = \frac{-a du}{a + u}$  (*Cor. 4.*)  $= u dt$ . Donc aussi (en intégrant) l'aire  $EFSZ = \int u dt = CRVC$ , &  $AELX = ARVF$ . Mais (*Cor. 3. Prop. génér.*) les espa-

ces parcours pendant les tems écoulés  $AT$  ou  $FV(t)$ , sont comme les aires  $ARVF$ ; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis  $TC$  ou  $VC$  de tems à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $RV$  ou  $EF$ , sont comme les aires  $CRVC$  qui (Corol. 2.) s'étendent à l'infini du côté de  $C$ , quoique (nomb. 5. Corol. 5. & Corol. 6.) elles soient toutes finies. Donc les espaces parcourus pendant les tems écoulés  $AT$  ou  $FV$ , sont ici entr'eux comme les aires hyperboliques  $AELX$  correspondantes; & les espaces à parcourir pendant les restes infinis  $TC$  ou  $VC$  de tems à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses, comme les aires restantes  $EFSL$  de l'aire totale  $AFSX$ , laquelle est par conséquent comme l'espace total à parcourir pendant le tems total infini  $AC$  ou  $FC$ . Ce qui fait voir que cet espace total n'est encore que fini, ainsi qu'on l'a déjà vû dans le nomb. 5. du Corol. 5. & dans le Corol 6.

## COROLLAIRE IX.

Il suit delà & des Corol. 4. 6. & 7. que les aires hyperboliques  $AELX$  sont entr'elles comme les parties correspondantes  $PQ, OZ$ , des axes  $FC, OH$ ; les restes  $EFSL$  de l'aire totale  $AFSX$ , comme les restes correspondans  $PF, ZY$ , des parties totales  $FQ, OY$  de ces mêmes axes. D'où l'on voit comment l'aire hyperbolique  $AFSX$  peut être divisée en raison donnée quelconque par la seule division de la partie  $QF$  de l'axe  $FC$ , ou de la partie  $OY$  de l'axe  $OH$ , en cette raison.

*Il est à remarquer qu'il n'est pas nécessaire que l'hyperbole équilatère  $HSX$  ait  $FS = FO$ , & que ce qu'on en vient de démontrer dans les deux derniers Corol. 8. & 9. sera toujours vrai, quel que soit le rapport de  $FS$  à  $FO$ ; puisque les aires  $AELX, EFSL, AFSX$ , qui en résulteront, seront toujours à celles-ci ::  $SF. FO$ . qui est une raison constante; & par conséquent aussi toujours entr'elles comme celles-ci.*

## COROLLAIRE X.

Les espaces parcourus pendant les tems  $AT(t)$ , se trouveront encore autrement que dans les précédens



Corol. 4. 6. & 8. si l'on considère que la division de  $\frac{-adu}{a+u}$  ( $u dt$ ) continuée à l'infini, donnant  $\frac{-adu}{a+u} = -adu +$   
 $+ u du - \frac{u u du}{a} + \frac{u^2 du}{a^2} - \frac{u^3 du}{a^3} + \frac{u^4 du}{a^4} - \frac{u^5 du}{a^5} + \&c.$   
 donne aussi (en intégrant)  $\int \frac{-adu}{a+u}$  ou  $\int u dt$  ( $ARVF$ )  
 $= -au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4a^2} - \frac{u^5}{5a^3} + \frac{u^6}{6a^4} - \&c + q$ , que  
 le cas de  $RV(u)$  en  $AF(a)$ , réduit à  $0 = -aa + \frac{1}{2}aa$   
 $- \frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}aa - \&c + q$ ; d'où résulte  
 $q = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}aa + \&c.$  Et  
 par conséquent aussi  $ARVF = aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}aa$   
 $+ \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}aa + \&c - au + \frac{1}{2}uu - \frac{u^3}{3a} + \frac{u^4}{4a^2} - \frac{u^5}{5a^3} +$   
 $+ \frac{u^6}{6a^4} - \&c.$  Donc (*Cor. 3. Prop. génér.*) les espaces par-  
 courus pendant les tems  $AT(t)$ , seront encore ici en-  
 tr'eux comme ces différences dont la suite constante  $aa -$   
 $- \frac{1}{2}aa + \frac{1}{4}aa - \frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}aa - \frac{1}{2}aa + \&c.$  surpasse  
 chacune des variables correspondantes  $au - \frac{1}{2}uu + \frac{u^3}{3a} -$   
 $- \frac{u^4}{4a^2} + \frac{u^5}{5a^3} - \frac{u^6}{6a^4} + \&c.$

## COROLLAIRE XI.

Puisque (*Cor. 4.*) les espaces parcourus pendant les tems  
 $AT$  ou  $FV(t)$ , sont ici comme les grandeurs  $aa \times \int \frac{-du}{a+u}$   
 ou  $\int \frac{-du}{a+u}$  correspondantes, & leurs différences instanta-  
 nées comme les fractions  $\frac{-du}{a+u}$  pareillement correspon-  
 dantes; il est manifeste que si l'on prend ces espaces en  
 progression arithmétique, c'est à dire, leurs différences  
 par tout égales entr'elles, les fractions  $\frac{-du}{a+u}$  seront aussi  
 par tout égales entr'elles, c'est à dire, les grandeurs  $a+u$   
 par tout proportionnelles à leurs différences  $-du$ ; & par  
 conséquent ces mêmes grandeurs  $a+u$  seront alors en  
 progression géométrique. Donc tant que les espaces par-  
 courus

courus seront en progression arithmétique, les vitesses  $u$  ( $RV$ ) restantes à la fin de ces espaces, augmentées chacune de la primitive constante  $a$  ( $AF$  ou  $TV$ ), c'est à dire leurs sommes correspondantes  $TV + RV$ , seront ici en progression géométrique; & réciproquement. Ce qui est la Prop. 12. Sect. 3. Liv. 2. des Princip. Mathem. de M. Newton.

L'hyperbole  $HSX$  du Cor. 8. donnera encore la même chose. Car puisque suivant ce Corollaire les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ), sont entr'eux comme les aires hyperboliques  $AELX$  correspondantes; & que suivant le P. Gregoire \* de S. Vincent, si ces aires sont en progression arithmétique, à commencer à leur origine  $AX$ , c'est à dire, si leurs différences  $Ee$  &  $LZ$  sont par tout égales entr'elles, les abscisses  $OE$  ( $a + t$ ) correspondantes seront en progression géométrique; il suit encore manifestement delà que tant que les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , seront en progression arithmétique, les sommes  $a + u$  ( $OE$ ) faites des vitesses correspondantes ( $u$ ) & de la primitive ( $a$ ), seront en progression géométrique.

\* De Hyper.  
part. 4. prop.  
109. p. 586.

## AUTRE SOLUTION.

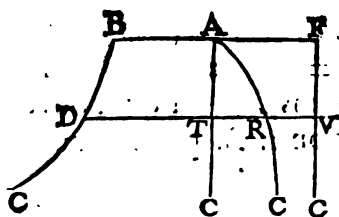
Soit présentement  $\frac{a}{y} = u$ . l'on aura  $\frac{a dy}{y^2} = -du$ ,  
 $a + u = a + \frac{a}{y} = \frac{ay + a}{y}$ , &  $au + uu = \frac{ay + a^2}{y}$ .

Donc  $\frac{-du}{au + uu} = \frac{a dy}{ay + a^2} = \frac{dy}{ay + a^2}$ . Mais la Solution i.

donne  $\frac{dt}{aa} = \frac{-du}{au + uu}$ . Donc on aura ici  $\frac{dt}{aa} = \frac{dy}{ay + a^2}$ , ou

$\frac{dt}{a} = \frac{dy}{y + a}$ , qui est une équation à une logarithmique  $BDC$ ,

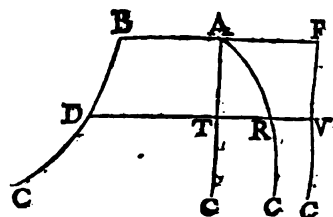
qui auroit  $FC$  pour asymptote dont elle s'éloigneroit du côté de  $C$ , sa sous-tangente  $= AF$  ( $a$ ), & son ordonnée  $BF = 2AF$  ( $2a$ ); car si l'on prend ici  $DT$



Hhh

426 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 pour  $y$ , sur  $VT$  prolongée jusqu'à cette logarithmique  
 en  $D$ , l'on aura  $DV (DT + TV) = y + a$  pour une  
 autre quelconque de ses ordonnées, & son équation sera  
 la même que la précédente  $\frac{dy}{y+a} = \frac{dy}{y+a}$  en prenant tou-  
 jours  $AT$  ou  $FV = t$ , qui sera le logarithme de  $DV$  en  
 supposant ici  $BF (2a) = 1$ , c'est à dire  $a = \frac{1}{2}$ .

Cela étant, puisque (*hyp.*)  $u = \frac{a^2}{y}$ , il n'y a plus qu'à  
 prendre par tout  $VR (u) = \frac{AF \times AF}{DT} = \frac{TV \times TV}{DT} \left(\frac{a^2}{y}\right)$  sur les  
 ordonnées correspondantes  $DV$  de la logarithmique  
 $BDC$ , c'est à dire,  $VR$  par tout  
 troisième proportionnelle aux  
 parties  $DT, TV$ , de chaque  
 correspondante de ces ordon-  
 nées; & la ligne  $ARC$  qui pas-  
 sera par tous les points  $R$  ainsi  
 trouvés, sera la Courbe cher-  
 chée des vitesses restantes ( $u$ ),



exprimées par les ordonnées extérieures  $RV$  de cette  
 Courbe, laquelle aura (ainsi que dans la Solution 1.)  
 $\frac{dt}{dt} = \frac{-du}{au + u^2}$  pour son équation, qui se conclura sans  
 peine de la logarithmique  $\frac{dy}{y+a} = \frac{dy}{y+a}$ , & de la supposi-  
 tion faite ici de  $\frac{a^2}{y} = u$ .

## COROLLAIRE XII.

De ce que cette Solut. 2. donne  $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$  (*hyp.*)  
 $= \frac{AB \times AB}{DT}$ , il est manifeste que  $DV$  en  $BF$ , rendant  
 $DT = BA$  (*hyp.*)  $= AF$ , l'on aura aussi pour lors  $RV =$   
 $= AF$ , ainsi qu'on l'a supposé au commencement du  
 tems  $AT$  ou du mouvement en question, & que la Solu-  
 tion 1. l'a pareillement donné dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE XIII.

Cette même valeur de  $RV = \frac{AF \times AF}{DT}$ , fait aussi voir que depuis  $AF$  vers  $C$ , elle diminuëra à l'infini à mesure que  $DT$  croîtra, sans pouvoir devenir nulle ou zero que lorsque  $DT$ , & par conséquent aussi  $FV$  sera infinie. D'où l'on voit que l'axe  $FC$  de la Courbe  $ARC$  en sera aussi une asymptote, & qu'il faudroit ici un tems infini  $AT$  ou  $FV(t)$  pour l'entière extinction des vitesses  $RV(u)$ , ainsi qu'on l'a déjà vû dans les Corol. 2. & 3.

## COROLLAIRE XIV.

De ce que la logarithmique  $BDC$  rend ses ordonnées  $DV(y+a)$  en progression geométrique tant que les tems  $AT(t)$ , ou les abscisses  $FV$  de son asymptote sont en progression arithmétique ; & de ce que la supposition (*Solut. 2.*) de  $\frac{a^2}{y} = u$  rend les  $y(DT)$  réciproques aux vitesses  $u(RV)$  correspondantes ; il suit manifestement que ces grandeurs réciproques  $y(DT)$  augmentées chacune de la constante  $a(AF$  ou  $TV)$ , c'est à dire, leurs sommes  $y+a$  sont toujours en progression geométrique tant que les tems  $AT$  ou  $FV(t)$  sont en progression arithmétique ; ainsi que M. Newton l'a démontré dans la Prop. 11. Sect. 3. Liv. 2. de ses Princ. Math. par le moyen de l'hyperbole, dont voici aussi l'usage tiré de ceci.

## COROLLAIRE XV.

Après avoir prolongé  $AB$  vers  $X$ , soit entre les asymptotes  $AC, AX$ , une hyperbole quelconque  $CPX$  rencontrée en  $L$  par  $DM$  parallèle à son asymptote  $AC$ , & qui rencontre en  $M$  son autre asymptote  $AX$  ; il est manifeste que l'on aura par tout  $MA = DT$  (Ainsi les  $DT$  étant (*Solut. 2.*) en raison réciproque des vitesses restantes  $RV(u)$ , les abscisses asymptotiques  $AM$  seront aussi en raison réciproque de ces vitesses, de même qu'elles le sont (par la nature de l'hyperbole) de leurs coordon-

Voyez la figure de la page suivante.



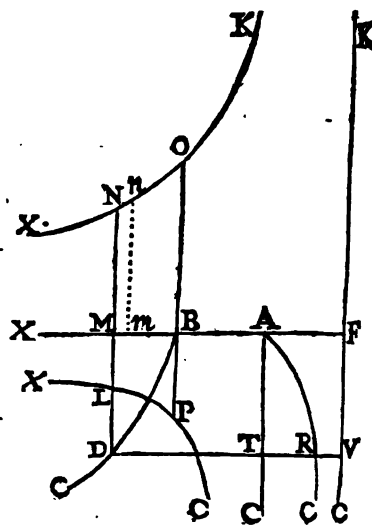
faire de  $BO = BF$  n'est pas absolument nécessaire, & que ce qu'elle vient de donner seroit encore vrai quel que fût le raport de  $BO$  à  $BF$ ; puisque les ordonnées  $MN$ ,  $mn$ , &c. ne changeroient pas pour cela de raison entr'elles, & que les aires hyperboliques  $MBON$  qui en résulteroient, seroient par tout à celles-ci dans la raison constante de la nouvelle  $BO$  à  $BF$ , & par conséquent entr'elles comme celles-ci qu'on vient de trouver être comme les tems  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ) correspondans. Donc ces nouvelles aires hyperboliques  $MBON$  seroient aussi entr'elles comme ces mêmes tems, quel que fût le raport de  $BO$  à  $BF$ .

Cela se peut encore trouver immédiatement si l'on considère que tant que les abscisses  $FM$  ( $VD$ ) sont en progression géométrique, toutes les petites aires hyperboliques  $MmnN$  élémentaires de l'espace fini  $MBON$ , sont égales entr'elles, de même que tous les élémens  $d\tau$  du tems  $t$  ( $FV$ ) correspondant, quel que soit le raport de  $BO$  à  $BF$ . Car le nombre de ces élémens étant égal de part & d'autre, la somme  $MBON$  des premiers doit être par tout en raison constante à la somme  $FV$  des derniers; & par conséquent toutes les aires hyperboliques  $MBON$  doivent être entr'elles comme les  $FV$  correspondantes, c'est à dire (*hyp.*) comme les tems correspondans, quelle que soit l'hyperbole équilatère  $KOX$ , ou le raport de ses coordonnées  $BO$ ,  $BF$ , entr'elles.

## COROLLAIRE XVII.

Delà suit encore ce qui a déjà été conclu de la logarithmique  $BDC$  dans le Corol. 14. sçavoir que lorsque les tems  $AT$  ou  $FV$  sont en progression arithmétique, les grandeurs  $y$  réciproques (*Solut. 2.*) aux vitesses restantes  $a$  à la fin de ces tems, augmentées chacune de la grandeur constante  $a$ , c'est à dire les sommes  $a + y$ , sont en progression géométrique. Car puisque (*Corol. 16.*) les aires  $MBON$  sont entr'elles comme les tems  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ) correspondans, il est manifeste que lorsque ces tems se-

ront en progression arithmétique, ces aires hyperboliques y seront aussi. Or on sçait qu'en ce cas les  $FM$  ( $a+y$ ) seroient en progression géométrique. Donc lorsque les tems  $t$  sont en progression arithmétique, les grandeurs correspondantes  $a+y$  doivent être ici en progression géométrique, ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corollaire 14.



On a vû dans les Corol. 15. & 16. que quelles que soient les deux hyperboles  $CPX$ ,  $KOX$ , elles serviront également chacune à ce qu'on démontre dans chacun de ces deux Corollaires: sçavoir la première (Cor. 15.) à mesurer les vitesses restantes; & la seconde non-seulement à mesurer (Cor. 16.) les tems à la fin desquels ces vitesses se trouvent, mais encore à démontrer (Cor. 17.) ce que la logarithmique  $BDC$  avoit déjà donné dans le Corol. 14. Voici présentement comment ces deux hyperboles serviront ensemble à mesurer encore les espaces parcourus de ces vitesses pendant ces tems.

## COROLLAIRE XVIII.

Puisque (Solut. 2.)  $-du = \frac{a^2 dy}{y^2}$ , &  $a+y = \frac{a^2+y^2}{y}$ , l'on aura ici  $\frac{-a^2 du}{a+y} = \frac{a^2 dy}{a^2+y^2}$ . Mais les Corol. 15. & 16. donnent  $ML = \frac{AB \times BP}{AM} = \frac{a}{y} \times BP$ ,  $MN = \frac{FB \times BO}{FM} = \frac{2a}{a+y} \times BO$ ,  $Mm = dy$ ; & par conséquent  $MN \times ML \times Mm = \frac{2a^3 dy}{a^2+y^2} \times BO \times BP$ , ou  $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{a^2 dy}{a^2+y^2}$ . Donc  $\frac{a}{2} \times \frac{MN \times ML \times Mm}{BO \times BP} = \frac{-a^2 du}{a+y}$  (Solut. 1.)  $= u dt$ , & par conséquent (à cause de  $\frac{a}{2}$ ,  $BO$ ,  $BP$ , constantes) les som.

mes  $\int MN \times ML \times Mm$  seront par tout ici en raison des correspondantes  $\int u dt$ , c'est à dire (Lem. 2.) en raison des espaces parcourus pendant les tems  $FV$  ou (Corol. 16.)  $MBON$ . Mais si l'on imagine le plan  $KFXXOK$  de l'hyperbole  $KOX$ , élevé perpendiculairement en  $FX$  sur le plan  $CFXXPC$  de l'autre hyperbole  $CPX$ , & un solide formé de tous les rectangles faits de chaque  $MN$  par sa correspondante  $ML$ , de la manière que le P. Gregoire de S. Vincent appelle *Ductus plani in planum*; il est manifeste par la génération de ce solide que les infiniment petits  $MN \times M'L \times Mm$  en seront les élémens, & qu'ainsi leur somme  $\int MN \times ML \times Mm$  en sera la valeur. Donc de tels solides compris entre le rectangle  $PB \times BO$ , & chacun des autres  $ML \times MN$  depuis  $B$  vers  $X$ , seront par tout ici entr'eux comme les espaces parcourus pendant les tems correspondans  $AT$  ou  $FV$  exprimés aussi (Cor. 16.) par les faces correspondantes  $MBON$  de ces solides, desquels le plus grand d'entre les possibles, ne peut jamais (nombr. 5. Cor. 5. & Corol. 6. & 8.) être que fini, quoiqu'il s'étende à l'infini depuis  $B$  vers  $X$ , & qu'il ait toutes ses quatre faces collaterales infinies.

**SCHOLIE.**

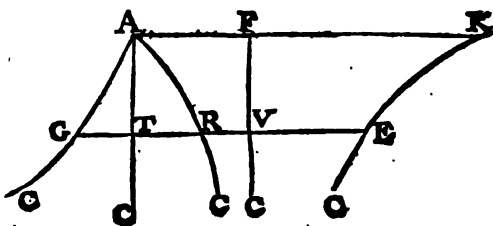
1°. Toutes choses  
 étant ici les mêmes  
 que dans la Solut. 1.  
 Il est à remarquer  
 que puisque (*hyp.*)

$$\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} = \lambda, \text{ ou}$$

$ax + uy = az$ , l'on

aura  $a(AF)$ ,  $u(RV) :: a + u(AF + RV)$ ,  $z(VE) =$   
 $= \frac{AF + RV}{AF} \times RV$ . D'où l'on voit que si l'on prend par

tout  $\sqrt{E}$  de cette valeur sur  $G\sqrt{V}$  prolongée vers  $E$ , la Courbe  $KEC$ , qui passera par tous les points  $E$  ainsi trouvés, sera celle dont les ordonnées  $\sqrt{E}(z)$  doivent être ici comme les résistances instantanées. ( $dr$ ) qu'on y suppose.





2°. Il suit encore de cette construction que  $RV$  en  $AF$ , rendant  $VE$  en  $FK$ , &  $\frac{AF+RV}{AF} \times RV = 2AF$ , doit aussi rendre  $FK = 2AF = 2a$ .

3°. De plus  $VE \left( \frac{AF+RV}{AF} \times RV \right)$  diminuant avec  $RV$ , & ne devenant zero qu'avec elle; c'est à dire (*Corol. 1.*) seulement à une distance infinie de  $AK$ , l'asymptote  $FC$  des Courbes  $ARC$ ,  $AGC$ , en doit aussi être une de  $KEC$ .

4°. Il est encore à remarquer que puisque (*hyp.*)  $ax + \frac{1}{2}uu = az$ , l'on aura  $uu + au + \frac{1}{4}aa = az + \frac{1}{4}aa$ , &  $u = -\frac{1}{2}a + \sqrt{az + \frac{1}{4}aa}$ ; ce qui donnant  $du = \frac{adz}{2\sqrt{az + \frac{1}{4}aa}} = \frac{adz}{\sqrt{4az + aa}}$ , donne aussi  $\frac{-dz}{2\sqrt{4az + aa}} = \frac{-du}{a+u}$  (*Solut. 1.*)  $= \frac{dt}{aa}$ , ou  $dt = \frac{-aadz}{2\sqrt{4az + aa}}$  pour l'équation de la Courbe  $KEC$ , laquelle équation se change en  $dt = \frac{adz}{\sqrt{4az + aa}}$  en prenant  $\frac{aa}{z} = z$ , & dont par conséquent l'intégrale dépend de la quadrature de l'hyperbole ou de la construction de la logarithmique.

5°. Si l'on considère que la précédente équation  $dt = \frac{-aadz}{2\sqrt{4az + aa}}$  de la Courbe  $KEC$ , donne  $zdt = \frac{-aadz}{\sqrt{4az + aa}} = \frac{a}{2} \times \frac{-2adz}{\sqrt{4az + aa}}$ , dont l'intégrale est  $\int zdt$  ( $FVEK$ )  $= -\frac{a\sqrt{4az + aa}}{2} + q$ ; & que (*nomb. 2.*)  $VE(z)$  en  $FK$  ( $2a$ ), réduit cette intégrale à  $0 = -\frac{a\sqrt{8aa + aa}}{2} + q = -\frac{3aa}{2} + q$ , qui donne  $q = \frac{3aa}{2}$ ; cette intégrale complète ou l'aire  $FVEK$  se trouvera être  $= \frac{3aa - a\sqrt{4az + aa}}{2}$ .

6°. Pour ce qui est de l'équation de la Courbe  $ARC$  par rapport à l'axe  $AC$ , il faut considérer aussi que puisque  $TR(r) = TV - RV(a-u)$ , l'on aura  $u = a-r$ , &  $du = -dr$ ; & ces valeurs de  $u$ ,  $du$ , substituées dans l'équation  $\frac{-du}{au + uu} = \frac{dt}{aa}$  trouvée ci-dessus (*Solut. 1.*) pour celle

de cette Courbe  $ARC$  par rapport à l'axe  $FC$ , donneront  

$$\frac{dr}{2aa + rr - 3ar} = \frac{dt}{aa}$$
 pour l'autre équation de cette même Courbe par rapport à son autre axe  $AC$ : la première de ces deux équations lui conviendra en qualité de Courbe des vitesses restantes; & la seconde, en qualité de Courbe des résistances totales.

*Les Corol. 3. & 13. font voir que l'inconvénient des vitesses qui ne s'éteindroient jamais dans les deux premiers Problèmes, se trouve pareillement dans celui-ci; ce qui pourroit faire aussi douter de la validité de l'hypothèse qu'on y vient de faire, quoique beaucoup plus vrai-semblable que celles de ces deux Problèmes-là, ainsi qu'on l'a observé dans la Remarque qui précède celui-ci. Voici donc encore quelques autres Problèmes, dans plusieurs desquels les vitesses s'éteindroient effectivement; outre que s'ils ne contiennent pas la véritable hypothèse des résistances, non-plus que les Corollaires du Probl. 3. où l'on a déjà vu les vitesses s'éteindre aussi, ils serviront du moins à faire voir l'usage qu'on doit faire de cette hypothèse quand on l'aura trouvée.*

### PROBLÈME V.

*Trouver la Courbe  $ARC$ , &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des résistances totales, ou des vitesses perduës & retranchées de primitivement uniformes.*

#### SOLUTION.

Soit  $n$  l'exposant de ces puissances. La présente hypothèse donnera  $\frac{TR^n}{AF^{n-1}} \left( \frac{r^n}{a^{n-1}} \right) = VE(x)$ ; & cette va-

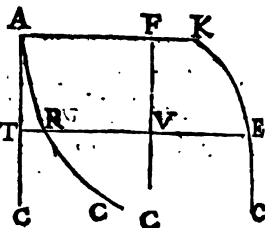
*Voyez la figure de la page suivante.*

leur de  $x$  substituée dans l'équation  $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$  de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. la changera ici en  $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$ , ou en  $\frac{dt}{a^n} = r^n dr$ , dont l'intégrale complète est  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ , le cas de  $t(AT) = 0$ , rendant

pareillement ici  $r(TR) = 0$ . Ainsi  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$  sera l'équation de la Courbe cherchée  $ARC$  par rapport à l'axe  $AC$ , laquelle donnera tout le reste.

## COROLLAIRE I.

Si  $n > 1$ , cette hypothèse rendant  $1-n$  négative, tous les tems ( $t$ ) ou les résistances totales ( $r$ ) le feroient aussi; ce qui est impossible, ou contre l'hypothèse, outre que le cas de  $t(AT) = 0$ , rendroit  $r(TR)$  infinie, & réciproquement; ce qui est aussi contre l'hypothèse.



## COROLLAIRE II.

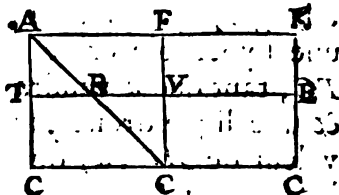
Si  $n = 1$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées étoient en raison des résistances totales, cette hypothèse changeant l'équation précédente  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$  en  $\frac{t}{a} = \frac{r^0}{0} = \frac{1}{0}$ , les tems  $AT(r)$  feroient ici tous infinis; ce qui est encore impossible & contre l'hypothèse.

Il est vrai que si au lieu de cette équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ , on se sert de sa différentielle  $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$ , cette différentielle se réduisant ici à  $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$ , la Courbe  $ARC$  s'y trouveroit être une logarithmique dans laquelle les tems  $AT(t)$  semblent augmenter avec les résistances totales  $TR(r)$ ; mais comme la ligne droite  $ATC$  en feroit l'asymptote, au point  $A$  de laquelle cette logarithmique commenceroit, la nature de cette Courbe exigeant ce point de concours à une distance infinie de quelque ordonnée finie  $TR$  que ce soit, elle donneroit encore ici tous les tems  $AT(t)$  infinis, ou les résistances totales  $TR(r)$  nulles; ce qui est encore également contre l'hypothèse.

## COROLLAIRE III.

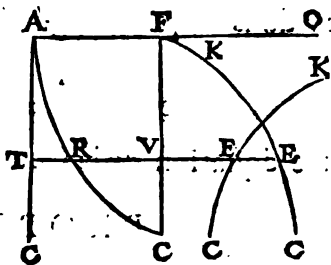
Si  $n=0$ , ainsi qu'il arriveroit si les résistances instantanées ( $dr$ ) étoient constantes & par tout les mêmes, comme dans le Corol. 1. du Prob. 3. Cette hypothèse réduisant la précédente équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$  à

$t=r$ , c'est à dire à  $AT=TR$ , la Courbe  $ARC$  dégénéreroit ici en une ligne droite inclinée de 45. degrés sur les parallèles  $AC$ ,  $FC$ ; ce qui rendroit aussi  $FC=AF$ . D'où suit encore tout ce qu'on a conclu de cette hypothèse dans le Corol. 1. du Problème 3.



## COROLLAIRE IV.

Si  $n < 1$ , ou  $n = -$  quelque nombre que ce soit; c'est à dire si  $n$  vaut un nombre quelconque positif moindre que l'unité, ou un négatif absolument quelconque; la Courbe  $ARC$  exprimée par l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$ , sera tou-



jours une parabole d'un exposant  $= 1-n$ , & d'un parametre  $= \frac{a^n}{1-n}$ , laquelle viendra toujours rencontrer  $FC$  en un point  $C$  qui donnera toujours  $FC$ .  $AF :: 1 : 1-n$  ou  $FC = \frac{AF}{1-n}$ ; puisque ce point de rencontre rendant  $TR$  ( $r$ )  $= TV = AF$  ( $a$ ), l'équation précédente s'y réduira à  $\frac{t}{a^n} = \frac{a^{1-n}}{1-n}$ , d'où résulte  $t$  (alors  $FC$ )  $= \frac{a^n}{1-n} = \frac{AF}{1-n}$ .

## SCHOLIE.

1°. Suivant l'équation donnée  $x = \frac{r^n}{a^{n-1}}$ , l'on aura

Iii ij

$r = z^{\frac{1}{n}} a^{\frac{n-1}{n}}$ , &  $r^{1-n} = z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-nn-1}{n}}$ . Ainsi la Solution, suivant l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$  qu'on y a trouvée, don-

nera  $t = \frac{z^{\frac{1-n}{n}} a^{\frac{2n-1}{n}}}{1-n}$  pour l'équation générale de la Courbe

KEC; laquelle sera toujours une parabole (y compris le triangle) ayant son sommet en F, tant qu'elle aura  $n < 1$ ; une hyperbole entre les asymptotes orthogonales FO, FC, tant que  $n$  vaudra un nombre négatif quelconque; & une ligne droite parallèle à FC, distante d'elle de la valeur de AF ( $a$ ) du côté de O, si  $n = 0$ . On voit par les Corol. 1. & 2. que ce sont-là toutes les valeurs possibles de  $n$  dans ce Problème-ci.

2°. Puisque  $RV(u) = TV - TR(a-r)$ , & conséquemment aussi  $r = a - u$ ; si l'on substitue cette valeur de  $r$  dans l'équation générale  $\frac{t}{a^n} = \frac{r^{1-n}}{1-n}$  de la Solution,

elle se changera en  $\frac{t}{a^n} = \frac{(a-u)^{1-n}}{1-n}$ , qui sera encore une autre équation de la Courbe ARC par rapport à l'axe FC.

## PROBLÈME VI.

*Trouver en général la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des tems écoulés depuis le commencement du mouvement jusqu'à telle vitesse qu'on voudra, restant d'une primitivement uniforme quelconque.*

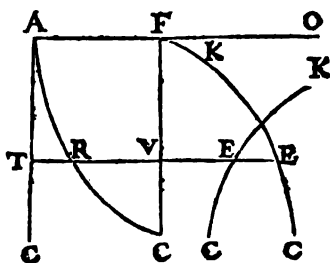
### SOLUTION.

Soit  $n$  l'exposant de ces puissances. La présente hypothèse donnera  $\frac{AT^n}{AF^{n-1}} \left( \frac{t^n}{a^{n+1}} \right) = VE(z)$ ; & cette valeur de  $z$  substituée dans l'équation  $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$  de la Solution de la Prop. gén. & de son Cor. 7. la changera ici en  $\frac{dr}{t^n} = \frac{dt}{a^n}$ ,

ou en  $dr = \frac{t^n dt}{a^n}$ , dont l'intégrale  $\frac{t^{n+1}}{n+1 \times a^n} = r$ , ou  $t^{n+1} = n+1 \times a^n r = n+1 \times a^n \times a - u$ , sera l'équation de la Courbe cherchée  $ARC$ . D'où l'on voit,

## COROLLAIRE I.

Que tant que  $n$  fera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe  $ARC$  sera une parabole, touchée en son sommet  $A$  par la droite  $ATC$  dans le premier cas, & par la droite  $AF$  dans le second, ayant ses appliquées  $TR$  ( $r = a - u$ ) en raison des puissances  $n+1$  des abscisses correspondantes  $AT$  ( $t$ ) de son axe  $ATC$ , dont le parametre sera  $= \frac{n+1}{n+1} \times a^n$ .



## COROLLAIRE II.

Cette parabole ayant  $RV(u) = 0$  dans le point  $C$  où elle rencontrera la droite  $FC$ , son équation se changera là en  $t^{n+1} = n+1 \times a^{n+1}$ ; ce qui donne  $t = \sqrt[n+1]{n+1} \times a$ .

D'où l'on voit qu'en prenant  $FC(t) = \frac{n+1}{n+1} \times a = \frac{n+1}{n+1} \times AF$ , le point  $C$  sera ce point de rencontre où se fera l'entière extinction des vitesses restantes  $RV(u)$ , lesquelles suivant l'équation donnée dans ce Problème-ci, seront par tout comme les fractions  $\frac{n+1 \times a^{n+1} - t^{n+1}}{n+1 \times a^n}$  correspondantes; & les vitesses per-

duës, comme les fractions  $\frac{t^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , ou comme les grandeurs  $t^{n+1} (RV^{n+1})$  pareillement correspondantes.

## COROLLAIRE III.

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , seront ici comme les aires paraboliques  $ARVF$ , lesquelles sont aisées à trouver.

## COROLLAIRE IV.

Si  $n=0$ , cette parabole générale  $ARC$  dégénérera en une ligne droite inclinée de 45 degrés sur les parallèles  $AC, FC$ , la précédente équation générale se réduisant ici à  $t=a^0r=r$ , c'est à dire à  $AT=TR$ . De sorte que les décroissemens de vitesse seront ici tous égaux dans des instans égaux; & (Corol. 3. Prop. génér.) l'espace parcouru jusqu'à leur entière extinction, moitié de ce que le mobile en auroit parcouru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la première de celles-là.

## COROLLAIRE V.

Si  $n=-1$ , l'équation générale de ce Problème-ci se réduiroit ici à  $r=0 \times a^{-n}$ , c'est à dire, à  $1=0$ ; ce qui est contradictoire & rend cette hypothèse impossible. On ne réussiroit pas mieux par la différentielle  $\frac{dr}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$ , ou  $-\frac{dn}{r^n} = \frac{dt}{a^n}$ , de cette équation générale, laquelle se réduisant ici à la logarithmique  $-\frac{dn}{a} = \frac{dt}{r}$ , jetteroit dans un inconvenient approchant de celui de la logarithmique du Corol. 2. du Probl. 5.

## COROLLAIRE VI.

Et si l'on supposoit  $n$  négative plus grande que l'unité, le premier membre  $r^{n+1}$  de l'équation générale  $r^{n+1} = n+1 \times a^n r = n+1 \times a^n a^{-n}$ , se trouvant alors négatif, cette hypothèse se trouveroit encore impossible; puisqu'il faudroit pour cela ou qu'une puissance d'un degré pair fût négative, ou que les tems ( $t$ ) ou les résistances totales ( $r$ ) le fussent; ce qui est également impossible.

## COROLLAIRE VII.

Donc (Cor. 1. 4. 5. & 6.) la Courbe  $ARC$  de ce Pro-

blème-ci, doit toujours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou du moins une ligne droite qui divise l'angle  $FAC$  en deux parties égales.

## COROLLAIRE VIII.

Cette impossibilité (*Cor. 5. & 6.*) de  $n$  négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe  $KEC$  exprimée par l'équation supposée  $z = \frac{t^n}{a^{n-1}}$ , ne peut jamais être ici qu'une parabole (j'y comprends aussi le triangle) de quelque degré que ce soit moindre d'une unité que celui de la précédente  $ARC$ ; ou une hyperbole entre les asymptotes orthogonales  $FC$ ,  $FO$ , laquelle ait les appliquées  $VE(z)$  d'un plus haut degré quelconque que ses abscisses  $FV(t)$ ; ou enfin une ligne droite parallèle à  $FVC$ , & distante d'elle du côté de  $O$  de la valeur de  $AF(a)$ : une parabole, lorsque  $n$  est d'une valeur positive quelconque; une hyperbole, lorsque  $n$  est négative moindre que l'unité; & une ligne droite parallèle à  $FVC$ , lorsque  $n=0$ .

## PROBLÈME VII.

*Trouver en général la Courbe  $ARC$ , &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des puissances quelconques des tems à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

## SOLUTION.

Soit  $c$  le tems complet & total du mouvement entier depuis le commencement jusqu'à l'entière extinction des vitesses. L'on aura  $c-t$  pour ce qui reste de tems à écouler jusque-là depuis telle vitesse restante  $RV(n)$  qu'on voudra; puisqu'on prend par tout ici  $AT$  ou  $FV(t)$  pour le tems écoulé depuis le commencement du mouvement jusqu'à elle. Donc en prenant  $n$  pour l'exposant général des puissances des tems  $VC(c-t)$  à écouler, la présente

*Voyez la  
Figure sui-  
vante.*

hypothèse donnera  $z = \frac{c-t}{a^{n-1}}$ ; & cette valeur de  $z$  sub-



stituée en sa place dans l'équation  $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$  de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. la changera pour ici en  $\frac{dr}{c-t} = \frac{dt}{a^n}$ , ou en  $dr = \frac{c-t^n \times dt}{a^n}$ ; ce qui (en prenant  $x = c-t$ , & conséquemment  $-dx = dt$ ) donnera  $dr = \frac{-x^n dx}{a^n}$ . Donc (en intégrant)  $r = \frac{-x^{n+1}}{n+1 \times a^n} + q$   
 $= \frac{-c-t^{n+1}}{n+1 \times a^n} + q$ . Mais le cas de  $r (TR) = 0$ , qui rend aussi  $t (AT) = 0$ , réduisant cette intégrale à  $0 = \frac{-c^{n+1}}{n+1 \times a^n} + q$ , donne  $q = \frac{c^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ . Donc  $r(a-t)$   
 $= \frac{c^{n+1} - c-t^{n+1}}{n+1 \times a^n}$  sera l'équation complète cherchée de la Courbe ARC.

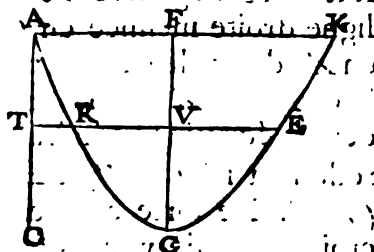
D'où l'on voit que l'extinction des vitesses, rendant  $u = 0$ , ou  $r = a$ , &  $t = c$ , la précédente équation se trouve alors  $a = \frac{c^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , ou  $n+1 \times a^{n+1} = c^{n+1}$ .  
 Donc aussi  $r = \frac{n+1 \times a^{n+1} - c-t^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , ou  $n+1 \times a^n r = n+1 \times a^{n+1} - c-t^{n+1}$ , ou bien aussi (à cause de  $r = a-u$ )  $n+1 \times a^{n+1} - n+1 \times a^n u = n+1 \times a^{n+1} - c-t^{n+1}$ : d'où résulte pareillement  $n+1 \times a^n u = c-t^{n+1}$  pour l'équation de la Courbe ARC.

La même chose se seroit encore trouvée en se servant de l'autre équation  $\frac{du}{u} = \frac{dt}{a}$  du Corol. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la première  $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$ : car alors on auroit eu  $du = \frac{x^n dx}{a^n}$ , qui auroit donné

$y = \frac{x^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , ou bien encore  $n+1 \times a^n y = x^{n+1}$   
 $= c - t^{n+1}$  pour l'équation de la même Courbe *ARC*.  
 D'où il suit,

**COROLLAIRE I.**

Que tant que  $n$  sera un nombre positif quelconque, ou un négatif moindre que l'unité, cette Courbe *ARC* sera une parabole d'un exposant  $= n+1$ , laquelle aura son sommet en *C* sur l'axe *FC*, à une distance



$EC (c) = \frac{1}{n+1 \times a^{n+1}} \times a$ , puisqu'on vient de trouver en ce point *C*,  $n+1 \times a^{n+1} = c^{n+1}$ , qui donne  $c (FC) = \frac{1}{n+1 \times a^{n+1}} \times a$ , ainsi que dans le Corol. 2. du Prob. 6. On voit aussi que cette parabole *ARC* aura son paramètre  $= n+1 \times a^n$  en *C*, de même que dans ce Corol. 1. du Prob. 6. elle l'a en *A*, qui là en est le sommet.

**COROLLAIRE II.**

On voit de plus que l'extinction des vitesses  $RV (u)$  se fera au sommet *C* de cette parabole, & qu'elles seront par tout entr'elles comme les grandeurs  $\frac{c-t^{n+1}}{(VC)^{n+1}}$  correspondantes.

**COROLLAIRE III.**

Donc les résistances totales  $TR (a-u)$ , ou les vitesses perduës, seront aussi par tout ici comme les fractions  $\frac{c^{n+1} - c - t^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , ou comme les grandeurs  $c^{n+1} - c - t^{n+1}$  pareillement correspondantes.

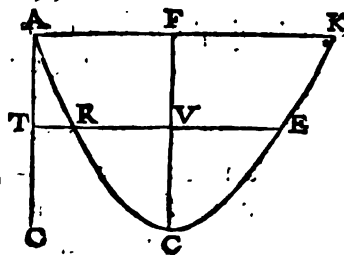
**COROLLAIRE IV.**

Suivant le Corol. 3. de la Prop. génér. les espaces par-

442 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 courus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , seront ici comme  
 les aires paraboliques  $ARVF$ , lesquelles sont aisées à  
 trouver.

#### COROLLAIRE V.

Si  $n=0$ , la parabole générale  $ARC$  dégénérera en une  
 ligne droite inclinée en  $C$  &  
 en  $A$ , de 45. deg. sur les paral-  
 leles  $FVC$ ,  $ATC$ , la préce-  
 dente équation générale se  
 réduisant ici  $u(RV) = \overline{c-t}$   
 ( $VC$ ). De sorte que les de-



croissemens de vitesses seront  
 ici tous égaux dans des instans égaux ; & ( *Corol. 4. Prop.  
 génér.* ) l'espace parcouru jusqu'à l'entière extinction de  
 ces vitesses, moitié de ce que le mobile en auroit parcou-  
 ru en même tems d'une vitesse uniforme égale à la pre-  
 mière de celles-là, ainsi que dans le Corol. 4. du Prob. 6.

#### COROLLAIRE VI.

Si  $n=-1$ , l'équation générale du présent Prob. 7. se  
 réduira à  $a \times \frac{n}{a} = \overline{c-t}$ , c'est à dire, à  $0=a$  ; ce qui est  
 contradictoire, & rend cette hypothèse impossible de mê-  
 me que dans le Corol. 5. du Prob. 6. Sa différentielle ne  
 seroit pas mieux.

#### COROLLAIRE VII.

Et si  $n$  étoit négative plus grande que l'unité, l'équa-  
 tion générale  $\frac{n}{1-n} a^n u = \overline{c-t}$  de la Solution, rédui-  
 sant ici à  $\frac{1}{1-n} a^{-n} u = \overline{c-t}$ , c'est à dire, à  $u \times \overline{c-t}^{-1}$   
 $= \frac{a^n}{1-n}$ , dont  $n$  plus grande (*hyp.*) que l'unité, exprime  
 presentement un nombre positif par le changement de  
 signes qu'on y vient de faire ; cette hypothèse seroit en-  
 core impossible ; puisqu'en ce cas les vitesses  $RV(u)$ , bien

loin de diminuer par les résistances supposées jusqu'à devenir nulles en  $C$ , augmenteroient au contraire avec les tems  $FV(t)$  jusqu'à devenir infinies en ce point  $C$ , cette équation étant à une hyperbole dont le centre seroit  $C$ , &  $FC$  une des asymptotes orthogonales.

## COROLLAIRE VIII.

Donc (Cor. 1. 5. 6. & 7.) la Courbe  $ARC$  de ce Problème-ci, doit toujours être une parabole de quelque degré que ce soit, ou une ligne droite qui divise l'angle  $FAC$  en deux parties égales, ainsi que dans le Corol. 7. du Prob. 6.

## COROLLAIRE IX.

Cette impossibilité (Cor. 6. & 7.) de  $n$  négative égale ou plus grande que l'unité, fait voir que la Courbe  $KEC$ , exprimée par l'équation supposée  $x = \frac{c - z}{a - z}$ , ne peut jamais être ici qu'une parabole de quelque degré que ce soit, moindre d'une unité que celui de la précédente  $ARC$ , ayant le même sommet qu'elle, ou une hyperbole dont ce sommet  $C$  soit le centre, &  $FC$  une des asymptotes orthogonales; ou enfin une ligne droite parallèle à  $FVC$ , & distante d'elle du côté de  $K$  de la valeur de  $AF(a)$ : une parabole lorsque  $n$  est d'une valeur positive quelconque, une hyperbole lorsque  $n$  est négative moindre que l'unité, & enfin une ligne droite parallèle à  $FVC$ , lorsque  $n = 1$ . Tout cela s'accorde encore avec le Cor. 8. du Prob. 6.

3 Cet accord joint à ce qu'on en a déjà vu dans les Corol. 1. 5. 6. 7. & 8. de ce Probl. 7. entre lui & le Probl. 6. fait voir que ces deux Problèmes, quoique d'hypothèses tout à fait différentes, conviennent tellement entr'eux que les mêmes valeurs de  $n$  les rendent également possibles ou impossibles.



la développée  $PT$ , & fasse ainsi  $AT = AP$ . Soit de plus  $TV$  parallèle à  $AF$ , & qui soit rencontrée en  $R$  par  $BP$  prolongée de ce côté-là.

Je dis que le point  $R$  ainsi trouvé, sera un de ceux de la Courbe cherchée  $ARC$ , & que la développée  $SC$  décrite par le dernier point  $S$  du quart de cercle  $APS$  développé jusqu'en  $ATC$  de la manière qu'on vient de supposer que son arc  $AP$  l'est en  $AT$ , donne un point  $C$  tel sur  $AC$ , que si l'on fait  $CC$  parallèle à  $AF$ , & qui rencontre aussi  $FC$  en  $C$ , ce dernier point  $C$  sera celui où la Courbe  $ARC$  rencontrera  $FC$ , & où se fera l'entière extinction des vitesses  $RV$  (4).

La démonstration en est aisée : Car si après avoir fait le rayon  $FP$ , on prend  $Pp$  pour un des élémens du quart de cercle  $APS$ , & qu'on fasse  $pQ$  parallèle à  $AF$ , & qui rencontre  $BP$  en  $Q$ , les triangles semblables  $FBP$ , &  $PQp$ , donneront  $BP (\sqrt{2ar - rr}) : FP (a) :: Qp (dr)$ .  $Pp = \frac{adr}{\sqrt{2ar - rr}}$ . Donc (en intégrant)  $\int \frac{adr}{\sqrt{2ar - rr}} = AP = AT$ . Dont (en différenciant) l'on aura aussi  $\frac{adr}{\sqrt{2ar - rr}} = dt$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$  décrite comme l'on vient de faire. Donc enfin cette équation étant celle-là même qui vient de résulter des conditions du Problème, la Courbe  $ARC$  ainsi décrite, doit être aussi la Courbe requise, laquelle on voit être celle des sinus  $PD$  ou  $RV$ .

## AUTRE SOLUTION.

La même Courbe  $ARC$  se trouvera encore en se servant de l'autre équation  $\frac{-du}{x} = \frac{dt}{a}$  du Cor. 7. de la Prop. génér. comme l'on vient de faire de la première  $\frac{dr}{x} = \frac{dt}{a}$ . Car la supposition qu'on fait ici de  $x = \int \frac{u dt}{a}$ , changeant cette autre équation en  $\frac{-du}{\int \frac{u dt}{a}} = \frac{dt}{a}$ , l'on aura ici  $-du = \frac{dt \times \int u dt}{aa}$ , ce qui (en différenciant, & en faisant

toujours  $dt$  constante) donnera  $-ddz = \frac{ndt^2}{aa}$ , ou  
 $-duddu = \frac{ndndt^2}{aa}$ , dont l'intégrale est  $du^2 = -\frac{nn dt^2}{aa} + q$ .  
 Mais le cas de  $RV(z)$  en  $AF(a)$ , ou de  $z=a$ , ren-  
 dant l'aire  $ARVF(\int u dt) = 0$ , & conséquemment aussi  
 $-du = 0$ , ou nulle par rapport à  $dt$ , comme  $\int u dt$  le se-  
 roit alors par rapport à  $aa$  dans l'équation  $\frac{-du}{\int u dt} = \frac{dt}{aa}$ : la  
 précédente intégrale se changera ici en  $0 = -dt^2 + q$ ;  
 ce qui donne  $q = dt^2$ . Donc cette intégrale complète  
 sera  $du^2 = -\frac{nn dt^2}{aa} + dt^2 = \frac{aa - nn}{aa} \times dt^2$ , ou  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa - nn}}$ ,  
 laquelle sera aussi l'équation de la Courbe  $ARC$ , & qui  
 se trouvera encore être ici la même Courbe des sinus  $PD$   
 ou  $RV$ , que dans la première Solution.

En effet la ressemblance des triangles  $FBP$ ,  $PQp$ ,  
 donnant encore  $BP(Vaa - nu)$ .  $FP(a) :: Qp(-du)$ .  
 $Pp = \frac{-adu}{\sqrt{aa - nu}}$ ; l'on aura encore ici  $Pp = dt$ , ou  $AP =$   
 $= t = AT = FV$ . Donc en prenant  $VR = DP$ , le point  
 $R$  sera encore un de ceux de la Courbe cherchée  $ARC$ ,  
 laquelle se trouvera encore ici être la même Courbe des  
 sinus  $PD$  ou  $RV$ , que dans la première Solution, & ren-  
 contrera encore son axe  $FC$  en un point  $C$  tel que  $FC$   
 sera encore égale au quart de cercle  $APS$ .

#### REMARQUE.

L'accord ou la conformité de ces deux Solutions se  
 verra encore tout d'un coup en substituant seulement une  
 des deux grandeurs (*hyp.*) égales  $a - z$ ,  $r$ , ou  $a - r$ ,  $z$ ,  
 à la place de l'autre dans celle des deux équations précé-  
 dentes qui la contient. Par exemple,

1°. Si l'on substitue  $a - z$  à la place de  $r$ , &  $-dz$  à la  
 place de  $dr$ , dans l'équation  $dt = \frac{adr}{\sqrt{aar - rr}}$  de la pre-  
 mière Solution, cette équation se changera en  $dt =$   
 $= \frac{-adu}{\sqrt{aa - aa - aa + aa - nu}} = \frac{-adu}{\sqrt{aa - nu}}$ , qui est celle de la se-  
 conde Solution.

tion  $dt = \frac{-dr}{\sqrt{a^2 - u^2}}$ , elle se changera de même en  $dt = \frac{adr}{\sqrt{a^2 - u^2 + 2ar - r^2}}$ , qui sera celle de la pre-

1

.

1

$$= \frac{-adu}{\sqrt{aa-uu}} \text{ trouvée dans la Solut. 1. donne } ARVF \text{ (surt)}$$



$= \frac{\int -u du}{\sqrt{aa - uu}} = a \sqrt{aa - uu}$ . Donc les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$ , doivent être ici entr'eux comme les grandeurs  $BP$  ( $\sqrt{aa - uu}$ ) correspondantes, c'est à dire, comme les sinus des arcs  $AP$  qui expriment ces tems  $AT$  ( $t$ ); & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entière extinction des vitesses  $RV$  ( $u$ )::  $ARVF$ .  $ARCF$ ::  $\sqrt{aa - uu}$ .  $a$ ::  $BP$ .  $PF$ . c'est à dire, comme les sinus des arcs  $AP$  qui expriment les tems écoulés ( $t$ ), sont au sinus total.

## COROLLAIRE IV.

Les espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses, seront donc aussi comme les grandeurs  $a - \sqrt{aa - uu}$  correspondantes, c'est à dire, comme les différences du sinus total aux sinus droits des arcs  $AP$  qui expriment les tems écoulés ( $t$ ), ou comme les sinus versés  $DS$  des arcs  $PS$  qui expriment les tems qui restent à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses.

## COROLLAIRE V.

De ce que (Corol. 3.)  $\int u dt = a \sqrt{aa - uu}$ , l'on aura  $\frac{-du}{\int u dt} = \frac{-du}{a \sqrt{aa - uu}} = \frac{-adu}{aa \sqrt{aa - uu}}$  (à cause de l'équation  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa - uu}}$  trouvée dans la Solut. 2.)  $= \frac{dt}{aa}$ , c'est à dire  $\frac{-du}{\int u dt} = \frac{dt}{aa}$ , qui est l'équation elle-même, donnée pour condition de ce Problème-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe  $ARC$  des sinus  $DP$ , trouvée dans les Solut. 1. & 2. a effectivement la propriété qu'on y souhaitoit, qui étoit d'avoir par tout  $-du$ , ou les résistances instantanées  $dr$  ( $Qp$ ) en raison des aires  $\int u dt$  ( $ARVF$ ) correspondantes, ou (Cor. 3. Prop. génér.) en raison des espaces parcourus pendant les tems  $AF$  ou  $AT$  ( $t$ ) correspondans.

## SCHOLIE.

Suivant l'équation donnée  $x = \int \frac{u dt}{a}$ , l'on aura  $adt = adx$ ,  
ou

ou  $u = \frac{adx}{dt}$ ; & (en faisant toujours  $dt$  constantes) l'on aura aussi  $du = \frac{addx}{dt}$  positive, les constantes  $a$  &  $dt$  faisant voir que  $u$  &  $dx$  croissent & décroissent ici ensemble. Donc en substituant ces valeurs de  $u$ ,  $du$ , dans l'équation  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{aa - uu}}$  trouvée dans la Solut. 2. l'on aura pareillement  $dt = \frac{-addx}{dt\sqrt{aa - \frac{addx^2}{dt^2}}} = \frac{-addx}{\sqrt{dt^2 - dx^2}}$ , ou  $dt dx = \frac{-addx dx}{\sqrt{dt^2 - dx^2}}$ , dont l'intégrale est  $xdx = a\sqrt{dt^2 - dx^2} + q$ .

Mais le cas de  $x \left( \int \frac{u dt}{a} \right) = 0$ , rendant  $u = a$ , rend

aussi  $dx = dt$ ; ce qui réduit alors l'intégrale précédente à  $0 = 0 + q$ .

Donc elle sera ici  $xdx = a\sqrt{dt^2 - dx^2}$ , ou  $xx dx^2 = aadt^2 - aaddx^2$ ; ce qui

donne  $aaddx^2 = aadt^2 -$

$xx dx^2$ , ou  $dt = \frac{adx}{\sqrt{aa - xx}}$ ,

pour l'équation de la

Courbe  $KEC$ . D'où

l'on voit que cette

Courbe en est encore une des sinus  $LM$  ou  $VE$  du quart

de cercle  $CMX$  décrit du centre  $C$  du milieu, & du rayon

$CX = FS = a$ ; & précisément la même que la précédente

$ARC$ , ayant seulement des positions différentes, & leurs

origines  $C$ ,  $K$ , à des extrémités différentes de leur axe

commun  $FC = APS = XMC$ .

Pour le voir, soit pris l'arc  $XM = FV = AT = t$ ,

dont  $ML$  soit le sinus, &  $Mm (dt)$  un de ses élémens.

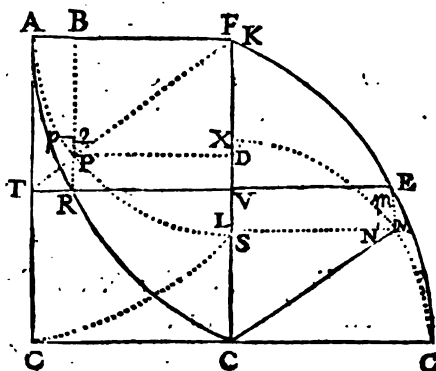
Cela fait, je dis que si l'on tire  $ME$  parallèle à  $CF$ , &

qui rencontre  $TV$  prolongée en  $E$ ; ce point  $E$  sera un de

ceux de la Courbe cherchée  $KEC$ .

Car appelant encore  $a$ , le rayon  $CM$ ; &  $VE$  ou

$LM$ ,  $z$ ; la ressemblance des triangles  $CLM$ ,  $MNm$ ,



donnera  $CL (\sqrt{aa-zz})$ .  $CM (a) :: MN \{dz\}$ .  $Mm (dt)$ . D'où résulte  $dt = \frac{adz}{\sqrt{aa-zz}}$  pour l'équation de la Courbe  $KEC$  qui passera par les points  $E$  qu'on vient de trouver. Donc cette équation étant celle qu'il falloit construire, cette Courbe  $KEC$  sera aussi celle qu'il falloit trouver. Par conséquent celle-ci sera encore une Courbe de sinus  $ZM$ , & précisément la même que la précédente  $ARC$ , n'y ayant de différence qu'en ce que ces deux Courbes ont des positions différentes, & leurs origines  $C, K$ , à des extrémités différentes de leur axe commun  $FC$ . Ce qu'il falloit encore trouver.

### PROBLÈME IX.

*Trouver la Courbe  $ARC$ , &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses restantes de primitivement uniformes.*

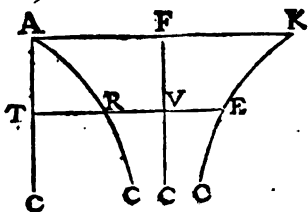
#### SOLUTION.

Soit  $e$  l'espace entier & constant à parcourir depuis le commencement du mouvement jusqu'à l'entière extinction des vitesses : l'on aura  $e - \int \frac{u dt}{a}$  pour ce qu'il en reste à parcourir après quelque tems écoulé ( $t$ ) que ce soit jusqu'à cette entière extinction des vitesses. Donc suivant la présente hypothèse, l'on aura ici  $z = e - \int \frac{u dt}{a}$ ; ce qui changera ici l'équation  $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$  de la Solut. de la Prop. génér. & de son Corol. 7. en  $\frac{dr}{ae - \int u dt} = \frac{dt}{aa}$ , ou en  $dr = \frac{ae - \int u dt \cdot u dt}{aa}$ ; & (en différentiant)  $d dr = -\frac{u dr dt^2}{aa}$  à cause de  $a, e, dt$ , constantes. Donc  $dr d dr = -\frac{u dr dt^2}{aa}$  (à cause de  $a - r = u$ )  $= \frac{r dr - a dr}{aa} \times dt^2$ ; & (en intégrant)  $\frac{1}{2} dr^2 = \frac{r r - a r}{aa} \times dt^2 + q$ . Mais le cas de  $r = a$  lorsqu'il

ne reste plus du tout de vitesse, rendant  $\int \frac{u dt}{a} = e$ , ou  $ae - \int u dt = 0$ , & l'hypothèse de  $\frac{dr}{ae - \int u dt} = \frac{dt}{aa}$  donnant aussi pour lors  $dr = 0$ ; l'intégrale précédente se réduit pour lors à  $0 = \frac{\frac{1}{2}aa - ar}{aa} \times dt^2 + q = -\frac{1}{2}dt^2 + q$ ; c'est à dire, à  $q = \frac{1}{2}dt^2$ . Donc cette intégrale complète sera ici  $\frac{1}{2}dt^2 = \frac{\frac{1}{2}rr - ar}{aa} \times dt^2 + \frac{1}{2}dt^2$ , ou  $aadr = rr - 2ar + aa \times dt^2$ : D'où résulte  $a dr = a - r \times dt$ , ou (à cause de  $a - r = u$ , & de  $dr = -du$ )  $-adu = u dt$ , ou bien aussi  $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$  pour l'équation de la Courbe cherchée *ARC*. Ce qui fait voir que cette Courbe doit être ici la même logarithmique que dans le Probl. 1. & que tout le reste y doit être aussi comme dans ce Problème.

## AUTRE SOLUTION.

Si l'on veut se servir de l'autre équation  $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$  du Coroll. 7. de la Prop. génér. la présente hypothèse la changera pareillement en  $\frac{-du}{ae - \int u dt} = \frac{dt}{aa}$ , ou en  $-du = \frac{ae - \int u dt}{aa} \times dt$ ; & (en différen-



tiant) l'on aura  $-ddu = -\frac{u dt^2}{aa}$ , à cause que  $a, e, dt$ , sont (*hyp.*) constantes. Donc  $duddu = \frac{u du dt^2}{aa}$ ; & (en intégrant)  $du^2 = \frac{u u dt^2}{aa} + q$ . Mais le cas de  $u = 0$  à la fin de tout le mouvement, rendant  $e = \int \frac{u dt}{a}$ , ou  $ae - \int u dt = 0$ , la présente hypothèse de  $\frac{-du}{ae - \int u dt} = \frac{dt}{aa}$  donne aussi pour lors  $-du = 0$ ; ce qui réduit alors la précédente intégrale à  $0 = 0 + q$ . Donc cette intégrale complète sera encore seulement ici  $du^2 = \frac{u u dt^2}{aa}$ , ou  $-du = \frac{u dt}{a}$ , c'est

à dire, la même  $\frac{du}{u} = \frac{dt}{a}$  que dans la première Solution, & que dans le Probl. I. dont les Corollaires convenant à celui-ci, on ne s'arrêtera point à en rien détailler.

## SCHOLIE.

Pour faire voir que la Courbe *KEC* est pareillement ici la même que dans ce Probl. I. il faut considérer que le Corol. 2. de ce Problème, donnant ici  $\int u dt = aa - au$ ; & par conséquent l'espace entier  $e = a$ , cet espace entier ( $e$ ) ayant  $u = 0$ , l'équation donnée  $x = e - \int \frac{u dt}{a} = \frac{aa - \int u dt}{a}$ , se réduira ici à  $x = \frac{aa - aa + au}{a} = u$ . Donc la Courbe *KEC* exprimée par cette équation, sera encore ici la même logarithmique que dans le Scholie de ce Probl. I.

*On voit delà, du Probl. I. & de son Corol. II. qu'en fait de mouvemens primitivement uniformes, ces trois hypothèses : Les résistances instantanées en raison des vitesses restantes; ces résistances en raison des accroissemens instantanés correspondans des espaces parcourus; & ces mêmes résistances en raison des espaces qui restent à parcourir jusqu'à l'entière extinction des vitesses; reviennent à la même; & que de faire une de ces trois hypothèses, c'est conséquemment faire aussi les deux autres.*

## PROBLÈME X.

*Trouver la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des longueurs correspondantes AR de cette Courbe des vitesses restantes de primitivement uniformes ainsi retardées.*

## SOLUTION.

Soit  $r$  la longueur de cet arc *AR*, la présente hypothèse donnera  $x = r$ , & l'équation  $\frac{dr}{r} = \frac{dt}{a}$  de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. se changera ici en

DES SCIENCE 3.1 CMM  $AB$   
 $\frac{dr}{s} = \frac{ds}{a}$ , ou en  $a dr = s ds$ : de sorte qu'en différentiant  
 ( $ds$  demeurant toujours constante) l'on aura ici  $a ddr =$   
 $= ds ds = ds \sqrt{dr^2 + ds^2}$ , ou  $\frac{a ddr}{\sqrt{dr^2 + ds^2}} = ds$ , ou bien  
 aussi  $\frac{a dr ds}{\sqrt{dr^2 + ds^2}} = dr ds$ , donc l'intégrale est  $a \sqrt{dr^2 + ds^2}$   
 $= r ds + q$ . Mais le cas de  $r(TR) = 0$ , rendant  $s(AR)$   
 $= 0$ , & conséquemment aussi (suivant l'équation donnée  
 $\frac{dr}{s} = \frac{ds}{a}$ )  $dr = 0$ ; cette intégrale se réduira pour lors ici  
 à  $a \sqrt{0 + ds^2} = 0 + q$ , c'est à dire à  $q ds = q$ . Donc  
 cette intégrale complete sera  $a \sqrt{dr^2 + ds^2} = r ds + a ds$ ;  
 Et par conséquent  $a dr + a ds = r + a \times ds =$   
 $= a + 2ar + rr \times ds$ , ou  $a dr = ar + rr \times ds$ ; ce  
 qui donne  $\frac{a dr}{ar + rr \times ds} = ds$  pour l'équation de la Courbe  
 cherchée  $ABC$ .

Pour construire cette Courbe, soit l'hyperbole équi-  
 latere  $APQ$  sur l'axe  $AF$ , dont le centre soit  $D$ , le som-  
 met  $A$ , & le demi-axe transverse  $DA = AF = a$ ; soit  
 prise  $AB$  pour une résistance totale quelconque  $TR(r)$ ;  
 soient de plus les deux ordonnées  $Bp$ ,  $bp$ , infiniment  
 proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent l'hyper-  
 bole  $APQ$  en  $P, p$ . Soient enfin les droites  $DP, Dp$ .



ques  $APD$  correspondantes ; & que ce qu'il en reste ( $VC$ ) à écouler jusqu'à l'entière extinction des vitesses, est toujours comme l'aire hyperbolique restante  $DPQ$ , l'extinction des vitesses se devant faire au point  $C$  de  $FC = 2 \times \frac{APQD}{AF}$ , sur l'ordonnée  $FQ = aV_3 = AF \times V_3$ .

## COROLLAIRE II.

Que (*Cor. 3. Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$ , sont comme les aires correspondantes  $ARVF$ . Mais l'équation  $\frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}} = dt$  qu'on vient de trouver pour la Courbe  $ARC$ , donne ces aires  $ARVF$  ( $\int \sqrt{a-r} ds$ )  $= \int \frac{adr - ardr}{\sqrt{2ar+rr}} = \int \frac{2adr}{\sqrt{2ar+rr}} - \int \frac{ardr}{\sqrt{2ar+rr}}$  (ayant déjà trouvé  $\frac{ardr}{2\sqrt{2ar+rr}} = PDP$ )  $= 4 \times APD - a\sqrt{2ar+rr} + q = 4 \times APD - AF \times BP + q$ . Mais le cas de  $R$  en  $A$ , réduisant cette intégrale à  $0 = 0 - 0 + q$ , fait voir que  $ARVF = 4 \times APD - AF \times BP$  seulement. Donc les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ), doivent être ici entr'eux comme les grandeurs  $4 \times APD - AF \times BP$  correspondantes ; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entière extinction des vitesses : :  $ARVF$ .  $ARCF :: 4 \times APD - AF \times BP$ .  $4 \times APQD - AF \times FQ$  (à cause que  $BP = \sqrt{2ar+rr}$ , devient  $FQ = \sqrt{3aa} = aV_3 = AF \times V_3$  en  $F$ ) : :  $4 \times APD - AF \times BP$ .  $4 \times APQD - AF \times AF \times V_3$ .

On voit aussi delà que l'aire entière  $ARCF = 4APQD - AF \times FQ$  (en tirant la corde  $AQ$ )  $= 4APQD - 2$  triang.  $AFQ$  (à cause de  $AD = AF$ )  $= 4APQD - 2$  triang.  $ADQ = 2$  sect.  $APQD - 2$  seg.  $APQA$ .

## AUTRE SOLUTION.

On vient de trouver  $dt = \frac{adr}{\sqrt{2ar+rr}}$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$ . Soit présentement  $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$  :





## COROLLAIRE III.

Il suit de cette Solut. 2, que lorsque  $GT$  sera moyenne proportionnelle entre  $2 \times VG$  &  $AF$ , l'ordonnée  $TR$  se trouvant alors égale à  $AF$ , la Courbe  $ARC$  rencontrera  $FC$  à l'extrémité de cette ordonnée. D'où l'on voit aussi que les vitesses  $RV$  s'y doivent enfin éteindre, & que l'ordonnée  $VG$  qui passera par-là, sera  $= 2a - a\sqrt{3}$ .

## S C H O L I E.

1°. Suivant l'équation donnée  $x = s$ , l'on aura  $dx = ds = \sqrt{dr^2 + ds^2}$ , ou  $dx^2 = dr^2 + ds^2$  (à cause de l'équation  $ds = \frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}}$  trouvée dans la Solut. 1.)  $= dr^2 + \frac{a^2 dr^2}{2ar + rr}$   $= \frac{2ar + rr + a^2}{2ar + rr} \times dr^2$ ; & par conséquent aussi  $dx$

dont l'intégrale est  $x = \sqrt{2ar + rr} = BP$  Voyez la figure de la Solut. 1. Ainsi si l'on prend  $VE$  (x  $TV$  prolongée dans cette Figure, le point  $E$  sera un de ceux de la Courbe  $KEC$ , qu'on voit devoir ainsi passer par  $F$ , & avoir son ordonnée  $CC = PQ = a\sqrt{3}$ .

2°. Delà il suit dans la même Figure de la Solut. 1. que chaque arc  $AR = BP$  correspondante, & la Courbe entière  $ARC = FQ$ ; puisque (hyp.)  $AR = s = x$  (nomb. 1.)  $= BP$ .

3°. Puisque (nomb. 1.)  $x = \sqrt{2ar + rr}$ , l'équation  $\frac{adr}{\sqrt{2ar + rr}} = ds$  trouvée dans la Solut. 1. pour la Courbe  $ARC$ , rendra  $\frac{adr}{x} = ds$ , ou  $\frac{dr}{x} = \frac{ds}{a}$ , qui est l'équation donnée dans ce Problème-ci. D'où l'on voit encore que la Courbe  $ARC$  trouvée cy-dessus, est effectivement celle de cette hypothèse.

4°. La supposition de  $r = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$  dans la Solution 2. devant donner  $x = 2a - a\sqrt{3}$  dans le cas de  $r$  Voyez la figure de la Solution 2. page 456.  $(TR) = a$  ( $AF$ ), ainsi qu'il arrive au point  $C$  de concours de la Courbe  $ARC$  avec son axe  $FC$ ; il suit manifestement que lorsque  $VG$  ( $x$ ) est de cette valeur dans la

Figure de la Solut. 2. le point C, où elle coupe alors FC, est le terme de la durée du mouvement, & celui où les vitesses RV(u) s'éteignent tout à fait conformément au Corol. 3.

5°. Puisque (nomb. 1.)  $z = \sqrt{2at + vt}$ , & (nomb. 4.)  $\frac{xx - 2ax + a^2}{2x} = \frac{2ax - 2ax + a^2}{2x}$ , on trouvera, par tout  $z(V E) = \frac{2ax - 2ax + a^2}{2x}$  de sorte que le point C où la Courbe ARC rencontre son axe FC, rendant (num. 4.)  $x = 2a + a\sqrt{3}$ , l'on y aura aussi  $z = \frac{4da + 4da\sqrt{3} + 2a^2}{4a + 2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$  conformément au nomb. 1.

### PROBLEME XI.

*Trouver la Courbe ARC des vitesses restantes, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison des longueurs des compléments correspondans de cette Courbe, c'est à dire, en raison des arcs RC pris depuis quelque vitesse RV que ce soit jusqu'à son entière extinction, ou en raison des arcs CR pris depuis la fin C de la Courbe ARC jusqu'au point R correspondant à quelque vitesse RV que ce soit, restante d'une primitivement uniforme quelconque AF.*

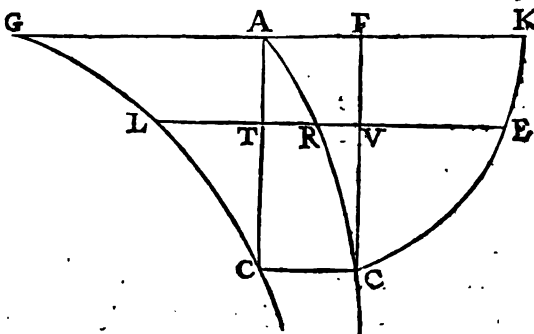
SOLUTION.

Soit  $c$  la longueur entière de la Courbe cherchée ARC, & son arc AR =  $s$ . La présente hypothèse donnera  $c - s = GR$ , ce qui changera l'équation  $\frac{du}{z} = \frac{dt}{a}$  de la Solution de la Prop. génér. & de son Corol. 7. en  $\frac{du}{c-s} = \frac{dt}{a}$ , ou en  $-du = \frac{c-s}{a} \times dt$ , ce qui différencié (en faisant toujours  $ds$  constante) donnera aussi  $-ddu = \frac{-ds \, dt}{a} = -\frac{ds \sqrt{du^2 + dt^2}}{a}$ , ou  $\frac{du \, ddu}{\sqrt{du^2 + dt^2}} = \frac{du \, dt}{a}$ . Donc (en intégrant) l'on aura  $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{a \, dt}{c-s} + q$ . Mais le cas de  $u(RV) = 0$  en C, rendant  $s = c$ , &  $c - s = 0$ , l'équation donnée  $\frac{du}{c-s} = \frac{dt}{a}$  doit aussi donner ici  $-du = 0$ , ainsi l'intégrale précédente s'y doit réduire à  $\sqrt{0 + dt^2} =$

$= 0 + q$ , c'est à dire, à  $dt = q$ . Donc cette intégrale complète fera  $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{u dt}{a} + dt = \frac{a + u}{a} \times dt$ , d'où résulte  $a adu^2 + a adt^2 = a adt^2 + 2 au dt^2 + u^2 dt^2$ , c'est à dire  $u adu^2 = 2 au dt^2 + u^2 dt^2$ , ce qui donne  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$  pour l'équation de la Courbe ARC.

Soit présentement  $\frac{xx - 2ax + aa}{2x} = u$ : l'on aura  $du = \frac{2xx - 2ax - xx + 2ax - aa}{2xx} \times dx = \frac{xx - aa}{2xx} \times dx$ , &  $2au + uu = \frac{2axx - 4aax + 2a^3}{2x} + \frac{xx - 2ax + aa^2}{4xx} = \frac{4ax^3 - 8a^2xx + 4a^3x + x^3 - 2a^2xx + a^4}{4xx}$ , ou  $\sqrt{2au + uu} = \frac{xx - aa}{2x}$ . Donc  $\frac{-du}{\sqrt{2au + uu}} = -\frac{dx}{x}$ . Mais on vient de trouver  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au + uu}}$ , ou  $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$ . Donc  $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$ , qui est une équation à une logarithmique GLC,

dont l'asymptote doit être FC, la soûtangente  $= a (AF)$ , & les ordonnées LV  $= x$ , entre lesquelles la plus grande des nécessaires ici, doit être  $GF = 2a + a\sqrt{3}$ , ainsi qu'il



résulte de l'équation supposée  $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$  dans le cas de RV ( $u$ ) en AF ( $a$ ).

Cette logarithmique ainsi posée, la construction de la Courbe cherchée ARC est facile. Car la précédente équation  $u = \frac{xx - 2ax + aa}{2x}$  donnant  $2x (2LV)$ .  $x - a (LT) :: x - a (LT)$ .  $u (RV)$ . il n'y a qu'à prendre par  
M m m ij

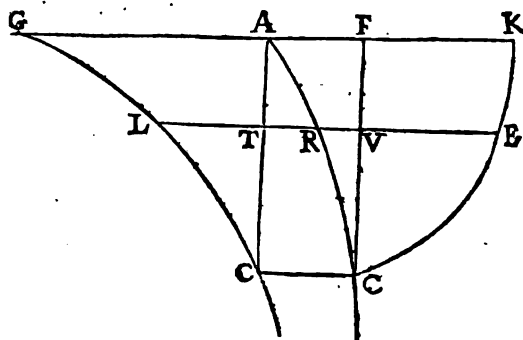
tout  $RV = \frac{LT \times LF}{2LV}$  sur la correspondante  $LV$ , c'est à dire,  $RV$  par tout troisième proportionnelle à  $2LV$ ,  $LT$ ; & la ligne  $ARC$  qui passera par tous les points  $R$  ainsi trouvés, sera la Courbe cherchée des vitesses restantes  $RV$  ( $u$ ) par raport à l'axe  $FC$ , & des résistances totales  $TR$  ( $r$ ) par raport à l'axe  $AC$ .

## COROLLAIRE I.

Il suit de cette construction non-seulement que  $LT$  ( $x-a$ ) en  $GA$  ( $a+a\sqrt{3}$ ), y rend  $RV \left( \frac{LT \times LT}{2LV} \right) = \frac{a+a\sqrt{3}}{4a+2a\sqrt{3}} = \frac{aa+2aa\sqrt{3}+3aa}{4a+2a\sqrt{3}} = \frac{4aa+2aa\sqrt{3}}{4a+2a\sqrt{3}} = a = AF$ , ainsi que le Problème l'exige; mais aussi que l'anéantissement de  $LT$  au point  $C$  où la logarithmique  $GLC$  rencontre  $AC$ ; rendant  $RV \left( \frac{LT \times LT}{2LV} \right) = \frac{0}{2a}$ , les vitesses

$RV$  ( $u$ ) doivent s'éteindre ici

tout à fait à la fin  $C$  du tems exprimé par  $FC$  comprise entre  $AF$  & la parallèle  $CC$ : de sorte que la Courbe  $ARC$  doit aller rencontrer



son axe  $FC$  en ce point  $C$ , en le touchant seulement en ce point, puisque son équation  $dt = \frac{-dx}{\sqrt{2ax+xx}}$  s'y réduit à  $dt = \frac{-dx}{0}$ ; au lieu que la logarithmique  $GLC$  doit rencontrer  $AC$  en  $C$  sous un angle de 45. deg. son équation  $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$  s'y réduisant à  $\frac{dt}{a} = \frac{-dx}{a}$ .

## COROLLAIRE II.

Il suit encore de la construction précédente que si l'on

prend ici  $GF$  pour l'unité, c'est à dire (*Sol.*)  $2a + a\sqrt{3} = 1$ , ou  $a(AF) = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$ , les abscisses  $FV$ ,  $FC$ , seront les logarithmes des ordonnées correspondantes  $LV$ ,  $CC$ . Donc les tems écoulés  $AT$  ou  $FV(t)$  seront ici entr'eux comme les logarithmes des ordonnées  $LV(x)$  correspondantes; les tems  $VC$  à écouler (*Cor. 1.*) jusqu'à l'entière extinction des vitesses, aussi entr'eux comme les différences correspondantes dont ces logarithmes sont surpassés par le logarithme de  $CC(a)$ ; & au tems total requis depuis le commencement du mouvement jusqu'à la fin, comme ces logarithmes, ou leurs différences à celui de  $CC$ , sont à celui ci.

## COROLLAIRE III.

Pour trouver les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , il faut considérer que puisque la Solution donne  $\frac{dt}{a} = \frac{-du}{\sqrt{2au + uu}}$  pour l'équation de la Courbe  $ARC$ , l'on aura ici  $\int u dt (ARVF) = \int \frac{-a u du}{\sqrt{2au + uu}} =$   
 $= \int \frac{-a a du - a u du}{\sqrt{2au + uu}} + \int \frac{a a du}{\sqrt{2au + uu}} = -a \sqrt{2au + uu} +$   
 $+ \int \frac{a a du}{\sqrt{2au + uu}} \text{ (*Solut.*)} = \frac{-axx + a^3}{2x} + \int \frac{a a du}{x} = \frac{-ax}{2} +$   
 $+ \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + q$ . Mais le cas de  $LV(x)$  en  $GF$  ( $2a + a\sqrt{3}$ ) rendant  $ARVF = 0$ , &  $x = 2a + a\sqrt{3}$ , il réduit cette intégrale à  $0 = \frac{-2aa - 2a\sqrt{3}}{2} + \frac{a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q$   
 $= \frac{-2aa - aa\sqrt{3} \times \frac{2a + a\sqrt{3}}{2a + a\sqrt{3}} + a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q = \frac{-4a^2 - 4a^2\sqrt{3} - 1a^3 + a^3}{4a + 2a\sqrt{3}} + q$   
 $= \frac{-3aa - 2aa\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + q$ ; ce qui donne  $q = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times aa$ . Donc  
 $ARVF = -\frac{ax}{2} + \frac{a^3}{2x} + aa \times lx + \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times aa = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times$   
 $\times aa + \frac{a^3 - axx}{2x} + aa \times lx$ . Mais (*Cor. 3. Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , sont entr'eux comme les aires  $ARVF$  correspondantes. Donc ces mêmes espaces sont aussi entr'eux comme les gran-

462. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 leurs correspondantes  $\frac{3+1\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times aa - \frac{a^3-axx}{2x} \rightarrow aa \times lx$ ,  
 ou  $\frac{3+1\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times a - \frac{aa-xx}{2x} \rightarrow a \times lx$ ; & à l'espace total à par-  
 courir pendant tous les tems  $FC$  (*Corol. 1.*) à écouler jus-  
 qu'à l'entière extinction des vitesses, comme ces mêmes  
 grandeurs correspondantes sont à  $\frac{3+1\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} aa - \frac{a^3-axx}{2x}$ ,  
 ou à  $\frac{3+1\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} a - \frac{aa-xx}{2x}$ , puisque  $L'V(x)$  en  $CC(a)$ , ré-  
 duit ces grandeurs-là à celles-ci.

La même chose se peut encore trouver en considérant  
 seulement que puisque la Solution donne  $u = \frac{xx-2ax+aa}{2x}$ ,  
 &  $\frac{dt}{a} = -\frac{dx}{x}$ , ou  $dt = -\frac{a dx}{x}$ , l'on aura aussi  $u dt =$   
 $= \frac{-axx+2aax-a^3}{2xx} \times dx = \frac{-a dx}{2} + \frac{a dx}{x} - \frac{a^3 dx}{2xx}$ . Donc (en  
 intégrant) l'on aura encore ici  $\int u dt$  (*ARVF*)  $= -\frac{a^2}{2} +$   
 $aa \times lx - \frac{a^3}{2x} + q$ , comme ci-dessus: le reste se trou-  
 vera de même ici que là.

#### SCHOLIE I.

Puisque la supposition de  $u = \frac{xx-2ax+aa}{2x}$  faite dans la  
 Solution précédente, donne  $-aa = xx - 2ax - 2ux$ ,  
 l'on aura  $xx - 2ax - 2ux + a + u = -aa + a + u$   
 $= 2ax - 1uu$ , ou  $x = a + u \rightarrow \sqrt{2ax - 1uu}$ , &  $dx = du +$   
 $\frac{adu + udu}{\sqrt{2ax - 1uu}} = \frac{a + u + \sqrt{2ax - 1uu}}{\sqrt{2ax - 1uu}} \times du$ . Donc  $\frac{du}{\sqrt{2ax - 1uu}} = \frac{dx}{x}$  (*Sol.*)  
 $= -\frac{dt}{a}$ ; ce qui est déjà l'équation tirée d'abord de la sup-  
 position presente de  $x = c - s$ , ou de  $\frac{du}{c-s} = \frac{dt}{a}$ . Voici  
 presentement comment la première  $\frac{-du}{\sqrt{2ax - 1uu}} = \frac{dt}{a}$  des  
 deux équations trouvées ci-dessus, & conséquemment  
 aussi la seconde  $\frac{-dx}{x} = \frac{dt}{a}$ , rendront cette supposition.

Cette première équation  $\frac{-du}{\sqrt{2ax - 1uu}} = \frac{dt}{a}$  donnera

$du^2 = \frac{2au + au^2}{aa} \times dt^2$ , &  $du^2 + dt^2 = \frac{2au + au^2 + aa}{aa} \times dt^2$  : d'où  
 résulte  $\sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{a+u}{a} \times dt = dt + \frac{u dt}{a}$ , ou (en sup-  
 posant toujours  $dt$  constante)  $\frac{du dt}{\sqrt{dt^2 + du^2}} = \frac{du dt}{a}$ , ou bien  
 aussi  $ddu = \frac{dt}{a} \times \sqrt{du^2 + dt^2} = \frac{dt dt}{a}$ ; & (en intégrant)  
 $du = \frac{dt}{a} + q$ . Mais le cas de  $RV(u)$  en  $C$ , qui rend  
 $u=0$ , rendant aussi  $du$  nulle par rapport à  $dt$ , &  $s=c$ ;  
 cette intégrale s'y réduira à  $0 = \frac{cdt}{a} + q$ ; ce qui donne  
 $q = -\frac{cdt}{a}$ . Donc cette intégrale complète sera  $du =$   
 $= \frac{dt}{a} \times dt$ , ou  $\frac{dt}{a} = \frac{du}{c-s}$  (*hyp.*)  $= \frac{du}{x}$ ; ce qui est la sup-  
 position qu'il falloit ici retrouver.

Delà & de la première  $\frac{-du}{\sqrt{2au + au^2}} = \frac{dt}{a}$  des deux équations  
 trouvées dans la Solution précédente, on voit que  
 $\sqrt{2au + au^2} = x = c - s$ , & que d'avoir supposé ici les  
 résistances instantanées en raison des complémens  $c-s$   
 ( $RC$ ) de la Courbe  $ARC$  des vitesses restantes, c'est la  
 même chose que si l'on eût supposé ces résistances en rai-  
 son des racines quarrées  $\sqrt{2au + au^2}$  des sommes faites  
 de ces mêmes vitesses ( $u$ ) & de leurs quarrés ( $uu$ ); ce  
 qui auroit fait encore un nouveau Problème qui d'abord  
 auroit paru fort différent de celui-ci.

## AUTRE SOLUTION.

La construction de la Courbe  $ARC$  trouvée dans la  
 Solution précédente en transformant l'équation  $dt =$   
 $= \frac{-adu}{\sqrt{2au + au^2}}$  de cette Courbe en une équation logarith-  
 mique, peut aussi se tirer immédiatement de cette pre-  
 mière équation : voici comment. Soit l'hyperbole équi-  
 latère  $FPQ$ , dont le centre soit  $D$ , le sommet  $F$ , & le <sup>Voyez la</sup>  
 demi-axe transverse  $FD = FA = a$ ; soit prise  $EB$  pour <sup>figure sui-</sup>  
 vante.





$FC = 2 \times \frac{FPQD}{AF}$ , que la Courbe  $ARC$  doit toucher en ce point, ainsi qu'on l'a vû dans le Corol. 1.

## COROLLAIRE V.

Pour trouver encore ici les espaces déjà trouvés dans le Corol. 3. il faut considérer que ces espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV$  ( $t$ ), sont (Cor. 3. Prop. g<sup>én</sup>.) comme les aires correspondantes  $ARVF$ . Mais l'équation

$dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$  qu'on vient de trouver (Sol. 1.) de la Courbe  $ARC$ , donne ces aires  $ARVF$  ( $\int udt$ )  $\int -\frac{adu}{\sqrt{2au+uu}} = -\int \frac{adu+adu}{\sqrt{2au+uu}} + \int \frac{adu}{\sqrt{2au+uu}} = -a\sqrt{2au+uu} + \int \frac{adu}{\sqrt{2au+uu}} + q$  (l'hyperbole  $FPQ$  donnant  $BP = \sqrt{2au+uu}$ , &  $\int \frac{adu}{\sqrt{2au+uu}} = 2a \times \frac{FPD}{AF}$ )  $= -a \times BP + 2a \times \frac{FPD}{AF} + q = 2 \times FPD - AF \times BP + q$ . Mais le cas de  $R$  en  $A$  réduisant cette équation à  $0 = 2 \times FPD - AF \times AQ + q$ , donne  $q = AF \times AQ - 2 \times FPD$ . Donc l'aire complete  $ARVF = AF \times AQ - AF \times BP + 2 \times FPD - 2 \times FPD$  (soit  $PS$  parallele à  $FA$ )  $= AF \times SQ - 2 \times DPQ$ . Donc aussi les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ( $t$ ) doivent être ici entr'eux comme les grandeurs  $AF \times SQ - 2 \times DPQ$  correspondantes; & à tout l'espace parcouru jusqu'à l'entière extinction des vitesses ::  $ARVF$ .  $ARCF$  ::  $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ .  $AF \times AQ - 2 \times FPD$  (à cause que  $AD = 2AF$  rend  $AF \times AQ =$  triangle  $AQD = 2 \times$  triangles  $FQD$  en tirant la corde  $FQ$ ) ::  $AF \times SQ - 2 \times DPQ$ .  $2$  triangles  $FQD = 2$  secteurs  $FPQD$  ::  $AF \times SQ - 2$  secteurs  $DPQ$ .  $2$  segments  $FPQF$ . On voit aussi delà que l'aire entière  $ARCF$  de la Courbe  $ARC$ , est ici double du segment hyperbolique  $FPQF$ .

## SCHOLIE II.

Suivant l'équation donnée  $x = c - s$ , l'on aura ici  
1707. Nnn

$dz = -ds = -\sqrt{du^2 + dt^2}$ , ou  $dz^2 = du^2 + dt^2$  (à cause de l'équation  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$  trouvée dans la Solution

première)  $= du^2 + \frac{a^2 du^2}{2au+uu} = \frac{2au+uu+aa}{2au+uu} \times du^2$ , c'est à dire,  $dz = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times du$  positive, à cause que  $z$

&  $u$  croissant alternativement chacune avec  $s$  ( $AR$ ), croissent ou décroissent toujours ensemble. Donc (en intégrant)  $z = \sqrt{2au+uu} + q$ . Mais le cas de  $R$  en  $C$ , rendant  $RV(u) = 0$ ,  $AR(s) = ARC(c)$ , & conséquemment aussi  $z(c-s) = c-c = 0$ ; cette intégrale  $z = \sqrt{2au+uu} + q$  s'y réduit à  $0 = 0 + q$ . Donc on aura seulement ici  $z(VE) = \sqrt{2au+uu} = BP$ , ainsi qu'on l'a déjà trouvé dans le Scholie 1. Donc aussi en prenant par tout  $VE = BP$  correspondante, la Courbe  $KEC$  passera par tous les points  $E$  ainsi trouvés. D'où l'on voit,

1°. Que  $VE$  en  $C$ , rendant  $BP = 0$ , l'on y aura aussi  $VE = 0$ . Ainsi la Courbe  $KEC$  doit passer par le point  $C$  de  $FC$  (Coral. 4.)  $= 2 \times \frac{FPQD}{AF}$ .

2°.  $R$  en  $A$ , rendant  $BP = AQ$ , &  $V$  en  $F$ , l'on y aura aussi l'ordonnée  $FK = AQ = a\sqrt{3} = AF \times \sqrt{3}$ .

3°. Puisque  $c-s = z = \sqrt{2au+uu} = BP$ , l'on aura aussi  $s = c - BP$ , c'est à dire  $AR = ARC - BP = AR + RC - BP$ ; ce qui donne l'arc  $RC = BP$  correspondante, & par conséquent la Courbe entière  $ARC = AQ = AF \times \sqrt{3}$ .

Cela se peut encore démontrer autrement. Car puisque  $ds^2 = du^2 + dt^2$  (à cause de  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au+uu}}$  trouvée dans la Sol. 1.)  $= du^2 + \frac{a^2 du^2}{2au+uu} = \frac{aa+2au+uu}{2au+uu} \times du^2$ , l'on aura aussi  $ds = \frac{a+u}{\sqrt{2au+uu}} \times du$ . Donc (en intégrant)  $s = -\sqrt{2au+uu} + q$ . Mais le cas de  $R$  en  $C$ , donnant  $RV(u) = 0$ , &  $AR(s) = ARC(c)$ , réduit cette intégrale à  $c = 0 + q$ . Donc cette intégrale complète fera  $s(AR) = c - \sqrt{2au+uu} = ARC - BP$ , comme ci-dessus.

4°. Puisque  $z = \sqrt{2au - uu}$ , l'équation  $dt = \frac{-adu}{\sqrt{2au - uu}}$  trouvée dans la Solution première pour la Courbe *ARC*, rendra  $dt = \frac{-adu}{z}$ , ou  $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$ , qui est l'équation générale qui a donné celle-là dans la présente hypothèse de  $z = c - s$  déjà retrouvée par son moien dans la Scholie 1. D'où l'on voit encore que la Courbe *ARC* trouvée ci-dessus, est effectivement celle de cette hypothèse.

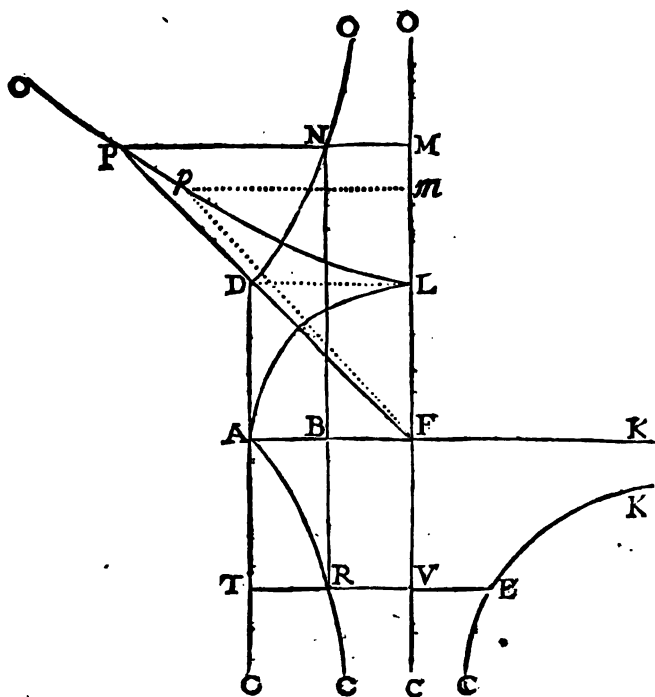
## PROBLÈME XII.

*Trouver la Courbe ARC, &c. dans l'hypothèse des résistances instantanées en raison composée des vitesses restantes de primitivement uniformes, & des élémens correspondans de cette Courbe.*

### SOLUTION.

Soit encore son arc  $AR = s$ . Cette hypothèse des résistances donnera  $z = \frac{u dt}{ds}$ , en faisant toujours  $dt$  constante, & changera l'équation  $\frac{-du}{z} = \frac{dt}{a}$  du Corol. 7. de la Prop. génér. en  $\frac{-du}{\frac{u dt}{ds}} = \frac{dt}{a}$ ; ce qui donne  $-adu = u ds = u \sqrt{du^2 + dt^2}$ , ou  $aadu^2 = uudu^2 + uu dt^2$ ; d'où résulte  $dt = \frac{-du}{u} \times \sqrt{aa - uu}$  pour l'équation cherchée de la Courbe *ARC*.

Cela étant, l'on aura aussi  $dt = \frac{-aadu + uudu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} + \frac{uudu}{\sqrt{aa - uu}}$ . Soit présentement  $\frac{aa}{x} = u$ ; & par conséquent  $\frac{aadx}{xx} = -du$ . L'on aura  $\frac{-aadu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{aadx}{x\sqrt{aa - \frac{a^2}{x}}}$  =  $\frac{aadx}{x\sqrt{xx - \frac{a^2}{x}}}$ . Donc  $dt = \frac{uudu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{aadx}{x\sqrt{xx - \frac{a^2}{x}}}$ ; & (en intégrant)  $t = \sqrt{aa - uu} + \int \frac{aadx}{x\sqrt{xx - \frac{a^2}{x}}} + q$ .



Pour trouver l'intégrale  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ , soit par l'angle  $D$  du quarré  $AFLD$ , entre les asymptotes orthogonales  $FA, FO$ , l'hyperbole équilatère  $DNO$ , que  $BN$  parallèle à  $FO$ , rencontre en  $N$ . Ensuite du centre  $F$  par  $L$  sur l'axe  $FO$ , soit encore l'hyperbole équilatère  $LPO$ , que  $MP$  tirée par  $N$  parallèlement à  $FA$ , rencontre en  $P$ . Enfin du centre  $F$  par les extrémités  $P, p$ , de l'élément  $Pp$  de cette hyperbole, soient les droites  $FP^*, Fp$ , avec l'ordonnée  $pm$  parallèle à  $PM$ .

\* C'est un  
hasard que  
FP passe ici  
par D, cela  
n'étant point  
nécessaire.

Cela fait, l'hyperbole  $DNO$  donnera  $BN = \frac{AF \times AD}{BF}$  (en prenant  $BF$  pour  $x$ , & toujours  $AF = a$ )  $= \frac{a^2}{x}$ .

Mais la précédente hypothèse de  $\frac{a^2}{x} = x$ , donne aussi  $x = \frac{a^2}{x}$ . Donc  $BN = x$ . Par conséquent ayant (hyp.)

$LF = FA = a$ , l'hyperbole  $LPO$  donnera  $MP = \sqrt{xx - aa}$ . Donc le triangle réctiligne réctangle  $FMP = \frac{1}{2} \sqrt{xx - aa}$ . Par conséquent sa différence  $MPpm + PFp = \frac{dx}{2} \sqrt{xx - aa} + \frac{xx dx}{2\sqrt{xx - aa}} = dx \sqrt{xx - aa} + \frac{xx dx}{2\sqrt{xx - aa}} - \frac{dx}{2} \sqrt{xx - aa}$ . Mais  $MPpm = dx \sqrt{xx - aa}$ . Donc  $PFp = \frac{xx dx}{2\sqrt{xx - aa}} - \frac{dx}{2} \sqrt{xx - aa} = \frac{aadx}{2\sqrt{xx - aa}}$ , ou  $\frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{a} \times PFp$ . Ainsi en intégrant l'on aura  $\int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} = \frac{2}{a} \times PLF = 2 \times \frac{PLF}{AF}$ .

Mais nous avons ci-dessus  $t = \sqrt{aa - uu} + \int \frac{adx}{\sqrt{xx - aa}} + q$ .

Donc on aura ici  $t = \sqrt{aa - uu} + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$ . De sorte que si du centre  $F$ , & du rayon  $FA$ , on fait le quart de cercle  $AHL$  qui rencontre  $BN$  en\*  $H$ , cette construction donnant  $BH = \sqrt{aa - uu}$ , l'on aura aussi  $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF} + q$ . Mais le cas de  $RV(u)$  en  $AF(a)$ , qui rendant  $AT$  ou  $FV(t) = 0$ , &  $BH = 0 = 2 \times \frac{PLF}{AF}$ , réduit cette intégrale à  $0 = 0 + 0 + q$ . Donc cette intégrale complete sera  $t = BH + 2 \times \frac{PLF}{AF}$ . D'où l'on voit que si l'on prend par tout  $AT$  ou  $FV(t)$  de cette valeur, ayant déjà (*hyp.*)  $BF = u$ , l'angle  $R$  du réctangle  $BV$ , sera un des points de la Courbe cherchée  $ARC$ , & ainsi de ses autres points à l'infini. D'où l'on voit aussi,

\* Ajoutez une H omise au point où BN coupe l'arc AL dans la Fig. de la précédente page 468.

## COROLLAIRE I.

Que le secteur hyperbolique  $PLF$  augmentant à l'infini avec  $BN$ , le tems  $AT$  ou  $FV(t)$  doit aussi augmenter sans fin, & l'asymptote  $OFC$  de l'hyperbole  $DNO$ , en être aussi une de la Courbe  $ARC$ . D'où il suit que les vitesses  $RV(u)$  ne s'éteindroient jamais ici.

## COROLLAIRE II.

Pour ce qui est des espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , on voit aussi (*Cor. 3. Prop. gén.*) qu'ils devroient être ici comme les aires correspondantes  $ARVF$  (*judt*). Mais l'équation  $dt = \frac{-du}{u} \sqrt{aa - uu}$  trouvée ci-dessus pour la Courbe  $ARC$ , donne *judt* ( $ARVF$ ) =  $\int -du \sqrt{aa - uu} = -LHBF + q$ ; & le cas de  $RV$  en  $AF$ , qui rend  $ARVF = 0$ , &  $LHBF = LHAF$ , réduisant cette intégrale à  $0 = -LHAF + q$ , & rendant par-là  $q = LHAF$ , donne  $ARVF = LHAF - LHBF = ABH$  pour cette intégrale complète. Donc les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$  seront ici entr'eux comme les aires circulaires  $ABH$  correspondantes; & à tout ce qui s'en pourroit ici parcourir pendant un tems infini  $AC$  ou  $FC$ , comme ces aires correspondantes  $ABH$  sont à l'aire totale du quart de cercle  $AHLF$ . D'où l'on voit que cet espace total ne pourroit jamais être que fini, quoiqu'il fallût un tems infini pour le parcourir.

## AUTRE SOLUTION.

Pour se passer présentement des hyperboles  $LPO, DNO$ , soit  $u = \frac{2ay}{yy + aa}$ : l'on aura  $aa - uu = aa - \frac{4a^2y^2}{yy + aa} = \frac{aay^4 + 2a^4yy + a^6 - 4a^2y^2}{yy + aa} = \frac{aay^4 - 2a^4yy + a^6}{yy + aa}$ , ou  $\sqrt{aa - uu} = \frac{ay^2 - a^3}{yy + aa}$ ; &  $du = \frac{yy + aa \times 2ady - 4aayydy}{yy + aa} = \frac{2a^4 - 2aayy}{yy + aa} \times dy$ . Donc  $\frac{aadu}{u\sqrt{aa - uu}} = \frac{aa}{2aay} \times \frac{2a^4 + 2aayy}{aayy - a^3} \times dy = \frac{ady}{y}$ . Mais (*Sol. I.*)  $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}} - \frac{aadu}{u\sqrt{aa - uu}}$ . Donc  $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa - uu}} + \frac{ady}{y}$ . Donc aussi en prenant  $a = 1$ ,  $t = \sqrt{aa - uu} + a \times ly$ . Mais la supposition précédente de  $u = \frac{2ay}{yy + aa}$  donne  $y = \frac{aa + a\sqrt{aa - uu}}{u}$ : De sorte que si par le point  $H$ , dans lequel  $RH$  parallele à  $VL$ , rencontre le quart de cercle





## COROLLAIRE III.

Puisque  $u(RV) = \frac{2ay}{yy+aa}$ , il est manifeste que lorsque  $SY(y)$  sera en  $AF(a)$ , l'on aura  $RV(u) = \frac{2a^3}{aa+aa} = a$ , ainsi que l'exige le Problème.

## COROLLAIRE IV.

Et lorsque  $SY(y)$  sera infinie, l'on aura  $RV(u) = \frac{2ay}{yy} = \frac{2a^2}{y} = 0$ , la grandeur finie  $u$  étant alors nulle par rapport à  $y$ . D'où l'on voit que  $FY$  logarithme de  $SY$ , & par conséquent le tems  $FV(t) = HB + FY$ , étant aussi pour lors infini, il faudra ici un tems infini pour l'entière extinction des vitesses  $RV(u)$ : de sorte que l'on aura encore ici  $FC$  pour une asymptote de leur Courbe  $ARC$ , ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Corol. I.

## COROLLAIRE V.

Pour avoir presentement ici les espaces déjà trouvés dans le Corol. 2. c'est à dire, les espaces parcourus pendant les tems  $AT$  ou  $FV(t)$ , il faut considérer que puis-

que la précédente Solut. 2. donne  $u = \frac{2ay}{yy+aa}$ , &  $dt = \frac{udu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{ady}{y}$ , l'on aura ici  $u dt = \frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^2dy}{yy+aa}$ .

Mais  $\frac{uudu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{u^3du}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{1}{2} \times \frac{-aauu + 2u^3du}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}}$ .

Donc  $u dt = \frac{1}{2} \times \frac{-aauu + 2u^3du}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} + \frac{2a^2dy}{yy+aa}$ .

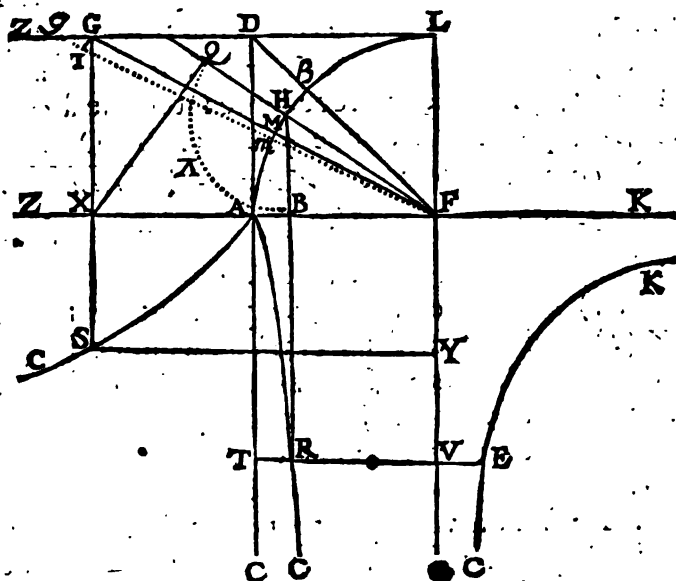
Mais (Solut. 2.)  $du = \frac{2a^4 - 2aay}{yy+aa} \times dy$ , &  $\sqrt{aa-uu} = \frac{ay-a^3}{yy+aa}$ ;

ce qui donne  $\frac{1}{2} \times \frac{aadu}{\sqrt{aa-uu}} = \frac{aa}{2} \times \frac{2a^4 - 2aay}{yy+aa \times ay - a^3} \times dy =$

$= \frac{a^3dy}{yy+aa} \times \frac{aa-yy}{yy-aa} = -\frac{a^3dy}{yy+aa}$ . Donc  $u dt = \frac{1}{2} \times \frac{-aauu + 2u^3du}{\sqrt{aa-uu}}$

$+ \frac{a^3dy}{yy+aa}$ .

Mais



Mais si l'on fait  $LZ$  parallèle à  $FZ$ , & qui soit rencontrée en  $G$  par  $SX$  prolongée de ce côté-là, qu'on mène les droites  $FG$ ,  $Fg$ , infiniment proches l'une de l'autre, lesquelles rencontrent  $LZ$  en  $G$ ,  $g$ , & le quart de cercle  $AHL$  en  $M$ ,  $m$ ; & que du centre  $F$  par  $G$ , l'on fasse l'arc de cercle  $GI$ , lequel rencontre  $Fg$  en  $I$ : les triangles semblables  $GLF$ ,  $gIG$ , donneront  $FG (Vaa+yy)$ .  $FL(a)::Gg(dy)$ .  $GI = \frac{ady}{\sqrt{aa+yy}}$ . Et les secteurs semblables  $GFI$ ,  $MFm$ , donneront pareillement  $FG (Vaa+yy)$ .  $FM(a)::GI \left( \frac{ady}{\sqrt{aa+yy}} \right)$ .  $Mm = \frac{ady}{aa+yy}$ ; D'où résulte  $\frac{ady}{yy+aa} = a \times Mm$ . Donc  $u dt = \frac{1}{2} \times \frac{-aau du + 2u^2 du}{\sqrt{aauu-u^4}} + a \times Mm$ , de qui l'intégrale est  $\int u dt (ARVF) = -\frac{1}{2} \times \sqrt{aauu-u^4} - a \times AM + q$ , en faisant aussi  $a \times AM$  négative, à cause que les arcs  $AM$  & les aires  $ARVF$  croissent & décroissent alternativement.

Mais le cas de  $RV(u)$  en  $AF(a)$ , qui confond les points  $R, T, B, H, Q, X, S$ , dans le seul point  $A$ , &  $FG$

874 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 avec la diagonale  $FD$  du quarré  $ADLF$ , laquelle ren-  
 contre en  $\beta$  le quart de cercle  $AHL$  inscrit dans ce quar-  
 ré; ce cas, dis-je, rendant  $ARVF=0$ ,  $V_{aa-uu}-u^4=0$ ,  
 &  $AM=A\beta$ , réduira la précédente intégrale à  $0=0-$   
 $-a \times A\beta + q$ ; ce qui donne  $q=a \times A\beta$ . Donc cette  
 intégrale complete sera  $ARVF=-\frac{1}{2}V_{aa-uu}-u^4-$   
 $-a \times AM + a \times A\beta = -\frac{1}{2}V_{aa-uu} + q \times \beta M =$   
 $= -\text{triang. } HBF + 2 \text{ sect. } \beta FM$ . Donc aussi (Corol. 3.  
*Prop. génér.*) les espaces parcourus pendant les tems  $AT$   
 ou  $FV$  ( $t$ ), doivent être ici entr'eux comme les gran-  
 deurs correspondantes;  $2 \times \beta FM = HBF$ ; & à tout ce  
 qui s'en pourroit parcourir ici pendant un tems infini  $AC$   
 ou  $FC$ , comme ces grandeurs correspondantes sont à  
 $2 \times \beta FA$ , c'est à dire, à l'aire entière du quart de cercle  
 $FAHL$ . D'où l'on voit que tout ce qui se pourroit ici  
 parcourir d'espace, même pendant un tems infini, ne se-  
 roit encore que fini, ainsi qu'on l'a déjà vû dans le Cor. 2.

#### COROLLAIRE VI.

Il suit de ce Corol. 2. & du précédent Corol. 5. que les  
 arcs circulaires  $ABF$  doivent toujours être ici égales  
 aux grandeurs  $\beta FM + HBF$  correspondantes.

#### SCHOLIE.

La presente hypothèse des résistances donnant  $\zeta =$   
 $\frac{u ds}{ds} = \frac{u}{ds} \sqrt{a^2 - u^2} ds$ , ou  $u u du^2 + u u ds^2 = \zeta \zeta ds^2$ , l'on  
 aura ici  $u u du = ds \sqrt{\zeta \zeta - u u}$ . Mais l'équation  $ds =$   
 $\frac{u du}{\sqrt{a^2 - u^2}}$  trouvée ci-dessus (Solut. 1.) pour cel-  
 le de la Courbe  $ARC$ , donne aussi  $-u da = \frac{u u ds}{\sqrt{a^2 - u^2}}$ .  
 Donc  $\frac{u u ds}{\sqrt{a^2 - u^2}} = ds \sqrt{\zeta \zeta - u u}$ , ou  $u u = \sqrt{a^2 - u u} \times \sqrt{\zeta \zeta - u u}$   
 $= \sqrt{a^2 \zeta \zeta - a u u - \zeta \zeta u u + u^4}$ , ou bien aussi  $u^4 = a^2 \zeta \zeta$   
 $- a u u - \zeta \zeta u u + u^4$ ; d'où résulte  $u u = \frac{a^2 \zeta \zeta}{a^2 + \zeta \zeta}$ ,  $u du =$

$$= \frac{aa + xx \times aax dx - aax^3 dx}{aa + xx} = \frac{a^4 x + aax^3 - aax^3}{aa + xx} \times dx = \frac{a^4 x dx}{aa + xx}.$$

Donc en substituant ces valeurs de  $uu$ ,  $u du$ , dans la précédente équation  $-u dy = dt \sqrt{zz - uu}$ , elle se changera en  $\frac{-a^4 x dz}{aa + xx} = dt \sqrt{zz - \frac{a^4 x^2}{aa + xx}} = \frac{dt \sqrt{aa^2 + x^2 - a^4 x^2}}{\sqrt{aa + xx}}$ .

$$= \frac{xx dt}{\sqrt{aa + xx}}, \text{ ou en } dt = \frac{-a^4 dz \sqrt{aa + xx}}{xx aa + xx^2} = \frac{-a^4 dz}{x \sqrt{aa + xx}}, \text{ qui}$$

sera celle de la Courbe  $KEC$ . Delà,

1°. L'équation  $uu = \frac{a^4 x^2}{aa + xx}$  qu'on vient de trouver, fait voir que lorsque  $RV(u)$  en  $AF(a)$ , rendra  $u = a$ ;  $z(VE)$  sera infinie, & que cette  $z(VE)$  ne sera zéro que lorsque  $RV(u)$  sera nulle, c'est à dire seulement (*Corol. 1.*) à une distance infinie de  $AF$  du côté de  $C$ . D'où il suit que la Courbe  $KEC$  aura  $EC$ , &  $AF$  prolongée du côté de  $K$ , pour asymptotes.

2°. La même équation  $uu = \frac{a^4 x^2}{aa + xx}$  donnant  $\frac{uu}{\sqrt{aa - uu}} = \frac{a^4 x^2}{(aa + xx)\sqrt{aa - uu}}$ , on voit aussi que d'avoir supposé ci-dessus les résistances instantanées en raison composée des vitesses restantes ( $u$ ) & des élémens correspondans ( $ds$ ) de la Courbe  $ARC$ , c'est la même chose que si l'on eût supposé ces résistances en raison des quotiens résultans chacun du produit correspondant ( $au$ ) de la vitesse primitive ( $a$ ) par chaque restante ( $u$ ), divisé par la racine quarrée de la différence ( $\sqrt{aa - uu}$ ) des quarrés de ces vitesses, c'est à dire, en raison des rapports correspondans des vitesses restantes à ces racines quarrées; ce qui d'abord auroit encore paru un Problème tout différent de celui-ci.

3°. De ce que (*nomb. 2.*)  $\frac{uu}{\sqrt{aa - uu}} = \frac{u ds}{dt}$ , il est manifeste que les élémens ( $ds$ ) de la Courbe  $ARC$  des vitesses restantes, doivent être par tout ici en raison réciproque des racines quarrées ( $\sqrt{aa - uu}$ ) des différences dont le quarré de chacune de ces vitesses restantes ( $u$ ) est surpassé par le quarré de la primitive ( $a$ ),  $dt$  étant constante.

4°. Puisque (nomb. 2.)  $\chi = \frac{a^n}{\sqrt{aa - uu}}$ , l'on aura aussi  $\frac{\sqrt{aa - uu}}{u} = \frac{a}{\chi}$  (hyp.)  $= \frac{a ds}{u ds}$ . Donc l'équation  $dt = \frac{-dn}{u}$   $\times$   $\frac{\sqrt{aa - uu}}{u}$  trouvée dans la Solution 1. pour celle de la Courbe ARC, rendra ici  $dt = \frac{-a du}{\chi} = \frac{-a ds du}{u ds}$ , ou  $\frac{ds}{a} = \frac{-du}{u} = \frac{-d du}{u ds}$ , ou bien aussi  $\frac{1}{a} = \frac{-dn}{u ds}$  qui est l'hypothèse elle-même qui avoit donné cette équation-là.

Tous ces Problèmes fournissent, ce me semble, assez d'exemples de la Proposition générale pour en faire voir l'étendue & l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement uniformes, retardés par des résistances quelconques des milieux où ils se font. Ainsi il ne reste plus qu'à en faire voir aussi l'usage dans la recherche des mouvemens primitivement variés, & retardés par de pareilles résistances. Mais ce Mémoire n'étant déjà que trop long, ce sera pour un autre dans lequel on verra contre le sentiment de quelques Philosophes, que les mouvemens primitivement accélérés à la manière de Galilée, desquels il est parlé au commencement de ce Mémoire-ci, ne sauroient jamais être réduits à d'uniformes par les résistances qu'on y a marquées, c'est à dire, à ne plus s'accélérer du tout dans les hypothèses qu'on fait d'ordinaire de ces résistances, quelques vraisemblables que soient ces hypothèses.

## REMARQUE.

Si l'on prend  $p$  pour la pesanteur du corps mû,  $q$  pour celle d'un pareil volume du fluide ou milieu dans lequel il est mû, & le reste comme dans la précédente Proposition générale, l'équation  $\frac{p ds + q dv}{p \chi} = \frac{ds}{a}$  sera encore une Règle générale des résistances des fluides ou milieux à traverser, laquelle se démontrera à peu près de même que celle de cette Proposition : Les suites en paroîtront aussi à leur tour.

# DES FORCES CENTRIPETES ET CENTRIFUGES,

*Considérées en général dans toutes sortes de Courbes,  
& en particulier dans le Cercle.*

PAR M. BOMIE.

**M**onsieur Hugens est le premier, que je sçache, qui nous ait donné l'idée des Forces Centripetes ou Centrifuges, dans son excellent Livre de *Horologio oscillatorio*. M. Newton après lui a traité de ces Forces plus à fond. Après eux M. Varignon a donné des Methodes infiniment générales sur cette matière dans différentes Pièces répandues dans les Mémoires de cette Academie.

1767.  
3. Aoust.

Le nouveau Systême, ou la nouvelle Explication du mouvement des Planetes est entierement fondée sur cette idée, & c'est la considération de ces sortes de Forces, qui donne occasion à l'Auteur de ce Livre, d'expliquer les mouvemens des corps celestes d'une maniere fort ingenieuse.

M. Newton dans son Livre de *Principiis Mathematicæ Philosophiæ naturalis* Livre 1. Section 2. Theorème 4. démontre le raport des Forces Centripetes dans deux cercles differens. Comme il m'a paru que cette démonstration avoit beaucoup de raport avec le principe fondamental du nouveau Systême dont je viens de parler, & que d'ailleurs le Theorème de M. Newton & le principe fondamental de M. Villemot sont d'une grande conséquence & dans la Physique & dans l'Astronomie, j'ay cru qu'on verroit avec plaisir ces deux Propositions déduites fort naturellement d'une Proposition beaucoup plus générale, & beaucoup plus simple.

Comme tout ce que je dois démontrer roule sur les

Forces Centripetes ou Centrifuges, il ne sera pas inutile d'en donner une notion distincte.

Si l'on suppose qu'un corps se meut sur la circonference d'un cercle, c'est à dire sur un poligone d'une infinité de côtés: Il est évident que ce corps décrira à chaque instant un de ces petits côtés, & que par conséquent ce corps tendra dans tous les instans à s'échapper suivant la direction de ces petits côtés; de cet effort il en résulte necessairement un autre qui est celui de s'éloigner du centre, & c'est cet effort résultant qu'on appelle Force Centrifuge.

Si l'on conçoit à present une force continuellement appliquée à ce corps qui à chaque instant l'oblige à se détourner, & à parcourir par ces détours infinis la circonference du cercle, cette force ainsi appliquée continuellement s'appelle Force Centripete.

Il suit de ces deux notions, qu'on peut prendre indifféremment la Force Centripete pour la Force Centrifuge, & réciproquement; puisque ces deux forces sont toujours égales entr'elles.

La notion que je viens de donner de ces sortes de forces se peut entendre des Forces Centripetes, ou Centrifuges considérées dans toutes sortes de lignes courbes; & je ne l'ay expliquée dans le cercle, que parce qu'étant plus connu, il m'a paru le plus propre à fixer l'imagination dans cette sorte de matiere.

Ayant ainsi défini les Forces Centripetes ou Centrifuges, je démontre cette Proposition générale.

#### PROPOSITION GENERALE.

Fig. II. Si un corps roule sur une ligne courbe quelconque  $APG$ , en sorte que cherchant continuellement à s'échapper par la tangente infiniment petite  $PQ$ , il soit obligé de décrire la portion infiniment petite  $PG$  de la ligne courbe par une force quelconque tendante au centre  $C$  pris à volonté; je dis que la Force Centripete que j'appelle ( $f$ ) sera toujours à une quantité constante ( $a$ ), comme la petite ligne  $GQ$  au quarré du tems.

REMARQUE.

Les tems peuvent toujours être exprimés par les secteurs infiniment petits  $PCG$ , c'est à dire par  $PC \times GH$ , ou bien ayant continué la tangente infiniment petite  $PQ$ , & abaissé du centre  $C$  la perpendiculaire  $CS$  par  $PQ \times CS = PG \times CS$ .

SUPPOSITION PREMIERE.

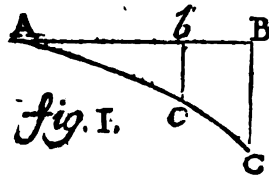
Je suppose pour cette démonstration que les effets sont proportionnés à leurs causes, c'est à dire que si une certaine force cause un mouvement comme  $(m)$ , le double de cette force causera  $(2m)$ , le triple  $(3m)$  &c. & cela suivant la direction de cette force.

SUPPOSITION SECONDE.

Je suppose en second lieu que les espaces infiniment petits parcourus par une force constante & constamment appliquée, sont entr'eux comme les quarrés des tems.

DEMONSTRATION.

Si un corps se meut suivant la ligne  $AB$ , & qu'une force constante & constamment appliquée oblige ce corps à parcourir les espaces infiniment petits  $Abc$ ,  $ABC$ , dans des tems exprimés par les lignes  $Ab$ ,  $AB$ ; ces petits espaces  $Abc$ ,  $ABC$  pouvant passer pour des triangles rectilignes & semblables, seront entr'eux comme  $Ab^2$  à  $AB^2$ . *Ce qu'il falloit trouver.*



Ceci étant supposé, je démontre la Proposition générale.

DEMONSTRATION.

Il est clair que la petite ligne  $GQ$  dans un tems déterminé, est comme la Force Centripete  $(f)$  (par la première Supposition). Mais  $(f)$  étant déterminée, la même ligne est comme le quarré du tems (par la seconde Suppo-





sortes de forces considérées dans le cercle, je me contenterai d'y appliquer la Proposition générale après que je l'aurai déterminée d'une manière plus simple par rapport à cette Courbe.

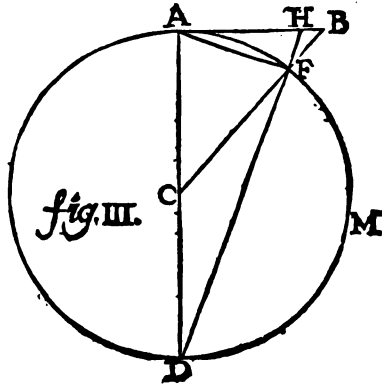
Pour la démonstration des Forces Centripètes & Centrifuges considérées particulièrement dans le cercle, j'ai besoin d'un Lemme, & d'une Définition connuë de tout le monde.

### LEMME.

Soit un cercle *AFM* son diamètre quelconque *AD*, si l'on prend l'arc *AF* infiniment petit, & que l'on mène par l'extrémité du diamètre *D* & par le point *F* la ligne *DFH* terminée en *H* à la tangente menée par le point *A*; je dis que le petit arc *AF* sera toujours moien proportionnel entre le diamètre *DA*, & la partie *PH* de la ligne *DH* comprise entre le cercle & la tangente.

La Démonstration en est évidente, puisque *DF* ou *DA : AF :: AF* est à *FH*.

Les mêmes choses étant posées, si l'on mène du centre *C* la secante *CFB*, il est évident que l'angle *HFB* étant infiniment petit, *FH* sera  $\approx FB$ ; donc on aura  $DA : AF :: AF : FH$  ou *FB*; donc  $FB$  sera  $\approx \frac{AF^2}{DA}$ , & sera toujours comme  $\frac{AF^2}{CA}$ .



### DÉFINITION.

La vitesse est toujours exprimée par l'espace divisé par le tems; ainsi supposant l'espace (*s*) le tems (*t*) la vitesse (*v*), on aura toujours  $\frac{s}{t} = v$ .

## PREMIERE CONSEQUENCE.

Donc si les tems sont égaux, les vitesses seront comme les espaces.

## SECONDE CONSEQUENCE.

Donc ces vitesses pourront être exprimées par ces espaces.

## PROPOSITION.

Dans tout le cercle la Force Centripete est toujours égale au quarré de la vitesse qui sert à le décrire, divisé par le rayon.

Je considère la Force Centripete dans le cercle comme tendante continuellement au centre du cercle, quoi qu'on la puisse considérer comme tendante à tout autre point: Mais dans le cas du Theorème de M. Newton, on ne la doit considérer que par rapport au centre.

Je suppose que le corps qu'on conçoit se mouvoir sur la circonference d'un cercle, se meut uniformément; ou, ce qui est la même chose, qu'il parcourt des espaces proportionnels aux tems.

Ceci supposé, je démontre ainsi la Proposition.

## DEMONSTRATION.

Puisque la Force Centripete tend à chaque instant vers le centre du cercle, il est clair qu'elle est exprimée à chaque instant par les excès des secantes  $EB$  &  $HI$  &c.

Mais  $FB$  est  $= \frac{AF^2}{AC}$  par le Lemme précédent; donc la Force Centripete sera dans tous les points du cercle comme les quarrés des arcs infiniment petits  $AF$ ,  $FH$ , &c. divisés par le rayon  $AC$ .

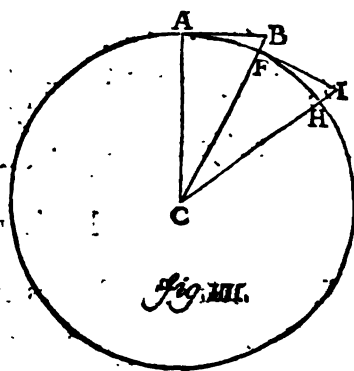


Fig. III.

Mais parcequ'on a supposé le mouvement uniforme, ces petits arcs égaux sont décrits en tems égaux; donc par la premiere Consequence de la Définition, ils seront comme les vitesses; donc par la seconde Consequence, ils peuvent exprimer ces vitesses; donc la Force Centripete ou Centrifuge est dans tous les points du cercle comme le quarré de la vitesse divisé par le rayon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

## AUTRE DÉMONSTRATION.

Il est aisé de démontrer la même chose de la Proposition générale. Car  $FB$  ou  $HI$  par cette Proposition est toujours comme  $fdt^2$ ; mais par le Lemme précédent  $FB$  est comme  $\frac{AF^2}{AC}$ ; donc  $\frac{AF^2}{AC}$  sera comme  $fdt^2$ ; donc en général dans toute sorte de cercle ( $f$ ) sera comme  $\frac{AF^2}{AC \times dt^2}$ , soit que les tems soient égaux ou inégaux. Mais en supposant le mouvement uniforme  $\frac{AF^2}{dt^2}$  sera  $= vv$ ; donc on aura comme dans la Proposition précédente  $\frac{vv}{AC} = \frac{AF^2}{AC} = f$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

## PREMIER COROLLAIRE.

Il est évident que la Force Centripete ou Centrifuge dans un cercle quelconque est par tout la même, puisque  $\frac{AF^2}{AC} = \frac{FH^2}{AC}$ . En un mot puisque les petits excès des secantes  $FB$  &  $HI$  &c. sont égaux.

## SECOND COROLLAIRE.

Donc dans deux cercles differens les Forces Centripetes seront entr'elles comme les quarrés des arcs parcourus en même tems, ou comme les quarrés des vitesses divisés chacun par le rayon de leur cercle; ou, ce qui est la même chose, en raison réciproque des rayons ou des circonferences.



ou  $\frac{V^2}{R} = \frac{v^2}{r}$ . Donc  $C : c :: V^2 : v^2$ ; & c'est le troisième Corollaire que j'ay tiré de ma Proposition, & le principe fondamental du nouveau Systême.

On voit clairement que ce principe se peut tirer assez naturellement du Theorême de M. Newton, & que ce Theorême même n'est qu'une conséquence de la Proposition que j'ay démontrée.

Comme l'Auteur du nouveau Systême ne suppose point que  $F$  soit  $= f$ , mais qu'il entreprend de démontrer cette égalité, j'ay cru que je pouvois ici proposer le doute qui m'est venu touchant sa démonstration.

Cet Auteur imagine un fluide homogène, c'est à dire d'une égale résistance par tout. Il suppose que toutes les parties de ce fluide sont en repos; & prenant deux points à discretion, l'un plus éloigné, & l'autre plus proche du centre, il les fait circuler autour de ce centre. En ce cas il démontre que les Forces Centrifuges sont égales, & voici le Lemme dont il se sert pour le démontrer.

#### LEMME page 14.\*

*Les Forces Centrifuges de plusieurs mobiles, qui dans un fluide de homogène font des circulations premières chacun avec différens degrés de vitesse, sont toutes égales entr'elles. Cela est évident, dit l'Auteur, puisqu'elles sont toutes égales à la résistance du fluide, laquelle est par tout la même dans un fluide homogène. Ce sont ses propres termes.*

\* Du nouveau Systême des Planètes par M. Villemou,.

Voici ma difficulté.

Ces corps en circulant cherchent à s'échaper par les tangentes de leurs cercles; donc le fluide ne résiste à ces corps que suivant la direction de ces tangentes: mais la résistance en ce sens ne contribue en rien à la Force Centripète, de quelque densité que l'on suppose le fluide; donc l'homogénéité du fluide ne contribue en rien pour approcher ou pour écarter ces corps du centre.

#### QUATRIÈME COROLLAIRE.

Nous avons pris pour tems des révolutions entières  $T$ ,

Ppp ilj

486 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 dans le grand cercle, & ( $t$ ) dans le petit: mais le tems est  
 toujours comme l'espace divisé par la vitesse, donc on  
 aura  $T = \frac{C}{V}$  dans le grand cercle, &  $t = \frac{c}{v}$  dans le petit;  
 donc aussi  $V = \frac{C}{T}$  dans le grand, &  $v = \frac{c}{t}$  dans le petit:  
 mais (par le second Corollaire)  $F : f :: \frac{VV}{C} : \frac{vv}{c}$ ; donc en  
 mettant  $\frac{CC}{TT}$  pour  $V^2$ , &  $\frac{cc}{tt}$  pour  $v^2$ , on aura  $F : f :: \frac{C}{TT} : \frac{c}{tt} ::$   
 $ctt : CTT$ ; c'est à dire que les Forces Centripetes sont  
 encore entr'elles en raison directe des circonferences, &  
 en raison réciproque des quarrés des tems des révolu-  
 tions entieres.

#### CINQUIÈME COROLLAIRE.

Donc si les révolutions entieres se font en tems égaux,  
 c'est à dire, si  $T = t$ , on aura  $F : f :: C : c :: R : r :: V : v$ .  
 Car  $\frac{C}{V}$  sera  $= \frac{c}{v}$ , c'est à dire, qu'en ce cas les Forces Cen-  
 tripetes sont entr'elles en raison directe des rayons ou  
 des vitesses.

#### SIXIÈME COROLLAIRE.

Si les quarrés des tems des révolutions entieres sont en  
 raison directe des rayons ou des circonferences, les For-  
 ces Centripetes seront égales.

Si  $T^2 :: t^2 :: R : r :: C : c$ ; donc  $T^2 c = t^2 C$ ; donc (par le  
 quatrième Corollaire) puisque  $F : f :: t^2 C : T^2 c$ ,  $F$  sera  
 $= f$ ; donc dans le cas du principe fondamental du nou-  
 veau Systême, les quarrés des tems periodiques sont en-  
 tr'eux comme les circonferences ou comme les rayons.

#### SEPTIÈME COROLLAIRE.

Si  $T : t :: R : r$ , on aura (par le quatrième Corollaire)  
 $F : f :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r} :: r : R$ , c'est à dire, que les Forces Centri-  
 petes seront entr'elles en raison réciproque des distan-  
 ces: mais (par le second Corollaire)  $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$ ; donc

$\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r : R$  ; donc en multipliant les extrêmes & les moïens  $V^2 = v^2$  ; donc  $V = v$ , c'est à dire, qu'en ce cas les vitesses des corps seront égales.

## HUITIÈME COROLLAIRE.

Si  $T^2 : t^2 :: R^3 : r^3$ , on aura  $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$ . Car (par le quatrième Corollaire)  $F : f :: \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ , ou  $\frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3}$  ; donc  $F : f :: \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} :: r^2 : R^2$ , c'est à dire que les Forces Centripètes seront en raison réciproque des quarrés des distances. Mais (par le second Corollaire)  $F : f :: \frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$  ; donc en ce cas  $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$  ; donc en multipliant les extrêmes & les moïens, on aura  $V^2 R = v^2 r$  ; donc  $V^2 : v^2 :: r : R$ , c'est à dire les quarrés des vitesses en raison réciproque des distances ou des rayons ; donc  $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$ , c'est à dire les vitesses en raison réciproque des racines des rayons ou des distances.

## NEUVIÈME COROLLAIRE.

Donc si par hypothèse ou autrement l'on sçait que les vitesses des Planetes sont en raison réciproque des racines de leurs distances au centre, on démontrera que leurs tems periodiques seront entr'eux comme les cubes des distances ou des rayons. Car si  $V : v :: \sqrt{r} : \sqrt{R}$ , on aura  $V^3 : v^3 :: r : R$  ; donc  $V^3 : v^3 :: r^3 : R^3 :: t^2 : T^2$ , ce qui donneroit en ce cas-là la solution du Problème de Kepler.

Les Corollaires 4, 5, 6, 7, 8, sont de M. Newton : mais outre que j'y joints la démonstration qui ne s'y trouve point, j'ay été bien aise de faire voir qu'ils renferment la démonstration du Problème de Kepler.

J'espère joindre à ce Mémoire bien des choses qui m'ont paru pouvoir être de quelque utilité par raport à l'Astronomie.



## DISSERTATION

SUR

## UNE ROSE MONSTRUEUSE.

PAR M. MARCHANT.

1707.  
17. Août.

**L**es monstres sont plus ordinaires & plus bizarres dans les Plantes que dans les Animaux, parceque les differens sucs s'y dérangent & s'y confondent plus aisément. Cependant on y fait peu d'attention : mais un Physicien ne doit rien négliger, surtout lorsqu'il peut trouver dans les choses ordinaires dequoi rendre raison des effets surprenans que les combinaisons différentes produisent dans la nature. C'est ce qui m'a déterminé à rapporter la conformation d'une Rose qui m'a paru singulière, & digne des reflexions de ceux qui étudient la nature.

Le treizième du mois de Juillet, je remarquai qu'au bas d'une des tiges d'un Rosier taillé en buisson, il sortoit une fleur *A* portée par un pedicule long de sept à huit pouces, gros d'une ligne dans toute sa longueur, qui au lieu de se terminer par un bouton qu'on appelle vulgairement le cul de la Rose, produisoit une fleur, soutenue par cinq feuilles vertes en côte *B* longues de plus d'un pouce, qui chacune portoient trois feuilles dentelées en dents de scie. La feuille qui terminoit chaque côte étoit de figure ovale, longue d'un pouce : les deux feuilles inferieures qui étoient directement opposées l'une à l'autre, n'avoient que le tiers de la grandeur de la premiere, & toutes ensemble ressembloient assez aux autres feuilles du même Rosier.

Sur ces feuilles étoit immédiatement posé une Rose sans calice *C*, composée de quatorze feuilles, bien rangées les unes près les autres, de la figure, de la couleur & de l'odeur des Roses, & du centre de ces feuilles, au  
lieu

lieu des filets qui occupent ordinairement le milieu de cette fleur, il s'élevoit une branche de Rosier *D* ; longue de deux à trois pouces, grosse d'une ligne par sa base, de couleur verd rougeâtre & lisse jusques vers son milieu, mais verte & épineuse dans le reste de sa longueur, alternativement garnie par le bas de sept feuilles, d'un rouge plus vif que celles de dessous qui composoient la fleur, toutefois plus petites & un peu recoquillées par les bords.

Le haut de cette branche étoit garni de quatre feuilles en côte *E*, aussi alternativement situées autour de la branche, portant chacune cinq feuilles, d'un verd rougeâtre, rangées à la maniere des feuilles de Rosier, mais plus petites, & demi pliées, ainsi qu'on les voit dans les nouvelles ponces ou bourgeons des Rosiers.

La monstruosité de cette fleur consiste, 1<sup>o</sup>. En ce que, au lieu du bouton ou pericarpe, qui ordinairement termine le pedicule de la Rose, & où les graines sont contenues, il y avoit cinq feuilles en côte, qui soutenoient la fleur, & qui en cet endroit tenoient lieu de calice. 2<sup>o</sup>. Qu'à la place des filets, des sommets, & des autres petits corps charnus, qui dans l'état naturel occupent le milieu de la Rose, on remarquoit un bourgeon qui s'élevoit, & commençoit à former une branche, qui vraisemblablement seroit devenuë par la suite, une branche ligneuse, d'une grosseur, & d'une longueur considerable, ainsi que les Rosiers de cette espece en produisent.

Ce phenomene me parut d'autant plus curieux qu'il est fort different d'une Rose monstrueuse, dont il est fait mention dans les Journaux des Sçavans pour l'année 1679, & que c'est pour la seconde fois en des années differentes, que je fais une semblable remarque sur le même Rosier ; ce que j'ay vû arriver routes les deux fois, après que le temps des Roses est passé, & après qu'on a tondu les Rosiers en buisson, ainsi qu'on le doit faire, à la fin du mois de Juin, quand on veut que les Rosiers se regarnissent du pied, & qu'ils poussent abondamment des

fleurs l'année suivante. Car par cette tonture on arrête les jets gourmands, ainsi que les nomment les Jardiniers, ce qui fait que les bourgeons du bas de l'arbrisseau se fortifient, & c'est de ces bourgeons que sortent ordinairement les fleurs, qui paroissent l'année suivante; au lieu que si on laissoit la liberté à ces grands brins de pousser & de se fortifier, ils ne produiroient que beaucoup de bois, & fort peu de fleurs.

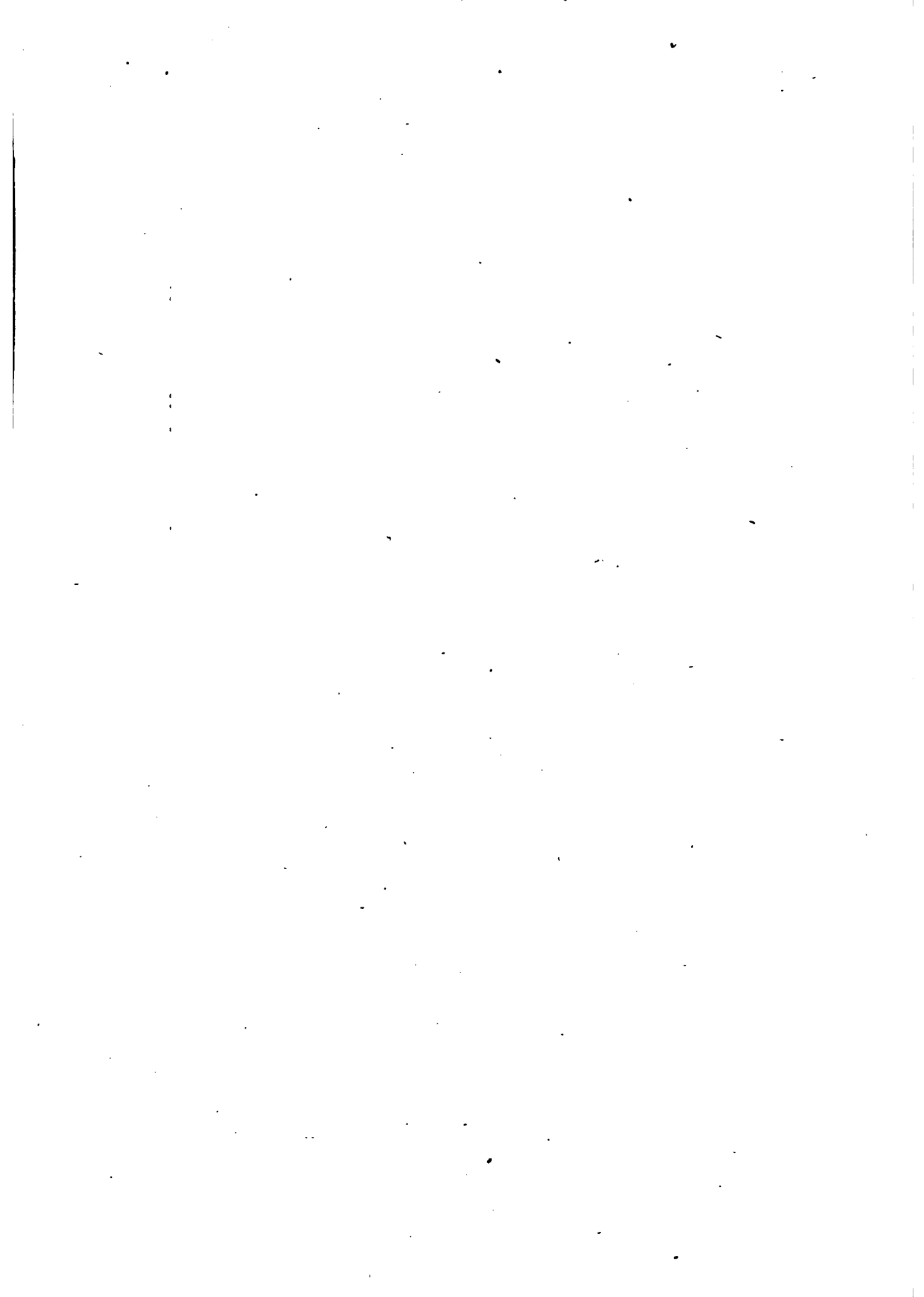
Il n'y a guere d'apparence que la graine qui dès le commencement du monde (suivant l'opinion de quelques Sçavans) étoit, dis-je, destinée à produire ce Rosier, eut des vaisseaux tissus de telle maniere, qu'ils dussent faire sortir une branche du milieu d'une fleur, autrement ce Rosier auroit toujours produit de semblables Roses depuis qu'il est en nature; & en ce cas il auroit fait une espèce particuliere de Rosier, comme nous voyons plusieurs especes de Plantes, qui portent régulièrement des fleurs qui sortent les unes de dedans les autres.

Il semble au contraire, par ce qui a été di-cy-devant, que la taille qu'on fait à ces arbrisseaux, pourroit fort bien avoir contribué à la production de cette fleur monstrueuse, en interceptant la circulation de la seve; car les sucs qui étoient destinez à la nourriture des branches qu'on a coupées, ayant été arrêtez, ont abondamment reflué dans les bourgeons, & dans les petites branches qui sont au bas des tiges; & y ont forcé & déchiré quelques brins, d'où il est arrivé une extravasation qui a confondu les sucs, & par ce mélange a formé cette monstruosité, jusqu'à ce que la seve étant peu à peu rentrée dans ses conduits ordinaires, & ayant rencontré des vaisseaux bien organisez, ou les sucs retenus, y ont recommencé une vegetation réglée, pour la production des parties de la plante auxquelles ils étoient destinez.

On objectera peut-être que par la même raison, tous les Rosiers tondus en buisson, ou que d'autres arbrisseaux étant ainsi taillez, devroient produire des fleurs mon-

**I**

**B**



traveuses, mais à cela on peut dire que les Animaux portent des monstres, & qu'il ne s'ensuit pas pour cela qu'ils en doivent tous porter, non plus que les Plantes, d'autant que ces sortes de choses sont contre nature, d'où il résulte que toutes les productions extraordinaires qui se trouvent dans les Animaux & dans les Plantes, n'arrivent que par quelque dérangement des sucs & même des parties, lesquelles par l'analogie qu'elles ont entr'elles, & par le principe de totalité des parties qui les composent, suppléent souvent les unes aux autres, ainsi que j'en ay déjà remarqué, dans quelques productions beaucoup plus extraordinaires que celle-cy, dont il est parlé dans les Memoires de l'Academie pour les années 1692 & 1693 touchant le Chêne, & concernant la Plante appelée Fraxinelle.

## QUESTION DE CHIRURGIE.

SCAVOIR :

*Si le Glaucoma & la Cataracte sont deux différentes, ou une seule & même maladie.*

PAR M. MERY.

**L**Es anciens Operateurs pour ces sortes de maladies ont tous été convaincus que le Glaucoma & la Cataracte sont deux maladies essentiellement différentes l'une de l'autre. L'expérience leur avoit appris que le Glaucoma est une alteration du cristalin qui lui ôte sa transparence, & que la Cataracte n'est qu'une taye ou pellicule qui se forme dans l'humeur aqueuse, & qui se plaçant au devant du cristalin, bouche le trou de la prunelle, & empêche de voir.

Cette opinion a regné depuis Galien jusqu'au milieu du dernier Siècle ou environ. Ce ne fut que dans ce tems-

là que quelques Operateurs Oculistes de Paris commencerent à l'abandonner, & crurent que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie.

3. *Edition.* Cette opinion trouva dans sa nouveauté des partisans fameux entre les Chirurgiens Oculistes, & même parmi les Philosophes de cette grande Ville. L'illustre Rohault qui y brilloit alors par les sçavantes conférences qu'il y faisoit, & qui a rendu son nom recommandable à la postérité par l'excellent Ouvrage qu'il a donné au public, embrassa ce sentiment, comme on le peut voir dans le premier Tome de sa Physique pag. 416. où il dit : *Que la Cataracte n'est pas une taye qui se forme au devant de l'humeur cristalline, comme on s'a cru fort long-tems ; mais bien une alteration de cette-humeur même, qui a entièrement perdu sa transparence.*

Cependant ni la nouveauté d'abord séduisante, ni le suffrage de ce grand Philosophe ne furent pas assez puissans pour donner un long cours à cette opinion naissante. Elle fut peu suivie. Elle tomba même si fort dans l'oubli, que deux Auteurs du Siècle présent n'en ayant rien appris, mais à qui la même pensée est venue dans l'esprit presque en même tems, se disputent aujourd'huy l'un à l'autre cette découverte, que le Glaucoma & la Cataracte ne sont qu'une seule & même maladie. Delà vient que tous deux soutiennent que c'est toujours le cristalin qu'on abat en abattant la Cataracte ; d'où ils tirent cette conséquence, que puisque les malades voient après le déplacement du cristalin, ce corps n'est pas absolument nécessaire à la vision.

Pour décider qui des anciens ou de ces modernes se trompe, il ne faut que s'assurer, si certainement la Cataracte prise pour une taye ou petite peau, peut ou non se former dans l'œil sans l'obscurcissement du cristalin qu'on appelle Glaucoma, & celui-cy sans l'autre, & si le cristalin étant abattu les malades perdent la vue pour toujours, ou la recouvrent. Car de ces deux faits avérés vrais ou faux, dépend tout le dénouement de la question proposée.

Pour faire cette recherche je me servirai seulement de quelques Observations que je vais rapporter, sans y mêler aucuns raisonnemens d'Optique; parcequ'ils ne sont que trop souvent sujets à des contradictions qui tiennent l'esprit suspendu, & l'empêchent de prendre parti\*; au lieu qu'on ne peut, sans une prévention invincible, s'empêcher de se rendre d'abord à l'évidence des faits qui tombent sous les yeux, & de recevoir les conséquences qui en sont directement tirées.

*Premiere Observation.* Un homme de Sedan âgé de quarante ans ou environ, après avoir perdu la vûe de l'œil gauche par l'obscurcissement de tout le cristalin devenu plâtreux; & aussi blanc & opaque que le peut être celui d'un poisson bouilli, fut ensuite attaqué d'une ophtalmie fort considerable & tres-douloureuse à l'occasion de ce cristalin glaucomatique sorti par le trou de la prunelle, & placé vis à vis d'elle entre l'iris & la cornée transparente.

Ce pauvre homme n'ayant pû trouver en son pais de remedes contre cette maladie qui l'affligeoit cruellement, prit la résolution de venir chercher du secours à Paris. Pour cet effet il s'adressa au Frere Charles S. Yves Chirurgien & Apoticaire des Reverends Peres de S. Lazarre, homme tres-éclairé dans les maladies des yeux, & grand abatteur de Cataractes, mais zelé sectateur des anciens. Le jour pris avec le malade pour l'operation qu'il lui devoit faire, ce Frere m'en avertit, & je m'y trouva.

Etant assemblez, le malade nous dit que son cristalin glaucomatique, qui s'étoit détaché du corps vitré, avoit plusieurs fois passé & repassé par le trou de la prunelle; que toutes les fois qu'il se plaçoit au devant de l'iris, il survenoit à la conjonctive une inflammation & une douleur qui lui étoient insupportables; mais que quand ce corps se replaçoit derriere cette membrane, ces violens accidens cessoient aussi-tôt, ce qui lui rendoit la tranquillité.

Enfin il nous dit que ce glaucoma se plongeoit tantôt dans le bas de l'humeur aqueuse, & que tantôt il venoit,

\* Messieurs  
Rohanle,  
Brisseau,  
An:hoine,  
s'assienent  
qu'on peut  
voir sans  
cristalin.  
D'autres  
Philoso:hes  
& d'a:tres  
Operateurs  
s'assienent  
le contraire.



en se relevant, en occuper le milieu; qu'en cette dernière situation il ne pouvoit avoir de son œil malade aucun sentiment de lumière: mais que quand il abandonnoit ce milieu, en se replongeant, son œil étoit frappé d'une sombre lueur sans pourtant appercevoir les objets qui lui étoient présentez, de même qu'il arrive à ceux, qui ayant l'œil sain, en tiennent les paupieres fermées à la lumière.

Pour guerir à fond l'ophtalmie douloureuse dont ce pauvre homme étoit affligé, nous jugeâmes à propos de lui ôter ce glaucoma placé alors entre l'iris & la cornée transparente, afin d'empêcher les récidives de cette fâcheuse inflammation qui le tourmentoit.

Pour le tirer sans peine, Frere Charles S. Yves fit d'abord une incision à la cornée qui traversoit presque entièrement cette membrane; il se servit ensuite de l'éguille pour tirer ce glaucoma en dehors par l'ouverture qu'il avoit faite: mais comme ce corps ne pût soutenir l'effort de cet instrument, & qu'il se brisa en plusieurs fragmens, parceque ses parties avoient peu de liaison les unes avec les autres, il fut obligé d'employer une petite curette pour l'enlever, & ce moïen lui réussit fort heureusement. Ce fut le 20 Fevrier 1707 qu'il fit cette operation, pendant laquelle trois choses arriverent.

1°. L'humeur aqueuse s'écoula toute par l'ouverture faite à la cornée transparente. 2°. Cette membrane devint concave en dehors & convexe en dedans de l'œil, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la sortie du glaucoma & à l'écoulement de l'humeur aqueuse; mais la cornée reprenoit sa figure ordinaire quand on pressoit le globe de l'œil par les côtes, & elle la perdoit si-tôt qu'on cessoit de le comprimer. 3°. Le corps vitré se presenta au trou de la prunelle.

L'operation étant faite, on appliqua seulement sur l'œil malade une compresse trempée dans deux parties d'eau pure, & une partie d'eau de vie mêlées ensemble, ce qu'on continua de faire jusqu'à parfaite guerison.

Le second Mars, qui fut l'onzième jour d'après l'opération, je revis le malade, & je trouvay que la cornée qui avoit été divisée par la lancette, s'étoit déjà réunie, qu'elle avoit repris sa convexité ordinaire, parceque l'humeur aqueuse s'étoit renouvelée, ce qu'on m'assura être arrivé deux jours après l'incision qui y fut faite, & le dix-septième du même mois de Mars le malade vint me voir, étant prêt de s'en retourner à Sedan où il avoit son établissement.

J'examinay alors avec plus d'attention que je n'avois fait auparavant l'œil d'où le glaucoma avoit été tiré, & je vis qu'à la division de la cornée transparente avoit succédé une petite cicatrice blanche & opaque qui n'avoit pas un quart de ligne de large, mais dont la longueur occupoit presque tout le diamètre de cette membrane. La rougeur de la conjonctive ne s'étoit point encore dissipée entièrement, quoique la douleur eut cessé tout à fait bien-tôt après l'opération.

Enfin comparant son œil malade avec le sain, je trouvay celui-cy un peu plus gros que l'autre, & sa cornée transparente moins relevée en dehors que celle de l'œil malade; mais je ne remarquay aucune différence entre les prunelles de ces deux yeux. La couleur qui paroissoit au-delà de ces deux trous, étoit la même dans l'un & dans l'autre, le malade ne voyoit cependant que de son œil sain les objets qui lui étoient presentez, & n'en pouvoit distinguer aucun de l'œil d'où on lui avoit tiré le glaucoma; ce qui donne lieu de croire que le cristalin est absolument nécessaire à la vision, & que ce n'est pas ce corps qu'on a abattu, mais une cataracte quand les malades recouvrent la vûë. Le glaucoma & la cataracte sont donc deux maladies essentiellement différentes. C'est ce que je vais démontrer par la seconde Observation.

*Seconde Observation.* Le 28 May 1707 M. Litre apporta à l'Académie la portion de la cornée opaque jointe à toute sa partie transparente, & fit voir à l'Assemblée le trou de la prunelle fermé par une cataracte ou pellicule

unie à toute la circonference interne du cercle de l'iris qui est opaque, & assura la Compagnie que le cristalin de l'œil de la personne d'où il avoit séparé ces membranes, avoit conservé même jusqu'après la mort toute sa transparence. Il est donc indubitable que le glaucoma, qui n'est qu'un obscurcissement du cristalin, est une maladie essentiellement différente de la cataracte. C'est ce que confirme encore cette troisième observation.

*Troisième Observation.* Il y a quelque tems qu'un Prêtre m'étant venu consulter pour une inflammation de l'œil, j'y remarquay une cataracte membraneuse de trois lignes de diametre ou environ, exactement ronde, mais plate, placée entre l'iris & la cornée transparente. Cette cataracte flotoit au moindre mouvement de l'œil, dans l'humeur aqueuse au-dessous de la prunelle qu'elle bonchoit en partie, & causoit à la conjonctive une ophthalmie douloureuse, comme faisoit le glaucoma de l'homme de Sedan dont j'ay parlé dans la premiere Observation.

D'ailleurs j'appris de ce Prêtre que sa cataracte avoit été située autrefois derriere l'iris, qu'elle lui a été abattue, & a demeuré cachée pendant une espace de tems considerable; & qu'elle n'est remontée, n'a reparu, & n'a passé par le trou de la prunelle que deux ans après l'operation. Cette troisième Observation, de même que la seconde, sont donc deux preuves de fait qui montrent évidemment que le glaucoma est une maladie essentiellement différente de la cataracte, puisque celle-cy est une pellicule ou taye qui se forme dans l'humeur aqueuse, & se place ordinairement au derriere de la prunelle. Aussi voit-on souvent la cataracte se rouler pendant l'operation autour de l'éguille qui l'abat, & se développer ensuite; ce qui ne peut jamais arriver au glaucoma à cause de sa solidité qu'on trouve toujours plus grande que celle du cristalin dans son état naturel.

L'opinion des anciens est donc vraie, & leur methode d'autant plus sûre qu'on rendra la vûe aux aveugles toutes les fois que sans blesser les membranes de l'œil, on  
ôtera

Ôtera de devant la prunelle la cataracte seule sans toucher au cristalin , pourvû que les humeurs conservent leur transparence.

L'opinion des modernes est donc fausse , & leur methode d'autant plus dangereuse qu'en la suivant , on ne peut pas manquer de rendre aveugles pour toujours , tous ceux à qui on déplacera le cristalin ; d'où je tire cette conséquence , que si la cataracte n'étoit autre chose que le cristalin même obscurci , il seroit inutile de l'abatre , puisqu'étant abattu , les malades restent privez de la vûe comme auparavant.

Quoique cette conséquence soit conforme au sentiment des plus sçavans Opticiens & des plus habiles Operateurs , je n'oserois pas cependant assurer que le déplacement du cristalin cause toujours la perte de la vûe , comme ils se l'imaginent.

M. Anthoine , homme trop sincere pour en imposer au public , & trop habile Anatomiste pour se tromper dans une dissection d'œil qu'il a faite , où il ne s'agissoit que d'examiner quelle place occupoit le glaucoma qu'il avoit abattu , nous rapporte dans le troisième Chap. de son Traité des maladies de l'œil , cinq operations , par lesquelles il démontre effectivement que le cristalin n'est pas absolument nécessaire à la vision ; puisqu'après l'avoir abattu , tous ces malades ont recouvert la vûe. Et pour prévenir l'objection qu'on auroit pû lui faire , qu'il se seroit mépris en prenant une taye pour un glaucoma , il assure dans le rapport qu'il fait de la quatrième & cinquième operation , avoir trouvé après la mort d'une pauvre femme , deux cristalins glaucomatiques qu'il lui avoit abattus deux mois auparavant , hors de leur place naturelle , & situez en dessous entre le corps vitré & l'uvée , où il les avoit rangez avec l'éguille. Or comme cette femme a toujours vû depuis l'operation jusqu'à sa mort , on ne peut donc pas douter d'un fait si circonstantié , ni dire , sans soupçonner M. Anthoine de mauvaise foy , qu'il est impossible ; d'autant moins qu'il prétend même en

avoir démontré la possibilité par les regles de l'Optique.

Mais de ce que les malades à qui il a abattu le cristalin ont-vû après l'avoir déplacé, il ne s'ensuit nullement que le glaucoma & la cataracte ne soient qu'une seule & même maladie, comme il le prétend, puisque M. Litre a fait voir à l'Academie une cataracte fermant le trou de la prunelle, sans aucun obscurcissement du cristalin. A ces trois Observations que je viens de rapporter, j'en ajouteray une quatrième, qui me paroît curieuse par des circonstances particulieres dont on peut tirer quelque lumiere pour se conduire dans la cure de ces sortes de maladies.

*Quatrième Observation.* Sur la fin du mois d'Avril, une pauvre femme vint à l'Hôtel-Dieu affligée d'un bubonocelle; on en fit l'operation, ce qui ne l'empêcha pas de mourir quelques jours après, quoique l'operation eût été parfaitement bien faite. Elle avoit d'ailleurs un glaucoma à l'œil gauche. Après sa mort je lui enlevay cet œil, pour examiner plus particulièrement cette maladie que je n'avois fait la première fois. Voici le procédé que j'ay tenu dans cette recherche & mes Observations.

J'enlevay d'abord toute la cornée transparente par une incision circulaire, & je fus surpris de ne point voir l'humeur aqueuse s'écouler comme dans l'operation que fit Frere Charles de S. Yves à l'homme de Sedan, dont il a été parlé, qui avoit une semblable maladie. Mais ma surprise cessa, quand ayant fait ensuite une pareille coupe à la cornée opaque, à la coroïde & à la retine, je vis cette humeur se répandre en abondance, & la partie antérieure de l'iris si intimement unie à la surface postérieure de ce glaucoma, qu'ayant voulu le tirer de sa place, l'iris se separa tout entier de la coroïde, & le suivit.

Je reconnus aussi-tôt que l'union de l'iris avec ce glaucoma qui bouchoit entierement le trou de la prunelle, étoit l'unique cause qui empêchoit l'humeur aqueuse de passer du derriere au devant de l'iris, pour remplir la place de celle qui s'étoit dissipée par insensible transpira-

tion depuis leur adhérence ; au lieu que dans l'œil de l'homme de Sedan le cristalin n'étant point adhérent à l'iris, mais flottant dans l'humeur aqueuse, cette liqueur pouvoit passer librement par le trou de la prunelle ; delà vint que pendant l'opération elle s'écoula toute par l'ouverture qui fut faite à la cornée transparente.

Après avoir enlevé le cristalin glaucomatique de l'œil de cette femme, je remarquay que sa partie postérieure n'étoit découverte que de la grandeur de la prunelle. Ce trou n'avoit tout au plus qu'une ligne & demie de diamètre ; de sorte que l'iris qui étoit unie au glaucoma en couvroit la plus grande partie. Par devant ce corps étoit tout à nud, ce qui me fit connoître qu'il avoit passé par le trou de la prunelle avant de se joindre à l'iris. Le volume de ce cristalin glaucomatique s'étoit diminué de plus de moitié en se desséchant ; sa surface étoit devenue toute raboteuse, sa consistance approchoit de celle de la pierre, & il n'avoit rien conservé de sa première transparence, elle avoit toute dégénéré en un blanc tout à fait opaque.

Cet examen fini, faisant ensuite réflexion sur ce qu'il ne se trouva point d'humeur aqueuse entre la cornée transparente & le devant de l'iris, je conjecturai que la source en devoit être au-delà de l'iris. Cette conjecture excita ma curiosité, & je me mis à en rechercher l'origine.

Pour la découvrir je parcourus dans un autre sujet toutes les membranes propres de l'œil ; mais je n'y trouvay rien qui pût me satisfaire. A la fin je remarquay autour du cristalin, par derrière, un grand nombre de très-petites glandes jointes aux fibres cilières ; mais toutes détachées du cristalin autour duquel elles forment une espèce de couronne. Ces petites glandes sont de couleur blanche, elles ont toutes une ligne de long ou environ sur un quart de large.

La découverte de ces petites glandes que j'avois toujours confonduës jusqu'icy, avec les fibres cilières, me

donna cette idée qu'elles pouvoient bien être la source d'où coule l'humeur aqueuse. Si cela est, comme il y a bien de l'apparence, il faut supposer que leurs petits vaisseaux excrétoires percent l'uvée dans l'endroit où cette membrane paroît s'unir avec les fibres cilières au cristallin, sans quoy ils ne peuvent décharger cette liqueur entre le cristallin & la cornée transparente, où se rencontre l'espace qui lui sert de réservoir.

Mais comme dans la recherche que j'ay faite de ces petits tuyaux qui ne peuvent avoir de long que l'épaisseur de l'uvée, qui est extrêmement mince, je n'ay pû les découvrir ; je ne donne cette idée que comme une conjecture fort probable, & non-pas pour une vérité démontrée.

Tâchons maintenant de tirer de ces Observations quelque lumière qui puisse servir à nous conduire avec sûreté dans l'opération qu'il faut faire pour ôter le glaucoma & abattre la cataracte. Le détachement de l'un & de l'autre d'avec l'iris, qu'on reconnoît par la dilatation & le rétrécissement de la prunelle, nous indique la possibilité de l'opération ; leur adhérence à cette membrane qui nous est marquée par son immobilité, nous prescrit de ne la point entreprendre. C'est ce que je vais mieux faire remarquer par un détail un peu plus long.

J'ay fait voir dans la première Observation un glaucoma flottant dans la partie de l'humeur aqueuse contenue entre l'iris & la cornée transparente. Ce cristallin obscurci a été tiré en dehors par une ouverture faite à la cornée, sans qu'il soit arrivé à l'œil aucun accident. On peut donc faire cette opération toutes les fois que le glaucoma se trouvera libre & en pareille situation, puisque l'humeur aqueuse se renouvelle aisément la plaie étant réunie, & que la difformité que laisse à l'œil la cicatrice qui lui succede, est beaucoup moins considérable que celle qu'y cause le glaucoma. On pourroit aussi tenter la même opération lorsque le glaucoma est placé derrière l'iris sans y être adhérent, quand même son diamètre se-

roit plus grand que celui de la prunelle, parceque ce trou de l'iris s'élargit aisément.

Dans la quatrième Observation j'ay montré encore un glaucoma dans la même situation que le premier ; mais si fort adhérent à l'iris, qu'en voulant le tirer, l'iris s'est détachée de l'uvée plutôt que d'abandonner le cristalin. Il faut donc bien se donner de garde, en pareille circonstance, de déplacer le glaucoma ; parceque l'œil sans l'iris seroit beaucoup plus difforme qu'avec le glaucoma.

Enfin dans la seconde Observation j'ay fait mention d'une cataracte unie à toute la circonférence interne du cercle que forme l'iris. On doit donc aussi en ce rencontre abandonner la cataracte, de crainte de ruiner l'iris. Mais si la cataracte ne lui est point unie, on peut l'abattre comme à l'ordinaire, on la tirer en dehors par une ouverture faite au bas de la cornée transparente, pour éviter que la cicatrice ne se trouve vis à vis la prunelle.

Ce dernier moyen, bien qu'inusité, mais que j'ay vu réussir en tirant hors de l'œil un glaucoma avec l'effusion de toute l'humeur aqueuse, me paroît du moins aussi sûr que le premier, dont on se sert pour abattre la cataracte, puisqu'on risque moins à tirer la cataracte en dehors qu'à l'abattre au dedans de l'œil, où on ne peut la retenir sûrement qu'en la poussant par bas au-delà de l'attache des fibres cilières avec le cristalin, ce qui cause ordinairement des accidens fort fâcheux ; au lieu qu'il ne paroît pas que l'incision de la cornée, ni la perte de l'humeur aqueuse en puisse produire ; parceque cette liqueur se répare aisément, & que la membrane que l'on coupe n'ayant point de vaisseaux, elle n'est pas sujette à l'inflammation comme les autres qui en sont remplis. Aussi ne voit-on point, de la cornée transparente coupée, sortir aucune goutte de sang.



## O B S E R V A T I O N

S U R

## UNE HYDROPIsie DE PERITOINE.

PAR M. LITRE.

1707.  
27. Aoust.

**U**Ne Dame morte le mois de Mars dernier à l'âge de 43 ans, qui étoit née avec une bonne constitution, & qui avoit toujours eu de l'embonpoint, s'étant aperçûë 4 ans avant sa mort que son ventre grossissoit peu à peu, fit pendant 2 ans plusieurs sortes de remedes qu'on lui conseilla, sans pourtant connoître la nature de son mal : elle prit entr'autres les Eaux de forges, & celles de Vic le Comte sur les lieux.

Son ventre ayant beaucoup grossi pendant ces 2 années, & personne n'en démêlant encore la cause, elle fit appeller M. Gelly mon confrere, qui l'ayant examinée, reconnut que sa maladie étoit une hydropisie humorale de ventre, & jugea dès-lors que l'amas de l'humeur qui la formoit, se faisoit dans une poche particuliere, qu'il croyoit être le peritoine. Fondé sur ce que la malade avoit conservé presque tout son embonpoint, qu'elle avoit le teint fleuri & les yeux brillans, qu'elle n'étoit nullement altérée, qu'elle avoit bon appetit, digeroit bien ses alimens, alloit tous les jours à la garderobe, & rendoit des matieres lottables, urinoit à l'ordinaire, & les urines étoient bien conditionnées : elle avoit aussi ses regles & dans le temps & en la quantité & qualité requises ; dormoit bien, ne sentoit aucune douleur, n'ayant en un mot d'autre incommodité que celle que lui pouvoient causer le poids & le volume extraordinaires de son ventre.

Cette Dame fut ensuite vûë par beaucoup d'autres Medecins, qui convenoient tous alors que sa maladie

étoit à la vérité une hydropisie de ventre ; mais qui soutenoient que l'humeur étoit contenuë dans la capacité comme dans la vraie ascite.

Dans cette vûë ils lui ordonnerent plusieurs remèdes & differens regimens, dont elle ne tira aucun avantage, son ventre grossissant toujours de plus en plus ; de sorte qu'étant parvenu à une grosseur démesurée, on fut obligé d'en venir à la ponction, qu'on réitera jusqu'à 13 fois durant les 2 dernières années de sa vie.

Dans la première ponction on lui tira 18 pintes de liqueur, qui avoit été plus de 2 ans à s'amasser : Elle étoit de la couleur d'un caphé fort léger & sans mauvaise odeur, sa consistance étoit tenuë ; mais elle devenoit épaisse comme de la gelée lorsqu'on en faisoit évaporer sur le feu.

Dans chacune des 8 ponctions suivantes on ne tira que 13 à 14 pintes de liqueur, qui ne differoit de celle de la première ponction, qu'en ce que la couleur alloit toujours en s'éclaircissant, de manière que dans la quatrième elle ressembloit à du petit lait clarifié.

Les 4 dernières ponctions ont été faites plus près les unes des autres, quoique la collection de la liqueur fut encore moindre de 2 à 3 pintes que dans les 8 précédentes, parceque la malade en étoit beaucoup incommodée. Cette liqueur étoit épaisse, puante & presque aussi blanche que du lait. L'épaisseur de la liqueur nous obligea à nous servir d'un troiquart fort gros, & sa puanteur à faire des injections vulnérables dans le ventre par la canule même, immédiatement après avoir vuïdé la liqueur qui faisoit l'hydropisie.

Un peu avant la neuvième ponction les regles manquèrent à la malade pour la première fois, & ne revinrent plus. Elle commença à sentir de grandes douleurs dans le ventre & à avoir la fièvre, & ces deux accidens continuèrent jusqu'à la mort.

Nous avons toujours observé qu'avant chaque ponction la tension du ventre étoit uniforme dans toute son étendue, & qu'après les 4 dernières principalement, on

sentoit & on voyoit même qu'il y avoit au-dessous des tegumens, à la partie supérieure antérieure de la région ombilicale, une tumeur dure, grosse d'environ 2 pouces, de figure demi-circulaire, & qui s'étendoit en travers d'un côté du ventre à l'autre.

Lorsqu'avant la ponction on frappoit le ventre au-dessus de la tumeur demi-circulaire, on n'y sentoit point de contre-coup, & on en sentoit au dessous. La liqueur qui faisoit l'hydropisie étant vidée par la ponction, les tegumens & les muscles du ventre dans toute la région ombilicale & dans les parties supérieure & moyenne de la région hypogastrique s'affaïssoient & se ridoyent beaucoup, & alors cette tumeur devenoit fort sensible.

La Dame étant morte, on fit l'ouverture de son cadavre. Nous trouvâmes dans le ventre plusieurs pintes de liqueur semblable à celle qu'on lui avoit tirée dans les dernières ponctions : elle étoit contenue dans un sac qui occupoit le devant du ventre depuis la partie inférieure jusqu'à 4 travers de doigt au-dessus du nombril.

La partie du peritoine qui tapisse intérieurement le ventre dans l'étendue cy-dessus marquée, étoit divisée suivant son épaisseur en 2 membranes, & formoit par cette division le sac dont il s'agit. Ces 2 membranes étoient de couleur un peu livide. L'extérieure avoit une épaisseur uniforme, qui étoit d'environ une ligne, & étoit restée attachée à la surface intérieure des muscles transverses. L'intérieure étoit d'une épaisseur inégale ; dans les endroits les plus minces, qui étoient les moins altérés, elle n'avoit qu'une demi-ligne ; & dans les plus épais & les plus altérés, elle alloit jusqu'à une ligne & demie. Cette membrane étoit libre par tout, excepté à l'endroit de la trompe gauche de la matrice, au bout de laquelle elle étoit fortement attachée.

La surface extérieure du sac, à la couleur près, étoit dans l'état naturel, & l'intérieure étoit inégale & ulcérée en plusieurs endroits, sur tout dans la partie qui étoit du côté de la cavité du ventre,

A la

A la surface interieure du sac, 2 pouces au-dessous du rein gauche, il y avoit une espece de tumeur, à peu près de la grosseur & de la figure d'un œuf de poule, composée de vesicules de figure presque ovale, grosses de 4 à 5 lignes, & pleines d'une humeur glaireuse & transparente.

Les tegumens & les muscles du ventre étoient flasques, & beaucoup plus minces à l'endroit du sac qu'ailleurs. La tumeur demi-circulaire, qui paroissoit si sensiblement avant l'ouverture du ventre, ne parut plus du tout après qu'elle eut été faite.

Ayant examiné le sac, nous passâmes aux parties qui étoient contenuës dans la capacité du ventre. Nous les trouvâmes toutes dans leur état naturel, excepté que la trompe gauche de la matrice étoit fort attachée au sac, & de la moitié plus longue que la droite; & que les parties des intestins ileon & colon, qui couvrent naturellement le corps des 3 vertebres inferieures des lombes & la partie superieure de la cavité du bassin de l'hypogastre, étoient déplacées, & poussées à droit & à gauche, & principalement vers le côté droit.

Il y a beaucoup d'apparence, que la maladie de cette Dame a commencé par la tumeur que nous avons remarquée dans le sac, & qui étoit située du côté du rein gauche. Cette tumeur vrai-semblablement n'étoit autre chose, que quelques-unes des glandes contenuës dans l'épaisseur du peritoine, qui ayant peu à peu grossi à l'occasion de quelque obstruction, compression, &c. avoient insensiblement écarté les plans des fibres du peritoine, entre lesquels elles étoient placées. D'où il est arrivé, que le conduit excretoire de plusieurs glandes s'est apparemment rompu, le corps de ces glandes demeurant attaché avec une portion de leur conduit excretoire à la partie du peritoine, qui étoit adherante aux muscles transverses, pendant que l'extrémité des mêmes conduits étoit restée unie à l'autre partie du peritoine.

Cela étant supposé, il est aisé de comprendre que la li-

*Conjectures  
sur la forma-  
tion du sac  
& de l'hy-  
dropisie de  
cette Dame.*

queur filtrée par les glandes du peritoine, ne tomboit plus dans la capacité du ventre, mais dans le vuide formé par la separation des fibres du peritoine; qu'elle y tomboit dans une quantité d'autant plus grande, que ces glandes étoient tumefiées, & que la partie des conduits excretoires, qui étoit restée continuë au corps des glandes, n'avoit point cette maniere de sphincter qu'ils ont à leur extrémité pour en moderer l'écoulement. Ainsi la liqueur devoit s'échaper, à mesure qu'elle étoit filtrée, ce qui rendoit la filtration beaucoup plus abondante.

A proportion que cette liqueur s'épanchoit, elle écartoit par son volume les 2 plans des fibres, dont la separation étoit déjà commencée. A mesure que cette separation augmentoit, il se rompoit des conduits excretoires d'autres glandes; de sorte que les 2 plans des fibres du peritoine s'écartoient à proportion qu'il s'épanchoit plus de liqueur, & qu'il s'épanchoit plus de liqueur à mesure que la separation de ces fibres devenoit plus grande. Ainsi l'épanchement de liqueur entre les 2 plans des fibres du peritoine, faisoit l'hydropisie de cette Dame.

La collection de la liqueur dans le sac du peritoine jusqu'à la premiere ponction, a été plus de 2 ans à se faire; parceque les conduits excretoires des glandes de cette membrane ne se sont rompus que lentement & successivement les uns après les autres, à cause que la résistance que ces conduits faisoient à leur rupture, étoit secondée par celle que les fibres du peritoine, entre lesquelles ils étoient placés, apportent à leur division.

Mais ces conduits excretoires ayant une fois été rompus dans l'étendue du peritoine, où les 2 plans des fibres avoient été divisés, la collection d'une pareille quantité de liqueur a dû pour lors se faire en beaucoup moins de temps; aussi a-t-on été obligé de faire les ponctions suivantes beaucoup plus près les unes des autres, puisqu'il y avoit plus de 2 ans que l'hydropisie avoit commencé lorsqu'on a fait la premiere ponction, & qu'on a fait les 12 suivantes dans l'espace de 2 autres années.

La liqueur qu'on a tirée par la première ponction étoit brune, apparemment à cause du long séjour qu'elle avoit fait dans le sac. Ce qui paroît confirmer cette conjecture est, que la liqueur tirée dans les 8 ponctions suivantes, qu'on faisoit toujours de plus près en plus près, étoit toujours de plus claire en plus claire.

Enfin la liqueur qu'on a tirée par les 4 dernières ponctions, étoit blanche, épaisse & puante. Elle étoit blanche & épaisse, principalement à cause du pus & des glaires qu'elle contenoit en grande quantité. Elle étoit puante par l'exaltation de ses souffres salins, que le long séjour & la chaleur des parties voisines y avoient causée.

Les ulcères du sac du peritoine étoient la cause du pus contenu dans sa cavité, & ils étoient eux-mêmes l'effet des sels dissous & dégagés de la liqueur enfermée dans la même cavité. Ces sels irritant & rongant les fibres du sac, étoient encore la cause de la douleur que la malade sentoit dans le ventre; & une partie des mêmes sels refluant dans la masse du sang, y produisoit la fièvre, en y excitant une fermentation contre nature.

Tous ces accidens n'ont commencé qu'entre la neuvième & la dixième ponction; parceque les liqueurs qui se sont amassées dans le sac entre les 8 ponctions précédentes, ont eu besoin de tout ce temps-là pour acquiescer une aigreur capable de les produire. Voici comme je conçois que la chose a pû arriver.

Quoique la liqueur qui s'est amassée dans le sac du peritoine avant la première ponction fut douce en y tombant, que d'abord elle n'y en ait point trouvé d'aigre, & que le sac ne fut pas non-plus empreint d'aucune aigreur, il n'est pas aisé de comprendre, que cette liqueur y ait séjourné pendant plus de 2 ans, sans que quelques-unes de ses parties salines se soient enfin dégagées des autres principes par la longueur de son séjour & par la chaleur des parties voisines, & que par-là elles lui aient imprimé quelque aigreur.

D'ailleurs parce qu'après toutes les ponctions des hy-

dropiques, il reste toujours une portion de la liqueur, quelque soin qu'on prenne pour la vider entierement; & que celle qui resta après la premiere ponction de cette Dame étant aigre, elle a dû aigrir la liqueur qui s'est amassée dans le sac entre cette ponction & la seconde, à mesure qu'elle y est tombée. Par conséquent celle-cy a contracté en peu de temps plus d'aigreur que celles-là dans l'espace d'environ 2 années. D'autant plus que dans le temps qu'on vuidoit la liqueur du sac par la canule, il s'y est glissé de l'air, dont une partie s'étant trouvée mêlée avec la liqueur qui étoit restée dans le sac après la premiere ponction, l'a dû alterer & en augmenter l'aigreur; ce qui est sans doute arrivé aussi dans les ponctions suivantes.

Or la liqueur de la seconde collection ayant plus d'aigreur que celle de la premiere, ce qui en est resté dans le sac après la seconde ponction, a dû avoir plus d'aigreur que le résidu de la premiere, & par conséquent aigrir davantage la liqueur qui s'est amassée entre la seconde & la troisième ponction; & les liqueurs qui se sont amassées entre les ponctions suivantes s'aigrissant ainsi de plus en plus, on ne doit pas être surpris si celle qui s'est amassée entre la neuvième & la dixième ponction, étoit parvenue à un degré d'aigreur capable de causer les ulcères, la douleur, la fièvre, &c. de la malade.

Ce qu'on appelle le contre-coup, & qui est le principal signe de la vraie hydropisie ascite, étoit fort sensible dans les regions hypogastrique & umbilicale; & on ne le sentoit point du tout dans la region epigastrique; parce que le sac qui contenoit la liqueur, & qui auroit dû transmettre le coup d'un côté à l'autre, se terminoit à la partie supérieure de la region umbilicale.

A l'égard de la tumeur demi-circulaire, qui étoit si sensible immédiatement après chacune des 3 dernieres ponctions, auxquelles seulement j'ay assisté, & dont nous n'avons cependant observé aucun vestige après l'ouverture du ventre, elle étoit vrai semblablement formée par

le sac du peritoine , qui se fronçoit & se ramassoit en sa partie superieure , à mesure qu'on en vuidoit la liqueur.

Ce froncement pouvoit être causé par la contraction & l'affaîssement des muscles & des tegumens du ventre , & par la résistance des parties enfermées au dedans de la region epigastrique , qui étant plus grande que celle des parties contenues dans les 2 autres regions , empêchoit la partie superieure du sac de s'applatir en s'étendant de ce côté-là ; ce qui donnoit occasion au sac de se ramasser , & de faire paroître la tumeur demi-circulaire.

D'ailleurs les tegumens & les muscles du ventre étant plus épais & plus fermes dans cette malade à l'endroit de la region epigastrique , que dans les deux autres regions , devoient concourir à la production du même effet.

Pour ce qui est de l'adherance de la trompe gauche au sac du peritoine , elle pouvoit être l'effet d'une inflammation , que ce sac y avoit causée en la pressant à nud contre l'os sacrum ou l'os des iles du même côté. La même chose n'est point arrivée à la trompe droite , parceque les boyaux qui étoient rangés en plus grande quantité de ce côté-là , soutenoient davantage le sac , & empêchoient qu'il ne pressât assez cette trompe pour y causer de même une inflammation , & conséquemment une adhérence.

Le sac du peritoine continuant à s'accroître & trouvant plus de résistance du côté de l'hypogastre , s'étoit étendu davantage du côté des lombes , où elle étoit moindre , avoit entraîné avec lui la trompe qui y étoit attachée , & l'avoit forcée de s'allonger au point qu'elle l'étoit. D'où on pourroit inferer que la tumeur , qui s'est trouvée dans le sac , & le sac même , ont eu tous deux leur commencement dans l'hypogastre ; & qu'à mesure que la tumeur a augmenté , elle s'est insensiblement avancée avec la partie du sac , où elle s'est d'abord formée , jusqu'au dessous du rein gauche , où nous l'avons trouvée.

Enfin les autres parties contenues dans la capacité du ventre étoient saines , parceque la liqueur qui faisoit l'hy-



dropisie étant toute renfermée dans le sac du peritoine, n'avoit pû leur donner aucune atteinte.

Après avoir fait l'histoire de la maladie de cette Dame, pour rendre l'observation plus utile, je vais rapporter les signes qui la peuvent faire connoître, & proposer les moïens qu'on peut emploïer pour la traiter.

*Signes diagnostiques.*

Une personne sera censée atteinte d'une hydropisie de peritoine, 1°. Si cette hydropisie a été plusieurs années à se former, & si son progrès a été tres-lent, sur tout dans son commencement.

2°. Si le ventre garde toujours à peu près la même figure, quoique le corps change de situation.

3°. Si la tumeur du ventre a une circonscription particulière, c'est à dire différente de celle du ventre.

4°. S'il y a quelque endroit, où on ne sente ni contre-coup ni fluctuation.

5°. Si les extrémités inferieures n'enflent point, ou que peu & fort tard.

6°. Si immédiatement après la ponction, ayant introduit par la canule une longue sonde dans le ventre avant que d'en vider la liqueur, on ne peut la porter dans toute l'étendue de sa capacité.

7°. Si avec la même sonde on ne sent point dans le ventre les inégalités que forment les intestins & les autres parties enfermées dans sa cavité.

8°. S'il reste fort peu de liqueur dans le ventre après la ponction.

9°. Si la liqueur étant vidée, & le malade couché sur le dos, on injecte dans le ventre une mediocre quantité de quelque liqueur, & qu'elle se presente pour en sortir presque en même temps par la canule; parceque la capacité du ventre est capable d'en contenir une quantité fort considerable, avant qu'elle doive se presenter pour en sortir.

Enfin si le sujet s'est long-temps conservé sain, n'ayant presque d'autre incommodité, que celle qui lui vient du poids & du volume du ventre.

Lorsque cette espece d'hydropisie est recente ou peu inveterée, que le sujet est fort, qu'il fait bien encore ses principales fonctions, que la circonscription de la tumeur n'a pas beaucoup d'étendue, & que la liqueur qu'on tire par la ponction est tenuë, d'une bonne couleur, & sans puanteur, on peut esperer de la guerir. *Signes prognostics.*

Au contraire le succès en est tres-douteux, si elle est fort vieille, si le sujet est foible, si la circonscription de la tumeur est fort grande, si la liqueur tirée par les ponctions est épaisse, puante, de mauvaise couleur, &c. & si on sent quelque grosseur ou de la dureté en quelque endroit du sac du peritoine.

L'hydropisie du peritoine étant une fois bien connue par les signes qu'on vient de rapporter, la principale indication, & pour ainsi dire la seule qui se presente à remplir, est celle de réunir les 2 portions divisées du peritoine. *Cure de cette hydropisie.*

Or pendant qu'il y aura quelque matière contenuë entre les 2 portions divisées du peritoine, soit liqueur, marc de liqueur, ou tumeur, la réunion en sera tout à fait impossible. C'est-pourquoy il y a deux moïens, qui sont d'une necessité absoluë pour satisfaire à cette indication.

Le premier est de faire, & d'entretenir à la partie la plus basse du sac, une ouverture par où l'on vuide d'abord la liqueur qui y est contenuë, & par où puisse s'écouler celle qui y tombera dans la suite. On entretiendra cette ouverture avec une tente, dont on attachera la tête avec un fil. On continuëra l'usage de la tente jusqu'à ce que la réunion des 2 portions divisées du peritoine soit faite.

Le second moïen est de faire tous les jours des injections vulneraires & deterives dans le sac par l'ouverture, dont on vient de parler, pour detremper & détacher le limon ou sediment, que la liqueur y peut avoir déposé pendant son séjour, & qui y est resté après l'évacuation de la liqueur.

S'il y a des ulceres dans le sac, ce qu'on connoitra par le pus & la sanie qui en sortiront, on pourra aiguïser les

injections de quelque teinture de myrrhe, d'aloës, d'aristoloche, &c. pour les modifier & déterger.

Des compresses soutenues par un bandage convenable, pourroient contribuer à la même réunion, en secondant l'action des muscles du ventre, pourvu qu'on ne les mît en usage, que lorsqu'on ne remarqueroit plus de pus ni de sanie dans la liqueur qui s'écouleroit par l'ouverture du sac.

Enfin s'il y avoit quelque tumeur formée par des glandes gonflées, des chairs fongueuses, &c. que les injections n'eussent pû fondre ni résoudre; il faudroit alors faire une incision précisément sur la tumeur afin de la découvrir, de la faire suppurer, ou de la consumer. Mais on doit bien prendre garde à ne pas confondre ces sortes de tumeurs avec la tumeur demi-circulaire, dont nous avons parlé. Car alors l'on feroit une operation infructueuse, dangereuse & cruelle, ou peut-être l'on resteroit mal à propos dans l'inaction, croiant la maladie absolument incurable.

## EXPERIENCES

*Pour connoître la résistance des bois de Chêne  
& de Sapin.*

PAR M. PARENT.

### PREMIERE EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

1707.  
Septembre.

UN parallelepiped rectangle moyennement dur & sec, large de 5 lignes, épais de 6, & long de 5 pouces  $\frac{1}{2}$ , étant retenu par un de ses bouts, a soutenu avant de se rompre à son autre extrémité 23 liv. étant posé sur le chan.

SECONDE

## SECONDE EXPERIENCE

*Sur le Chêne tendre.*

Un autre tout pareil, mais double en longueur, posé sur le chan sur deux appuis, a soutenu à son milieu 34 livres  $\frac{1}{2}$  avant l'instant de sa rupture.

## TROISIEME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un troisième semblable au précédent, & égal, posé de même, mais ferré par les deux bouts, a soutenu dans son milieu 51 liv. avant sa rupture.

## QUATRIEME EXPERIENCE.

*Sur du Chêne plus dur.*

Un quatrième tout égal au premier, posé & tiré de même, mais d'un Chêne plus dur, a soutenu 52 liv.

## CINQUIEME EXPERIENCE.

*Sur un Chêne plus dur.*

Un cinquième tout égal au second, posé & tiré de même, mais de même bois que le précédent, a soutenu 92 livres.

## SIXIEME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un sixième de Sapin moyennement dur, tout égal au premier, posé & soutenu de même, a soutenu 37 livres avant de se rompre, & après s'être beaucoup plus courbé que ceux de Chêne.

## SEPTIEME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un septième de Sapin pareil au précédent, & égal en  
1797. Tri

114 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tout au second, posé & tiré de même, a soutenu au milieu 68 liv. avant la rupture.

### HUITIEME EXPERIENCE.

*Sur le Sapin.*

Un huitième tout égal au troisième, posé & tiré de même, & de même bois que les deux précédens, a soutenu dans son milieu avant sa rupture 106 liv.

On peut de ces différentes expériences tirer trois principes d'expérience, savoir, que la force d'un solide retenu par un bout, & tiré par l'autre perpendiculairement à sa longueur, est à la force d'un pareil solide double en longueur, posé de même sur deux appuis, & tiré par le milieu, environ du même moment comme 7 à 12.

Et que cette première force est à celle d'un autre solide égal en tout au second, posé & tiré de même, & de même manière, moyennement comme 7 à 18.

D'où l'on conclut aussi que les résistances des deux derniers sont entr'elles (tout le reste étant égal) environ comme 12 à 18, ou comme 2 à 3. Ce qu'on examinera dans quelque autre Memoire plus particulièrement.

Dans les solides retenus par un bout, la courbure accroit le levier environ de sa 4<sup>e</sup> partie; & dans ceux qui sont retenus par les deux bouts, elle l'accourcit d'environ.

### NEUVIEME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne dur.*

Un neuvième solide parallélépipède de Chêne fort dur & dur, de 3 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, sous 13 lignes  $\frac{1}{2}$  de largeur, & 6 pouces  $\frac{1}{2}$  de longueur, retenu par un bout sur le plat, étant tiré perpendiculairement, a soutenu avant de se rompre 38 livres  $\frac{1}{2}$ .

## DIXIÈME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un dixième parallépipède bien moins dur, de 4 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, sur 5  $\frac{1}{2}$  de largeur, & de 10 pouces de longueur, posé sur le plat, & tiré perpendiculairement par le milieu, a soutenu 25 liv. étant posé sur ses deux bouts.

## ONZIÈME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un onzième de même bois que le précédent, de 4 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, de 5 lignes  $\frac{1}{2}$  de largeur, sous 14 pouces en longueur, posé sur deux appuis à plat & horizontalement, a soutenu à son milieu 28 liv.  $\frac{1}{2}$ .

## DOUZIÈME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne moyen.*

Un douzième de même bois, large & épais d'un pouce, & long de 2 pieds, posé sur deux appuis de niveau, & tiré à plomb, a soutenu 300 liv. juste avant de se rompre.

Cette Experience peut aisément servir de modèle pour toutes les autres de même bois, à cause de la simplicité.

## TREIZIÈME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un treizième de 14 pouces de longueur, de 5 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, & de 4 lignes  $\frac{1}{2}$  de largeur, soutenu sur le chan, & posé sur deux appuis, a supporté avant de se rompre 25 liv. comme celui de la dixième Experience.

## QUATORZIÈME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un quatorzième de Chêne tendre, de même longueur,

soutenu & tiré de même, ayant 6 lignes d'épaisseur, & 5 lignes de largeur, a soutenu 37 livres  $\frac{1}{2}$  étant posé sur le chan.

### QUINZIEME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un quinzième de même matiere & longueur, soutenu & tiré de même que le précédent, de 4 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, sous 5 lignes  $\frac{1}{2}$  de largeur, posé sur le plat, a soutenu 22 liv. en son milieu.

### SEIZIEME EXPERIENCE.

*Sur le Chêne tendre.*

Un seizième de même matiere & longueur, de 5 lignes  $\frac{1}{2}$  d'épaisseur, & de 4 lignes  $\frac{1}{2}$  de largeur, soutenu & tiré comme les précédens, a soutenu 27 liv.  $\frac{1}{4}$  dans son milieu avant de se rompre.

En comparant toutes les Experiences faites sur différentes especes de Chêne, & se souvenant que les résistances proportionnelles sont entr'elles comme les produits des quarrés de leurs hauteurs par leurs largeurs (comme je l'ay démontré à l'Academie dans un Memoire lu le 12 Avril 1704, & comme on peut le déduire aussi du Memoire de M. Varignon donné à l'Académie en 1702), on trouve que le modèle de Chêne de la douzième Experience devoit soutenir 296 liv. au lieu de 300 liv. ce qui confirme cette proportion.

Comparant de même les Experiences faites sur le Sapin, on trouve qu'un pareil modèle de ce bois devoit soutenir 358 liv. & qu'ainsi la force moyenne du Sapin est à celle du Chêne environ comme 358 à 300, ou comme 119 à 100.

## OBSERVATIONS

*Sur les Huiles essentielles, avec quelques conjectures  
sur la cause des couleurs des feuilles & des  
fleurs des Plantes.*

PAR M. GEOFFROY le jeune.

**E**Ntre les differens projets que l'Academie a formés pour perfectionner la Botanique, elle a entrepris de faire une Analyse exacte des Plantes, qui pût servir à en faire connoître la nature, les propriétés & les usages. C'est ce qui a déjà été executé sur plus de 1400 Plantes.

1707.  
21. Novemb.  
brc.

Il semble d'abord que les substances que l'on retire par l'analyse des différentes Plantes soient d'une même nature. Cependant il y en a plusieurs qui varient beaucoup entr'elles, selon la diversité des Plantes dont on les tire. Car quoy qu'à parler en general on retire de presque toutes les Plantes un phlegme, un esprit acide, un esprit alcali, du sel volatil de l'huile, du sel fixe, & de la terre, & que ces substances, malgré la variété des Plantes, semblent être dans toutes à peu près les mêmes; il est pourtant certain qu'elles sont souvent aussi différentes entr'elles que le sont les Plantes dont on les a retirez. Ainsi il y a telle substance, qui tirée d'une certaine Plante, ne laisse pas de differer beaucoup d'une substance pareille tirée d'une autre Plante.

Pour découvrir cette différence, on a mêlé des substances pareilles extraites de Plantes différentes avec d'autres matieres moyennes, afin de connoître par les effets qui résulteroient de ces mélanges, la nature particuliere des substances qu'on examinoit.

On est arrivé par ce moyen à la connoissance des différentes natures de sels tant volatils que fixes.

T t t iij,



On découvre les sels acides & leurs differens degrez de force aux differens degrez de rougeur qu'ils donnent à la solution du Tournesol. Les sels alcalis fixes se font remarquer à ce qu'ils précipitent en jaune orangé la solution du Sublimé corrosif, & les sels alcalis volatils à ce qu'ils la précipitent en blanc. D'où il est aisé de connoître la difference sensible qui se trouve entre les matieres salines.

Il seroit à souhaiter que l'on eût autant avancé dans la connoissance des differentes substances huileuses qu'on retire des Plantes.

Ces huiles varient toutes entr'elles presque autant que les sujets qui les ont fournies, particulièrement celles que les Chimistes appellent *Huiles essentielles*. Ce sont des substances inflammables, que les Plantes odorantes nous fournissent en les distillant avec beaucoup d'eau. Ces huiles ont l'odeur, le goût & souvent les autres propriétés des Plantes dont elles sont tirées, ce qui leur a fait donner le nom d'*Huiles essentielles*.

On ne doit donc point regarder ces substances comme un seul principe homogene, mais comme des composez qui peuvent être encore analysés de nouveau.

On a travaillé à ces secondes analyses dans cette Academie, & on a separé de ces huiles un phlegme chargé de sel volatil urinaire, & une assez grande quantité de terre. Mais la difficulté de retirer exactement ces principes dans leur juste proportion, a fait croire que ce travail ne pouvoit pas être d'une grande utilité pour distinguer la difference nature de ces huiles, d'autant plus que cette difference ne paroît pas tant dépendre de la difference quantité des principes qui sont mêlez ensemble, que de la maniere dont ils le sont. Voici un exemple assez sensible de ce que j'avance. Le Mercure & le Souffre simplement unis, ne font qu'une poudre noire qu'on appelle *Æthiops mineralis*; & si on les sublime ensemble, ils formeront une masse rouge compacte, & disposée en aiguilles brillantes qu'on nomme *Cinabre*. On peut donc

dire de même que dans les huiles essentielles le sel volatil, le phlegme & la terre, quoiqu'en même proportion, peuvent former des compoſez de nature différente, ſelon la maniere dont ils ſont unis; auſſi voions-nous que la ſubſtance huileuſe contenuë dans la graine d'une Plante, étant traitée différemment, donne trois ſortes d'huiles différentes. L'anis, par exemple, qu'on échauffe & qu'on exprime enſuite, fournit une huile qu'on nomme *Huile par expreſſion*. Si on le fait macerer & diſtiller avec beaucoup d'eau, il donne une huile plus ſubtile qu'on nomme *Huile eſſentielle*; & quand on le diſtile par la Cornue à feu nu, il donne une *Huile fetide* ou *Empireumatique*. Or ces trois huiles ſont toutes différentes, quoique ſelon toutes les apparences elles ſoient compoſées des mêmes principes.

Voiant donc que pour découvrir quelque choſe ſur la nature des huiles qu'on retire des Plantes, je ne devois rien attendre de l'analyſe particulière de ces huiles; je me ſuis propoſé une autre methode, qui eſt de les mêler avec différentes matieres, de les faire digerer ſeules ou avec d'autres ſubſtances, & d'observer tout ce qui pourroit arriver de ces mélanges & de ces digeſtions pour en tirer, ſ'il étoit poſſible, quelques nouvelles connoiſſances. Ce travail peut conduire encore plus loin qu'à ce que je me propoſe ici pour but principal, comme on en verra un exemple dans la ſuite de ce Memoire.

Je vais donc expoſer les experiences que j'ay faites à ce deſſein ſur quelques huiles, & particulièrement ſur l'huile eſſentielle de Thym, & je rapporteray les conjectures que j'en ay tirées touchant les cauſes des différentes couleurs qui ſe remarquent dans les Plantes.

J'ay pris une bonne quantité de Thym bien ſec, que j'ay fait macerer & diſtiller enſuite avec ſept ou huit fois autant d'eau dans des vaiſſeaux de grais à un feu modéré: il en eſt forti beaucoup d'eau fort odorante, avec une huile jaune foncée, que j'ay diſtilé une ſeconde fois en grande eau; j'en ay retiré une huile citrine, dont je me

suis servi pour faire les experiences suivantes.

1°. J'ay mêlé partie de cette huile avec du vinaigre distillé, & partie avec les esprits acides de nitre, de vitriol & de sel marin, que j'avois adoucis par l'eau & réduits environ à l'acidité du vinaigre ordinaire, qui est à peu près le point d'acidité qui se trouve dans les sucres acides des Plantes. J'ay fait digerer tous ces mélanges, l'huile est devenue par la digestion fort haute en couleur tirant sur l'orangé ou sur le rouge de safran.

J'ay affoibli considérablement dans cette experience les esprits acides minéraux; parceque si on les emploie trop vifs, ils brûlent l'huile sur le champ ou en peu de tems, & la changent en une masse résineuse d'une couleur tres-foncée: souvent même ils la réduisent en une espece de charbon tout à fait noir.

2°. J'ay encore fait digerer une portion d'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac tiré par l'intermédiaire de la chaux, & j'ay observé que la couleur de l'huile se fonçoit d'abord un peu, puis tiroit sur le rouge, passoit ensuite au couleur de feu, se tournoit peu à peu au pourpre, qui se fonçant de plus en plus approchoit enfin du violet.

3°. J'ay fait digerer de même de l'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac tiré par le moïen du sel de Tartre, & j'en ay mis d'autre avec l'esprit d'urine; je n'ay trouvé entre ces deux mélanges d'autres differences que quelques nuances de couleurs que je ne puis pas même attribuer à la qualité differente des sels, mais qui semblent plutôt venir de leurs differens degrés de force.

4°. J'ay outre cela fait digerer une portion d'huile de Thym avec de l'huile de Tartre par défaillance, l'huile essentielle s'est un peu obscurcie, & est devenue d'un gris brun fort foncé tirant sur le feuille-morte.

5°. De cette huile de Thym qui par l'esprit de sel ammoniac étoit devenue d'une couleur de pourpre tirant sur le violet, j'en ay fait digerer de nouveau une portion avec l'huile de Tartre, & elle a pris une belle couleur bleuë.

6°. Cette

6°. Cette même huile de couleur de violet pourpre, digérée avec le vinaigre distillé, s'est fort foncée, & a paru tirer sur le noir.

7°. J'en ay mêlé aussi dans de l'esprit de vin, la couleur s'est étendue avec l'huile, & la liqueur a paru gris de lin. J'y ay jetté quelques gouttes d'huile de Tartre, & la liqueur a verdi aussi-tôt, & a conservé sa couleur verte.

Je n'ay jamais pû verdir l'huile de Thym qu'après l'avoir fait passer au violet, & l'avoir étendue dans l'esprit de vin; car cette huile digérée avec l'huile de Tartre sans esprit de vin ne verdit point, mais prend une couleur de gris brun qui tire quelquefois sur le feuille-morte.

8°. Sur cette liqueur verte j'ay versé du vinaigre distillé, il a effacé la couleur verte, & a rendu à la liqueur la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

9°. J'ay voulu voir s'il arriveroit quelques changemens à l'huile de Thym, qui a pris la couleur bleuë sur l'huile de Tartre. Pour cela j'ay étendu un peu de cette huile dans l'esprit de vin, & la liqueur a paru gris de lin; j'y ay versé ensuite de l'huile de Tartre, la liqueur est devenue bleuë, à la différence de celle dont on vient de parler, qui a pris la couleur verte. J'ay versé sur cette liqueur bleuë du vinaigre distillé qui l'a rougie, & par un nouveau mélange d'huile de Tartre je lui ay rendu sa couleur bleuë.

Il paroît par ces deux expériences que l'huile de Tartre agit différemment sur l'huile de Thym; car selon que celle-cy a été ou concentrée ou rarefiée, elle la rend ou bleuë ou verte.

On pourroit conjecturer aussi de la dernière expérience, que l'esprit de vin contient un acide caché, qui se fait appercevoir par la rougeur qu'il donne à l'huile de Thym de couleur bleuë, d'autant qu'il ne lui donne point la couleur rouge pour peu qu'il soit mêlé avec l'huile de Tartre.

J'ay renté toutes ces expériences sur différentes huiles essentielles de Plantes, comme celles de Lavande, de

Sauge, de Genievre, de Menthe, de Terebentine; mais elles n'ont point produit les mêmes effets. Ce qui fait voir une différence considerable entre ces huiles & l'huile de Thym.

J'ay essayé de faire la même chose sur des huiles différentes de celles que fournit le regne vegetal, & je n'ay encore trouvé que l'huile d'Ambre jaune qui approchât des effets de l'huile de Thym.

J'ay distillé de l'Ambre jaune par la Cornue de grais, il m'a rendu du phlegme, de l'esprit, de l'huile jaune, du sel volatil, & une huile noire & épaisse. J'ay rectifié toute l'huile qui en est sortie, en la distillant plusieurs fois avec beaucoup d'eau, jusqu'à ce qu'elle soit devenue claire & belle.

Cette huile est grasse, & ne se mêle pas aisément avec l'esprit de vin, en quoy elle differe de l'huile de Thym qui paroît plus résineuse, & qui s'y mêle tres-facilement.

10°. J'ay donc fait digerer une portion de cette huile de Succin avec l'esprit de sel ammoniac, & elle a pris après une longue digestion une couleur rouge tirant sur le pourpre.

11°. J'ay mêlé de cette huile de Succin pourprée avec de l'huile de Tartre, aucune de ces deux liqueurs n'a changé de couleur; mais après avoir jeté de l'esprit de vin dessus, cet esprit uni à l'huile de Tartre a pris une couleur bleuâtre; pendant que les gouttes d'huile de Succin ont conservé leur couleur purpurine.

Si j'ose hasarder mes conjectures, pour rendre raison de ce que toutes les huiles ne produisent pas le même effet que l'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune, je diray que je crois qu'il faut dans les parties d'un corps pour le colorer, certains degrés de densité ou de rarefaction hors desquels il n'y a plus de couleurs.

L'huile de Thym & l'huile d'Ambre jaune ont apparemment leurs molecules dans la latitude de ces degrés nécessaires pour produire toutes ces couleurs, & ces molecules sont susceptibles d'une certaine condensation ou

d'une certaine rarefaction , qui peut passer par degrés depuis la transparence jusqu'au noir. Ainsi si on étend l'huile de Thym dans l'esprit de vin, elle est sans couleur ; & si on en condense très-considérablement les molécules comme dans la sixième expérience que j'ay rapportée , elle devient d'une couleur violette si foncée qu'elle paroît noire , au lieu que les autres huiles , comme l'huile de Terebentine , ayant leurs molécules plus raréfiées paroissent fort claires , & ne peuvent prendre aucune couleur , parceque par leur composition particuliere elles ne s'unissent pas aisément avec les sels. Il n'y a que les acides violens , tel que l'huile de Vitriol , qui les peuvent condenser si fortement , qu'ils les changent en une résine fort brune , & enfin en une masse noire comme du charbon.

Peut-être qu'à force d'expérience nous trouverons le moyen de modifier ces molécules , de maniere qu'elles puissent prendre les diverses couleurs que prend l'huile de Thym.

*Conjectures sur les couleurs des feuilles & des fleurs  
des Plantes.*

Les couleurs que donnent les expériences que je viens de rapporter étant les mêmes qui se rencontrent dans les Plantes , & les principes qui les fournissent étant les mêmes que l'on retire des vegetaux , j'ay crû que l'on pouvoit tirer delà quelques conjectures touchant la formation des couleurs que l'on remarque dans les Plantes.

L'on convient assez généralement parmi les Chimistes que les couleurs dépendent des souffres , & que c'est de leur différent mélange avec les sels que résultent leurs différences.

L'on sçait que les infusions des fleurs , ou de quelques parties des Plantes rougissent par des acides , verdissent par des alcalis : & l'on ne doute point que ce ne soient les parties sulphureuses dont les teintures ou les infusions sont chargées , qui par le mélange des sels produisent ces différentes couleurs : mais quelque vrai semblable

que parût ce sentiment, il sembloit demander d'être confirmé par des expériences plus sensibles & plus simples. Celles que je viens de rapporter donnent le moïen de former différentes couleurs par le simple mélange des huiles & des sels. Elles font voir outre cela quelles en sont les différentes combinaisons. D'où je conjecture que ces combinaisons peuvent être les mêmes dans les Plantes où l'on remarque les mêmes couleurs.

Les principales couleurs qui s'observent dans les Plantes & dans les fleurs sont le verd, le jaune de citron, le jaune orangé, le rouge, le pourpre, le violet, le bleu, le noir & le transparent, ou le blanc : de ces couleurs diversément combinées sont composées toutes les autres.

Le verd qui est la couleur la plus ordinaire des feuilles, est vrai-semblablement l'effet d'une huile rarefiée dans les feuilles, & mêlée avec les sels volatiles & fixes de la seve, lesquels restent engagés dans les parties terreuses, pendant que la plus grande partie de la portion aqueuse se dissipe. Une preuve de cela, c'est que si l'on couvre ces feuilles en sorte que la partie aqueuse de la seve ne puisse se dissiper, & qu'elle reste au contraire avec les autres principes dans les canaux des feuilles, l'huile se trouve si fort étendue dans cette grande quantité de phlegme, qu'elle paroît transparente & sans couleur, & c'est ce qui produit apparemment la blancheur de la Chicorée, du Sillery, &c. Car cette blancheur me paroît n'être dans ces Plantes & dans la plupart des fleurs blanches, que l'effet d'un amas de plusieurs petites parties transparentes & sans couleur chacune en particulier, dont les surfaces inégales réfléchissent en une infinité de points une fort grande quantité de rayons de lumière.

Les feuilles deviennent rouges pour la plupart sur la fin de l'Automne dans les premiers froids ; ce qui peut venir de ce que tous les pores & les canaux des Plantes étant resserrez par le froid, la seve est retenuë dans les feuilles où la circulation est interrompuë. Cette seve ar-

rétée dans les fibres & les cellules des fétuilles, s'y aigrit par son séjour; & cet acide développé détruisant l'alcali fixe resté dans ces fibres, en détruit aussi l'effet qui est la couleur verte, & laisse par-là les souffres dans leur propre couleur qui est le rouge; de même que nous avons vu dans la huitième Experience le vinaigre distillé effacer la couleur verte de l'huile de Thym, & rétablir la couleur rouge qu'elle avoit auparavant.

Quand les acides rendent aux infusions des fleurs, & aux solutions de Tournesol la couleur rouge; il y a tout lieu de croire que ce n'est qu'en détruisant l'alcali fixe, qui donnoit aux souffres dans ces teintures la couleur bleuë ou brune.

Dans les fleurs toutes les nuances jaunes depuis le citron jusqu'à l'orangé ou rouge de safran, paroissent venir d'un mélange d'acides avec l'huile, comme nous avons vu que dans la première Experience l'huile de Thym digérée avec le vinaigre distillé produit le jaune orangé ou le rouge de safran.

Il paroît par la seconde Experience que toutes les nuances du rouge depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé, sont les produits d'un sel volatil urinaire uni avec l'huile, puisque nous avons vu que le mélange de l'huile de Thym avec l'esprit volatil de sel ammoniac a passé par toutes les nuances depuis le couleur de chair jusqu'au pourpre & au violet foncé.

Le noir qui dans les fleurs peut être regardé comme un violet très foncé, me paroît être l'effet d'un mélange d'acide par dessus le violet pourpre du sel volatil urinaire, comme il est arrivé dans la sixième Experience, où l'huile de Thym devenue violette par l'esprit volatil de sel ammoniac, a pris une couleur noirâtre par le mélange du vinaigre distillé.

Il paroît par la cinquième Experience que toutes les nuances du bleu proviennent du mélange des sels alcalis fixes avec les sels volatils urinaires & les huiles concentrées, puisque l'huile de Thym devenue de couleur de



pourpre par l'esprit volatil de sel ammoniac digerée avec l'huile de Tartre, a pris une belle couleur bleuë.

Pour ce qui est du verd, il me paroît produit par les mêmes sels, & par des huiles beaucoup plus rarefiées, comme le prouve la septième Experience, où l'huile de Thym couleur de violet pourpre étendue dans l'esprit de vin rectifié & uni à l'huile de Tartre, nous a donné une couleur verte.

Je ne propose encore ceci que comme des conjectures qui me paroissent d'autant mieux fondées, qu'il ne semble pas probable que différentes causes puissent produire les mêmes couleurs dans la matiere dont il s'agit. Cependant je les vérifieray encore avec toute l'attention possible, soit dans les autres huiles, soit dans les différentes fleurs, & j'auray l'honneur d'en rendre compte à la Compagnie.

## DES EFFETS DE LA POUDRE

A C A N O N,

PRINCIPALEMENT DANS LES MINES.

PAR M. CHEVALIER.

1707.  
12. Novem-  
bre.

**L**Es choses les plus merveilleuses & dont les causes sont les plus impénétrables à l'esprit humain, cessent de nous surprendre lorsqu'elles se présentent souvent à nos yeux. Les effets extraordinaires de la Poudre à Canon sont du nombre de ces choses, dont un frequent & funeste usage a fait cesser l'admiration.

Personne n'ignore que la Poudre est un composé de salpêtre, de soufre & de charbon batus & mêlés ensemble; qu'il y a une certaine proportion à garder dans le mélange de ces matieres, des précautions à prendre pour leur choix, & pour la maniere de fabriquer la Poudre,

qui contribuent à sa bonté. Mais ce n'est pas ce que nous voulons examiner ici. C'est des effets de la Poudre, surtout dans les Mines, dont je me suis proposé de parler.

Feu M. le Maréchal de Vauban m'a communiqué un grand nombre d'expériences sur cette matière. Ce grand homme toujours occupé de la gloire du Roy & de la grandeur de l'Etat, ayant observé dans plusieurs occasions que le succès des Mines ne répondoit pas toujours à ce que l'on en attendoit, crut qu'il étoit nécessaire de déterminer par des expériences exactes les différens effets des Mines dans toutes les diverses circonstances où elles peuvent être employées, pour en conclure des regles sûres que l'on observât dans des occasions importantes. Le succès a justifié ces regles; mais avant que de les proposer, je dois expliquer comment la Poudre allumée devient capable de faire de si grands efforts.

Premièrement. Je considère que l'air est nécessaire pour l'action de la Poudre, puisque par des expériences faites dans la Machine pneumatique, elle ne s'enflame point dans le vuide au feu d'une pierre à fusil; & si elle s'allume aux rayons du Soleil par le moyen d'une loupe, elle le fait presque sans détonation & sans effort.

Secondement. Les matières qui entrent dans la composition de la Poudre n'ont pas une égale facilité à s'enflamer: le soufre s'enflame plus aisément que le charbon, & le charbon plus aisément que le salpêtre, qui est la matière qui domine dans la poudre; il y a ordinairement trois parties de salpêtre contre une des deux autres prises ensemble. L'on doit encore supposer que chacune de ces matières est composée de parties inégalement promptes à s'enflamer.

Troisièmement. Il faut que la Poudre soit bien sèche, afin qu'elle prenne feu promptement, qu'elle soit grenée pour que la flamme se communique très subitement par les intervalles que les grains laissent entr'eux; & que tous les grains fassent leur effort presque en même tems.

I. Cela supposé, l'on peut concevoir, 1<sup>o</sup>. Que les diffé-

rentes matieres dont la Poudre est composée s'allumant successivement, le feu imprime d'abord son action sur la premiere ou la plus subtile, qui communique ensuite un certain degré de vitesse à la seconde, & la seconde à la troisième, & ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la matiere allumée ait fait son effort.

2°. La plupart des corps contre lesquels la Poudre agit, ont aussi des parties d'inégale solidité capables de se communiquer successivement le mouvement des parties de la Poudre ; & l'effort des parties de la Poudre sera d'autant plus considerable, qu'il y aura un plus grand nombre de parties d'inégale solidité, tant dans les matieres de la Poudre, que dans les corps contre lesquels elle agit (toutes choses d'ailleurs étant égales) & que ces parties auront entr'elles des rapports les plus approchans d'une progression geometrique, à commencer par la plus subtile jusqu'à la plus grosse ; comme il a été démontré par le sçavant M. Hugens dans ses Loix du Mouvement, & depuis lui par M. Carré.

L'on peut donc conclure que les seules matieres qui composent la Poudre, étant mises en mouvement par le feu, deviennent capables de contribuer par leur choc aux grands effets qu'elle produit : mais je ne crois pas qu'il soit possible de réduire au calcul la part qu'elles y ont, parceque l'on ne connoît point la proportion des diverses parties des matieres qui composent la Poudre, ni celles des corps sur lesquels elle agit.

II. Examinons maintenant l'effort que l'air enfermé dans les grains de Poudre, & celui qui remplit tous les petits intervalles que ces grains laissent entr'eux, est capable de produire par son ressort lorsqu'il se dilate par l'action du feu. L'experience a fait connoître que le ressort de l'air devient capable par la chaleur de l'eau bouillante de soutenir un poids d'un tiers plus grand que celui qu'il soutient dans un degré de chaleur temperé.

Je suppose qu'un certain volume de Poudre renferme autant d'air tant dans ses pores que dans les intervalles de  
ses

ses grains, qu'il contient de matieres propres de la Poudre, ainsi deux pieds cubes de Poudre qui pesent environ 140 liv. renferment un pied cube d'air. Si l'on conçoit une Mine chargée de 140 liv. de Poudre, & que l'ouverture de cette Mine soit d'un pied quarré, l'air renfermé dans cette Mine soutient par la pression de l'air extérieur avec lequel il est en équilibre un poids de plus de 2100 liv. qui est le poids d'un prisme de mercure, qui auroit un pied quarré de base, & 28 pouces de hauteur. Si on communiquoit à cet air ainsi renfermé dans la Mine un degré de chaleur égal à celui de l'eau bouillante, il deviendrait capable de soutenir par son ressort un poids d'environ 2900 liv. c'est à dire d'un tiers plus grand qu'auparavant; ainsi si le poids qui résiste à l'effort de cet air est moindre que 700 liv. il sera enlevé. Et si l'on suppose que l'action du feu imprime à l'air un degré de chaleur 100 fois plus grand que celui qu'il reçoit de l'eau bouillante, il deviendra capable de soutenir un poids 100 fois plus grand. Dans ce cas un pied cube d'air soutiendrait un poids de près de 290000 liv.

L'on a supposé que l'action du feu n'augmente la force du ressort de l'air que 100 fois plus que la chaleur de l'eau bouillante: mais il y a apparence qu'il l'augmente considérablement davantage; car il est constant que la force du ressort de l'air chargé, augmente dans le même rapport qu'il augmenteroit son volume, s'il n'étoit point chargé; ainsi l'air n'augmenteroit son volume par la chaleur de l'eau bouillante que d'un tiers: mais la poudre allumée, par les Experiences de M. Amontons, augmente 4000 fois son volume, & l'on doit penser que l'air renfermé dans la poudre a une grande part à cette augmentation, ce que je ne crois pas cependant que l'on puisse déterminer exactement.

Quoiqu'il en soit, sans avoir égard au mouvement que peut produire le choc des différentes matieres dont la Poudre est composée, parceque l'on ne peut les rapporter au calcul; & supposant seulement que l'action du feu

augmente la force du ressort de l'air 100 fois plus que la chaleur de l'eau bouillante, on vient de faire voir qu'un pied cube d'air renfermé dans deux pieds cubes de Poudre, est capable de soutenir un poids de près de 290000 liv. mais cet effort se faisant de toutes parts contre la superficie de tous les corps qui entourent la Poudre, comme d'un centre à la circonférence, cet effort se partage entre tous ces corps; de sorte que si l'on supposoit une Mine cubique & dont les six faces cedassent également, chacune des faces de la Mine soutiendrait la sixième partie de tout l'effort de la Poudre qu'elle renferme; ainsi dans la supposition précédente chaque face soutiendrait un poids d'environ 48000 liv. mais s'il y avoit cinq faces de cette Mine immobiles, l'effort se feroit tout entier sur la sixième qui soutiendrait alors le poids entier de 290000 liv. Cet effort est beaucoup plus grand que celui que l'on trouve par expérience, puisque 140 liv. de Poudre n'enlèvent qu'environ 30000 liv. pesant de terre, comme il résulte des Expériences que l'on donnera dans la suite.

La raison de cette différence vient de plusieurs causes. 1°. De ce que la Poudre ne s'allumant pas toute à la fois, l'action de la première allumée a fini, ou au moins a diminué considérablement lorsque la seconde fait son effort.

2°. Une partie de cet effort se perd par le canal qui porte le feu dans la Mine, & par les pores des matières qui entourent les Mines. L'expérience fait connoître que dans des contre-Mines éloignées de 15 à 20 pieds des Mines qui ont jotté, on y sent une odeur très forte de Poudre brûlée insupportable, & même que la fumée s'y communique au travers des terres.

3°. La tenacité des parties à détacher est un obstacle à vaincre; de sorte qu'il faut un plus grand effort pour enlever par exemple 1000 liv. de vieille maçonnerie bien liée, que pour en enlever la même quantité de nouvelle ou mal liée, parce qu'outre le poids à enlever il y a encore cette liaison à rompre.

4°. Il ne s'agit pas seulement de soutenir le poids des terres, mais une grande partie de l'effort de la Poudre est employée à les enlever avec une certaine vitesse.

5°. La résistance de l'air environnant est encore un obstacle à surmonter, auquel on n'a point d'égard dans la pratique, quoiqu'il soit très-considérable & peut être le plus considérable de tous.

III. Pour se former une idée nette de la manière dont la poudre agit sur un corps, supposons un canon immobile posé verticalement la bouche en haut d'une longueur indéfinie, ou du moins assez long pour qu'un boulet y puisse faire tout le chemin que l'effort de la Poudre lui peut faire parcourir; & n'ayant point d'égard au frottement du boulet dans l'ame de ce canon, supposons qu'il s'applique immédiatement sur la Poudre, & qu'il soit d'un calibre si parfait qu'il remplisse exactement l'ame du canon, en sorte que l'air ne puisse passer entre-deux; afin de considérer seulement ce qui arrive de la part de la résistance de l'air & de celle de l'effort de la Poudre.

Dans cette hypothèse, si l'on met le feu à la poudre, elle s'allumera successivement, & le boulet ne partira point qu'il n'y en ait une assez grande quantité pour vaincre non-seulement le poids du boulet, mais encore celui de la colonne d'air qui s'appuie dessus. De sorte que si le boulet est de six pouces de diamètre, il pesera à peu près 33 liv. & la colonne d'air en pesera environ 440. Ainsi le boulet ne s'ébranlera point sensiblement que la quantité de la Poudre allumée ne puisse mouvoir un poids de 473 liv. La poudre continuant de s'allumer, elle augmentera successivement la vitesse de ce boulet, jusqu'à ce qu'il ait acquis sa plus grande vitesse, qui seroit la vitesse même des parties enflammées de la Poudre, si l'air ne résistoit point; mais comme les résistances de l'air que le boulet chasse augmentent dans la proportion des quarrés des vitesses du boulet, il y a un certain terme où cette résistance devient égale au nouvel effort que le boulet reçoit de la part de la poudre; ainsi quand il y auroit da-

vantage de Poudre dans le canon, elle n'augmenteroit plus la vitesse du boulet. Supposant donc qu'il n'y ait dans le canon que la quantité de Poudre nécessaire pour lui communiquer la plus grande vitesse qu'il puisse acquérir, l'effort de la Poudre diminuëra ensuite successivement jusqu'à cesser entièrement; & alors si l'air ne résistoit point au mouvement du boulet, il continuëroit de se mouvoir avec une vitesse uniforme égale à sa plus grande vitesse acquise: mais l'air résistant continuellement, la vitesse du boulet diminuë dans chaque instant, en sorte qu'il y a un terme où ce qui reste de l'impression que la Poudre avoit donnée au boulet, est égale à la résistance de l'air, & alors le boulet est immobile. Mais le poids de l'air & celui du boulet agissant alors sur lui avec un effort de 473 liv. comme nous l'avons dit, il repousseroit le boulet au fond du canon en accélérant sa vitesse, comme font tous les corps pesants.

De ce que l'on a dit cy-dessus l'on peut conclure,

- 1°. Que la meilleure Poudre (toutes choses d'ailleurs étant égales) est celle qui s'enflame le plus promptement.
- 2°. Que l'ame du canon vers la culasse doit être telle qu'une plus grande quantité de Poudre s'y puisse enflamer avant que le boulet parte. C'est la raison pour laquelle les canons chambrés portent plus loin avec une égale quantité de Poudre, ou aussi loin avec une moindre quantité que ceux dont l'ame est entièrement cylindrique.
- 3°. Que dans un canon dont l'ame est cylindrique, d'une longueur donnée, il y a une quantité déterminée de Poudre qui chasse le boulet le plus loin qu'il est possible; & cette quantité est celle qui a le tems de s'enflamer tandis que le boulet est dans le canon. Mais plus il y a de Poudre qui s'enflame dans le canon; plus il est en danger de crever, parcequ'il se fait un plus grand effort & plus long-tems continué contre ses parois.
- 4°. Que plus la partie du canon que le boulet parcourt est longue, supposé qu'il n'acquiere point sa plus grande vitesse, plus l'on peut mettre de Poudre; parceque le

boulet emploiant plus de tems à la parcourir, une plus grande quantité de Poudre a le tems de s'enflamer dont il reçoit l'impression. C'est apparemment ce qui fait que quelques canons fort longs, comme la Couloiraine de Nancy, portent beaucoup plus loin que les canons ordinaires de même calibre.

5°. Que la quantité de Poudre dont on charge un canon, & la figure de son ame étant déterminée, il y a aussi une longueur de canon la plus avantageuse qu'il soit possible; en sorte qu'une plus grande longueur diminueroit la portée du boulet. Cette longueur est telle que le boulet sorte de la bouche du canon, lorsque toute la Poudre a fait son effort; & si la quantité de Poudre est indéterminée, cette longueur est telle que le boulet sorte de sa bouche lorsqu'il a acquis sa plus grande vitesse. C'est pourquoi les canons de nouvelle invention, dont l'ame vers la culasse est sphérique ou sphéroïde, dans lesquels la Poudre étant plus ramassée s'enflame plus promptement, sont moins longs que ceux dont toute l'ame est cylindrique.

6°. Que l'effort de la Poudre vers un certain côté est d'autant plus grand qu'elle trouve plus de résistance vers les autres; & qu'ainsi plus un canon recule difficilement; soit à cause de son poids, soit par quelques autres empêchemens, plus il poussera loin son boulet. La difficulté de transporter par terre des canons fort pesans, & les frais qu'il faut faire pour cela, font que l'on les fait les plus légers que l'on peut, pourvu qu'ils puissent résister à l'effort de la Poudre; mais l'on fait ordinairement les canons pour les Vaisseaux beaucoup plus pesans que ceux qui sont destinez pour servir à terre.

APPLIQUONS maintenant ce que l'on vient de dire de l'action de la Poudre en général; à son effort particulier dans les Mines.

Je suppose que l'on sçache ce que c'est qu'une Mine & ses différentes especes, comme Fourneaux, Fougasses &c.



Les précautions que l'on doit prendre pour la creuser, la charger, ébrançonner les galeries & rameaux qui y conduisent, les boucher, la manière de disposer le saucisson qui y porte le feu : toutes ces choses sont assez bien décrites par ceux qui ont traité des Mines. C'est principalement pour déterminer leur disposition la plus avantageuse, & la quantité de Poudre dont elles doivent être chargées pour faire l'effet que l'on se propose, que l'on a été obligé de faire plusieurs expériences.

Les Mines se font ou en pleine terre, comme celles que les assiégés font pour faire sauter les batteries & les travaux des assiégeans, avant qu'ils soient logés sur le chemin couvert ; ou dans des terres élevées & isolées à droit & à gauche, comme pour faire breche à des remparts de terre, ou pour faire sauter des murailles, qui peuvent être seches ou terrassées ; enfin on emploie quelquefois les Mines pour rompre des rochers.

Toutes les Expériences ont fait connoître,

I. Que l'effet de la Mine se faisoit toujours du côté le plus foible ; qu'ainsi la disposition de la chambre des Mines ne contribuoit point à déterminer cet effet d'un côté ou d'un autre, comme les Mineurs se l'étoient faussement persuadé.

II. Qu'il faut une quantité de Poudre plus ou moins grande selon l'inégalité du poids des corps que la Mine doit enlever, & selon l'inégalité de leur liaison, & le résultat de toutes les Expériences que l'on a faites pour connoître quelle quantité de Poudre l'on doit employer selon les differens corps, est qu'il faut pour chaque toise cube,

De terre remuée 9 ou 10 liv. de Poud.

De terre ferme & sable fort 11 ou 12 liv.

D'argille 15 ou 16 liv.

De maçonnerie neuve ou de peu de liaison 15 ou 20 liv.

De vieille maçonnerie bien liée 25 ou 30 liv.

III. Que l'ouverture d'une Mine qui a joué en pleine

terre étant chargée à propos, se fait en cône, dont le diamètre de la base est double de la hauteur prise depuis le centre de la Mine.

IV. Que lorsqu'une Mine est trop chargée, elle ne fait qu'un trou ou puits, dont l'ouverture supérieure n'est gueres plus grande que celle de la chambre où étoit la Poudre.

V. Qu'outre l'effort de la Poudre contre les corps qu'elle enleve, elle foule encore & meurtrit toutes les terres qui l'avoisinent, tant au-dessous qu'aux côtés, & ces foulures ou meurtrissures s'étendent d'autant plus que ces matieres environnantes font moins de résistance.

POUR rendre raison de tous les effets résultans de ces Experiences, & déterminer ensuite la quantité de Poudre dont on doit charger les Mines, & leur disposition la plus avantageuse pour produire les effets que l'on se propose.

Concevons, 1<sup>o</sup>. Une Mine dont toutes les parties qui la renferment soient incapables de compression, & fassent une égale résistance, telle que seroit une bombe d'égale épaisseur partout, suspendue en l'air, il est évident que dans ce cas, outre la résistance du corps, il faut encore que l'effort de la Poudre surmonte le poids de l'air environnant; & alors le corps se réduiroit en poussiere, ou du moins en tres-petits morceaux.

L'on remarquera en passant qu'une bombe ne differe de la Mine que l'on vient de supposer, qu'en ce qu'elle est un peu plus épaisse par le fond opposé à la fusée qu'ailleurs.

L'on fait le fond de la bombe plus solide que le reste pour deux raisons. Premièrement afin que cette partie étant plus pesante soit tournée vers la terre lorsque la bombe tombe, de crainte qu'elle ne se brise par son choc contre les corps qu'elle rencontre. Secondement afin qu'elle ne tombe point sur la fusée, ce qui pourroit l'éteindre; l'un ou l'autre cas arrivant, la bombe ne feroit point le principal effet auquel elle est destinée, qui est de

porter le feu dans les magazins des ennemis, après avoir rompu par sa chute les voutes ou planchers des lieux qui les renferment.

On emploie aussi dans plusieurs occasions des bombes dans les Mines, comme pour faire sauter les contreforts des murailles d'un rempart, lorsque l'on veut faire breche à un rempart revêtu, & dans les fougasses que l'on fait pour la défense des dehors d'une place.

Proposons-nous en second lieu une Mine dont tous les corps environnans soient également capables de compression, & résistent avec des forces égales de toutes parts. Alors le premier effet de la Poudre enflammée seroit de fouler & comprimer également tous ces corps, & ils ne seroient écartés & détachés que lorsque par leur compression ils deviendroient capables de résister à son effort; de sorte que la Poudre y pourroit être en si petite quantité, que tout son effet se termineroit à la seule compression des corps environnans. C'est la raison pourquoi l'on renferme la chambre d'une Mine que l'on fait dans les terres de forts madriers bien étrançonnés; quelquefois même on la maçonne, afin que les parties environnantes résistent davantage. Il est aisé de concevoir que si les corps environnans la chambre d'une Mine, telle que l'on vient de la supposer, étoient inégalement capables de compression, au lieu que dans le premier cas la compression s'étendoit également en sphere, elle s'étendrait inégalement dans le second cas.

Enfin si l'on conçoit une Mine dont tous les corps environnans soient également capables de compression, mais qu'il y ait moins de résistance d'un côté que d'un autre, comme il arrive à toutes les Mines que l'on fait dans les terres, il se fera d'abord une sphere de compression, dont le diametre sera d'autant plus grand que la partie la plus foible résistera davantage à être enlevée; surquoi l'on peut remarquer trois choses:

Premierement, si l'effort de la Poudre est tres-grand par raport à la résistance du côté foible, la compression s'étendra

s'étendra peu ; & cette partie sera enlevée si promptement, que les parties voisines n'ayant pas le tems de s'ébranler, il ne fera qu'un trou ou puits dont le diametre sera à peu près égal à celui de la chambre de la Mine, & dont les terres seront poussées fort loin. C'est ce qui arriva au siege de Veruë fait par M. de Vendôme. Les assiégés firent jouer deux Mines apparemment trop chargées pour faire sauter des batteries qui les incommodoient : ces Mines firent des puits dans lesquels l'assiégeant fit des logemens où il fut à couvert.

Secondement, si la Mine est trop peu chargée, elle ne fait qu'une simple compression, ou au plus un petit soulèvement vers la partie la plus foible, comme il vient d'arriver au siege de Ciudad Rodrigo.

Enfin si la Mine est chargée d'une quantité de Poudre qui soit entre ces deux extrémités, elle enlèvera un cone de terre, dont le diametre de la base aura un raport plus ou moins grand à sa hauteur depuis le centre de la Mine, selon que l'effort de la Poudre sera plus ou moins grand. Et l'effet le plus avantageux est lorsque le diametre de la base de ce cone est double de sa hauteur : alors les terres enlevées retombant presque toutes dans le trou de la Mine, l'ennemi n'en peut profiter pour s'y établir. C'est pour produire cet effet que l'on a déterminé par des experiences la quantité de Poudre necessaire par-raport aux differens corps que l'on doit enlever par les Mines.

Il faut donc pour charger une Mine en sorte qu'elle fasse l'effet le plus avantageux qu'il est possible, sçavoir le poids des matieres qu'elle doit enlever ; c'est à dire qu'il faut trouver la solidité du cone droit, dont la base est double de la hauteur de la terre au-dessus du centre de la Mine, ce qui est aisé à trouver par les regles que la Geometrie présente ; on en ôtera, si l'on veut, le petit cone compris dans la chambre de la Mine : mais ce sont des minuties de nulle conséquence, & l'on peut même prendre pour la solidité de ce cone le cube de sa hauteur ; ces solidités sont assez approchantes pour ne causer aucune

différence sensible dans l'effet de la Mine. Ayant trouvé la solidité de ce cone en toises cubes, on multipliera le nombre de ces toises par le nombre des livres de Poudre nécessaires pour enlever les matieres qu'il renferme, que l'on a marqués dans les Experiences; & si le cone à enlever renferme des corps de differens poids, on prendra un poids moïen entre tous, ayant aussi égard à ceux qui ont plus de liaison. Il vaut generalement mieux mettre un peu plus de Poudre que d'en mettre moins.

Quant à la disposition des Mines, on doit observer pour regle generale que la partie vers laquelle on veut déterminer son effet soit la plus foible. Nous n'entrerons point icy dans le détail de cette disposition, elle varie selon la diversité des circonstances dans lesquelles on les emploie, & des effets que l'on veut qu'elles produisent; outre qu'il est aisé de la conclure des principes que l'on vient d'établir.

## ECLAIRCISSEMENT

*Sur la composition des differentes especes de Vitriols naturels, & explication Physique & sensible de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques.*

PAR M. LEMERY le fils.

1707.  
12. Novem-  
bre.

**L**Es remedes dont on se sert communément & avec succès dans la pratique de Medecine, ne peuvent être trop étudiez, ni trop connus. Le Vitriol y étant dans un grand usage, tant interieurement qu'exterieurement, je me suis appliqué par plusieurs experiences & observations à decouvrir la composition particuliere des differentes especes de ce mineral; & comme une connoissance en amene souvent une autre, le premier fruit de mon travail sur les Vitriols a été une explication Physique & tres-

naturelle de la maniere dont se forment les Ancres vitrioliques : mais quelque vrai-semblable que me parut d'abord cette explication, comme elle n'avoit particulièrement été imaginée que sur la connoissance du Vitriol, sans avoir autant examiné la nature des matieres vegetales propres à agir sur ce mineral, & à produire les Ancres dont il s'agit ; j'ay fait plusieurs autres experiences pour verifier mon explication, & j'ay tâché de ne rien avancer qui ne fut fondé & établi sur des faits.

Le Vitriol peut être divisé en cinq especes, qui different entr'elles par leur couleur ; sçavoir, le Vitriol verd, celui qui tire un peu sur le bleu, le Vitriol blanc, le Vitriol rouge, & enfin celui qui est veritablement bleu, & qui est appelé Vitriol de Cypre ou d'Hongrie.

J'ay déjà fait voir dans un Memoire lu le 14 Avril 1706, que le Vitriol verd poussé par le feu donnoit un acide, & une matiere noire & ferrugineuse que l'aiman attiroit entierement, & avec la derniere facilité. J'ay aussi prouvé dans le même Memoire que le vitriol artificiel fait avec la limaille de fer & l'esprit de vitriol, ressembloit parfaitement au Vitriol verd naturel, & qu'étant analysé de la même maniere, il rendoit des substances semblables. Ces deux épreuves fondées sur la décomposition & la récomposition du même mineral, montrent évidemment qu'il est effectivement composé d'acide & de fer. Voions si les autres Vitriols n'ont rien de particulier.

Je commence par celui qui tire un peu sur le bleu. Sa couleur a fait croire qu'il participoit du cuivre ; & ce qui a encore confirmé cette opinion, c'est que quand on en frote une lame de couteau, il la rougit. J'ay distillé ce Vitriol, j'en ay eu un esprit & une huile qui ne different point essentiellement des liqueurs qui viennent du vitriol verd. J'ay ensuite poussé par un feu de fonte la matiere restée dans la cornue, & quand elle a été tout à fait dépotillée de ses acides, j'y ay présenté une lame d'acier aimantée qui en a également attiré toutes les parties. J'ay fait plusieurs experiences pour découvrir s'il n'y avoit

point de cuivre caché dans cette matiere, mais je n'en ay point découvert; je ne conclus pourtant pas delà qu'il n'y en a point, puisque ce Vitriol donne des marques de cuivre, & qu'il se peut faire que pendant mon operation le cuivre qui vrai-semblablement étoit en petite quantité, se soit uni intimement par la violence du feu à toute la matiere ferrugineuse, & n'ait plus été reconnoissable. Toute la consequence que je tire de mon experience, c'est que le fer faisoit la base principale du Vitriol dont il s'agit; car si le cuivre y eut été en aussi grande quantité que le fer, outre qu'il y en auroit toujours en quelques parties qui se feroient fait reconnoître après la fonte de la matiere, ce metal auroit encore donné au vitriol une couleur bien plus bleuë que celle qu'il a naturellement, comme je l'ay remarqué en dissolvant une égale quantité de cuivre & de fer, & mêlant ensemble les deux dissolutions, dont l'assemblage étoit tres-bleu.

J'ay examiné avec la même attention le Vitriol blanc, & le Chalcitis ou Vitriol rouge, & ils m'ont donné précisément les mêmes substances que le Vitriol verd; ce qui est aisé à concevoir dès qu'on fait attention que ces vitriols ne different point essentiellement du vitriol verd, auquel il est aisé de donner une couleur blanche & une couleur rouge, sans rien ajouter à sa composition.

Voilà donc quatre Vitriols dont la base principale est du fer, & dont la difference est tres-peu considerable. Il n'en est pas de même du Vitriol de Cypre; car au lieu que les Vitriols Romains, d'Angleterre & d'Allemagne deviennent d'abord gris blancs par l'action du feu, & ensuite rouges comme du sang; celui-ci calciné par un bon feu & un assez long tems, n'a jamais acquis qu'une couleur noirâtre en dessous, & jaune en dessus; j'ay mis cette masse calcinée dans un creuset d'Allemagne que j'ay placé dans un fourneau de forges; j'ay poussé la matiere par une derniere violence de feu, & au lieu que le colcotar des autres Vitriols acquiert par la même operation une couleur noire, & s'attache ensuite tres-aisément à une la-

me d'acier aimantée, la masse au contraire du Vitriol bleu est devenuë grise en dessus, rougeâtre en dessous, s'est fonduë beaucoup plus vite & plus parfaitement, & s'est fortement attachée au creuset; j'en ay separé une portion que j'ay réduit en poudre; j'ay présenté une lame aimantée à cette poudre, dont aucunes parties n'ont été enlevées, ce qui marque qu'il n'est point entré de fer dans la composition du Vitriol de Cipre, ou du moins qu'il en est entré tres-peu. Sa base principale, par l'examen que j'en ay fait, m'a paru être du cuivre mêlé peut-être à quelqu'autre matiere metallique ou minerale. On prétend que ce Vitriol est artificiel: mais quoiqu'il en soit, je ne voudrois pas en faire prendre interieurement, à cause du cuivre qu'il contient, & dont l'experience n'a que trop souvent prouvé les mauvais effets.

Voilà ce que j'ay remarqué de plus essentiel sur la composition des differens Vitriols; je passe presentement aux Ancres vitrioliques.

Tout le monde sçait que la noix de galle mêlée avec le Vitriol, produit sur le champ une Ancre tres-noire, & dont on se sert communément pour écrire; on sçait encore qu'un des meilleurs moiens pour decouvrir tout d'un coup & sans analyse s'il y a du Vitriol dans quelque matiere où l'on en soupçonne, c'est d'y verser de la teinture de noix de galle, ou celle de quelqu'autre matiere de même nature, car s'il en résulte une couleur noire, c'est un indice de Vitriol.

En comparant cet effet du Vitriol à celui de la limaille de fer, versée sur plusieurs suc's de vegetaux qu'elle rend aussi noirs que l'Ancre commune, je me suis imaginé que le Vitriol n'étoit propre à faire de l'Ancre, que parcequ'il contient du fer, qui revivifié dans sa couleur naturelle, produit une espece de teinture ferrugineuse d'autant plus noire, que les parties de ce metal ont été fortement atténuées par les acides vitrioliques; car je feray voir une autre fois en parlant des differentes teintures du fer, que sa couleur noire augmente fort considerablement, &



qu'elle devient tres foncée quand il a été réduit, & divisé en une poussiere subtile par une manipulation particuliere.

Si mon raisonnement sur le principe ou le metal auquel j'attribuë la noirceur des Ancres vitrioliques est juste & veritable, les quatre Vitriols naturels, dont l'analyse m'a appris que la base étoit une matiere noire & ferrugineuse, & en general toutes les dissolutions de fer faites par les esprits de nitre, de sel, de Vitriol, d'alun, de soufre & de vinaigre, doivent faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce que j'ay aussi reconnu par experience. Suivant ce même raisonnement le Vitriol de Cipre qui ne m'a donné aucune marque de fer, & toutes les dissolutions de cuivre, ne doivent point faire de l'Ancre avec la noix de galle, ce qui est encore conforme à l'experience.

Voici encore deux experiences qui confirment mon sentiment sur la matiere qui donne la couleur noire aux Ancres vitrioliques.

J'ay examiné séparément les deux substances dont le Vitriol propre à faire de l'Ancre est composé, sçavoir son acide, & sa base qui est du fer; j'ay versé de la teinture de noix de galle sur de l'esprit de Vitriol, qui n'en a reçu aucun changement; j'ay ensuite versé de cette teinture sur de la limaille de fer, qui dans un espace de tems assez mediocre a fait une Ancre fort noire; d'où il me paroît que j'ay tout lieu de conclure que c'est le fer contenu dans le Vitriol qui en se revivifiant donne la noirceur aux Ancres vitrioliques; reste à sçavoir par quelle mécanique se fait cette revivification.

L'idée la plus naturelle qui se presente d'abord, c'est que la noix de galle ou les autres matieres semblables agissent sur le Vitriol comme des absorbans, c'est à dire qu'elles se chargent de sa partie acide, & que le fer du Vitriol dépouillé par ce moïen des acides qui cachoient sa couleur propre, reparoît dans cette couleur qu'il communique à toutes les parties du liquide, en les couvrant & s'y soutenant de la même maniere qu'il fait dans

plusieurs autres liqueurs vegetales.

Une preuve que les acides du Vitriol passent du fer dans les pores de la noix de galle, & que c'est ce passage qui donne lieu à la couleur noire, c'est que si après que l'Ancre est faite on y verse quelques gouttes d'esprit de Vitriol, les parties ferrugineuses de la liqueur reçoivent & admettent dans leurs pores les nouveaux acides qui se presentent, ce qu'elles n'auroient pû faire si les anciens acides n'en eussent pas été détachés; & par ce moyen le fer dissous une seconde fois, & redevenu vitriol, ne peut plus donner en cet état de couleur noire, aussi s'éteint-elle absolument dans la liqueur.

C'est par la mécanique qui vient d'être expliquée que le verjus, qui est un acide, enleve de dessus le linge les taches d'ancre qui s'y sont formées, & qui sans ce secours y resteroient d'autant plus opiniâtement, que le fer qui fait la matiere de ces taches est un metal fort gras & fort sulphureux, & qui par-là tient fortement aux corps où il a été étendu, & où ses parties rameuses l'ont accroché.

Il suit assez clairement de tout ce qui a été dit, que la noix de galle & les autres matieres semblables sont de veritables absorbans, & qu'elles agissent comme telles sur le vitriol; & pour prouver encore que ces matieres ont effectivement la qualité absorbante que je leur attribue, c'est qu'après en avoir fait plusieurs décoctions, & en avoir verifié sur différentes dissolutions de metaux, ils ont été précipitez de même que quand on se sert pour cela du sel de tartre, de l'esprit de sel ammoniac, de l'eau de chaux, ou de quelqu'autre absorbant pareil. Mais il est bon de remarquer que comme la noix de galle mêlée avec le Vitriol fait une Ancre bien plus noire que la plupart des autres matieres vegetales de même nature, aussi précipite-t-elle mieux & plus abondamment les metaux.

Peut-être, me dira-t-on: Si la noix de galle agit sur les metaux dissous, comme l'huile de tartre, l'eau de chaux, & les autres absorbans pareils; pourquoy ces absorbans-là ne font-ils pas aussi de l'Ancre quand on les mêle avec du vitriol?

Je réponds que la noix de galle agit comme ces absorbans, mais que son action est encore plus efficace que la leur; car au lieu que ces absorbans mêlez avec le Vitriol s'unissent seulement à ses acides, & produisent avec eux un coagulum verdâtre, la noix de galle non seulement s'unit aux acides de ce mineral, mais encore les détache des pores du fer. La raison de cette difference consiste en ce que ces absorbans sont purement salins ou terreux, & que les parties absorbantes de la noix de galle sont unies intimement à des parties sulphureuses qui en augmentent la force & la vertu, & qui sont propres elles-mêmes à absorber les acides. On n'aura aucun lieu de douter de cette explication, si je prouve que les mêmes absorbans salins & terreux dont il a été parlé, & qui sont reconnus par l'experience incapables de faire de l'Ancre avec le Vitriol, deviennent propres à cet effet, en les unissant intimement à des souffres. C'est ce que l'on va voir par les deux experiences suivantes.

J'ay fait fondre dans beaucoup d'eau, des scories de regule d'antimoine simple & sans mars, j'ay eu une liqueur claire, chargée d'un sel alkali, & des souffres brûlans de l'antimoine qui se font bien sentir dans la liqueur par la mauvaise odeur qu'ils lui communiquent. J'ay versé de cette liqueur sur la dissolution de Vitriol, & il s'est fait aussi-tôt une Ancre fort noire.

J'ay ensuite versé de l'eau chaude sur un mélange de chaux & d'orpiment, & après cinq ou six heures j'ay eu une eau de chaux suffisamment chargée des souffres de l'orpiment, qui s'y faisoient sentir comme ceux de l'antimoine dans la liqueur précédente. J'ay versé de cette eau de chaux & d'orpiment sur de la dissolution de vitriol, & il s'est encore fait une Ancre.

Après cela je croy être en droit d'assurer qu'il faut un absorbant sulphureux pour faire de l'Ancre, & que la noix de galle & en general toutes les matieres qui produisent cet effet, sont des absorbans sulphureux. Ce sentiment paroît encore confirmé par la connoissance du  
fer;

fer ; car ce metal étant tres-sulphureux, & étant par cela même tres-propre à recevoir & à retenir dans ses pores les acides qui s'y sont introduits, comme plusieurs experiences que j'ay données dans d'autres Memoires le font assez connoître, il faut que le corps qui lui dérobe & lui enleve ses acides soit du moins aussi propre que le fer même à les recevoir, & par conséquent qu'il soit aussi tres-sulphureux.

Ce passage des acides du Vitriol dans les pores de la noix de galle, ou des autres matieres semblables, pourroit être comparé à ce qui arrive quand on verse une dissolution d'argent faite par l'esprit de nitre, sur une plaque de cuivre ; car alors les acides du nitre trouvant un metal sulphureux bien plus propre à les recevoir que n'est l'argent, ils s'insinuent & se logent insensiblement dans ses pores, & à mesure qu'ils s'y enfoncent, ils se dépouillent des parties de l'argent dont ils étoient revêtus, & qui tombent au fond de la liqueur.

Peut-être m'objectera-t-on que si les acides du Vitriol sortoient du fer, comme ceux du nitre sortent de l'argent, le fer se précipiteroit comme l'argent, & il ne se soutiendrait pas comme il fait dans toute l'étendue du liquide dont il colore également le haut & le bas.

Je réponds que quoique la maniere dont les acides passent d'un corps dans un autre soit semblable dans l'un & dans l'autre cas, cependant les suites n'en sont pas toujours les mêmes ; ce qui vient & de la difference des metaux qui perdent leurs acides, & de la diversité des corps qui les leur enlèvent. Car 1°. le fer se dissout & se soutient dans presque toutes sortes de liqueurs ; ce qui n'arrive point à l'argent, & ce qui est à remarquer dans la comparaison des deux experiences dont il s'agit. En second lieu dans l'experience de l'argent, quand le cuivre lui a enlevé les acides qui le soutenoient dans le liquide, il n'y trouve plus rien qui soit capable de le soutenir contre son propre poids. Au lieu que la noix de galle qui est une matiere vegetale, contient toujours des parties hui-

leuses & gluantes, qui servent comme de colle pour arrêter la poudre du fer, & pour l'empêcher de se précipiter. Cependant il m'est souvent arrivé qu'après avoir fait de l'Ancre vitriolique avec d'autres matieres vegetales que la noix de galle, & avoir ensuite laissé reposer la liqueur, la poudre du fer s'est précipitée au fond du vaisseau, & le haut du liquide est devenu clair & transparent. Or en ce cas-cy il est arrivé la même chose en tout que dans l'experience de l'argent & du cuivre, & cela comme je le conjecture, parceque les matieres vegetales employées au lieu de la noix de galle ne contenoient pas la glu nécessaire pour soutenir & pour arrêter la poudre du fer. Cette explication paroît confirmée, parceque j'ay remarqué qu'en ajoutant au dernier mélange, dont il a été parlé, des parties gluantes, comme celles de la gomme Arabique, la poudre du fer ne se précipite point, & toute la liqueur conserve sa couleur noire.

J'ay dit dans ce Memoire que la teinture de noix de galle faisoit tout d'un coup une Ancre avec le Vitriol, & qu'il lui falloit un peu de tems pour en faire avec la limaille de fer. La raison en est que cette limaille contient des parties grossieres, qu'il faut que la teinture de noix de galle commence par diviser, pour les pouvoir ensuite enlever & soutenir; au lieu que cette teinture trouve dans la solution du Vitriol, un fer non-seulement divisé par les acides de ce mineral en une poussiere tres-subtile, mais encore tout étendu & dispersé dans le liquide, & par conséquent tout prêt à le colorer de sa propre substance, dès que les acides en seront separez.

Mais, me dira-t-on: Si la teinture de noix de galle trouve dans le Vitriol les parties du fer toutes divisées, elle trouve aussi des acides, dont il faut qu'elle débarrasse le fer du Vitriol, ce qu'elle ne trouve point dans la limaille de fer. Cela étant l'Ancre vitriolique ne se devoit point faire plus vite que l'Ancre de la limaille.

Je réponds que comme la noix de galle est un puissant absorbant, elle a bien plus de facilité & par conséquent

elle emploie bien moins de tems à se charger des acides du Vitriol, qu'à diviser & à enlever les parties de la li-maille.

Je finirai ce Memoire par quelques observations que j'ay faites sur différentes matieres, & qui semblent encore s'accorder parfaitement avec ce que j'ay avancé sur la nature des vegetaux propres à faire de l'Ancre avec le Vitriol.-

Ces observations sont, 1°. Qu'après avoir fait un grand nombre de teintures de differens vegetaux, & les avoir mêlées avec du Vitriol, tous ceux qui m'ont paru les plus propres à faire de l'Ancre, sont dans la classe des remèdes astringens d'une certaine espece, c'est à dire de ceux qui sont reconnus par l'experience propres à donner plus de consistance aux liqueurs, à fortifier les parties, & à mortifier les aigres qui les irritoient, & les picottoient trop fortement. Tels sont l'écorce de Grenade, les Ba-laustes, le Sumac, les Roses, les Glans, les feuilles & le bois de Chêne, la noix de Galle & plusieurs autres. Or il est certain que la vertu astringente de ces vegetaux se conçoit parfaitement en leur supposant des parties absorbantes & sulphureuses, comme je croi l'avoir prouvé.

En second lieu j'ay fait plusieurs infusions & dissolutions de purgatifs, comme du Senné, de la Manné, de l'Agaric, du Jalap, de la Coloquinte, du Tabac, des racines d'Ellebore blanc & noir, & aucune de ces liqueurs mêlées à la dissolution du Vitriol n'a produit de couleur noire, ni même rien qui en approchât; ce qui est encore conforme à nôtre raisonnement: car ces purgatifs bien loin d'avoir des parties absorbantes, comme les astringens dont je viens de parler, sont chargez de sels vifs & actifs par le moien desquels ils picotent, & produisent leur action.

En troisiéme lieu comme la Rubarbe & les Mirabolans sont de doux purgatifs, qui après avoir produit leur action de purgatif resserrent & fortifient, ce qu'on attribue communément à des parties terreuses & absorbantes; j'ay

voulu voir si l'infusion de ces deux vegetaux feroit quel-  
que effet sur le Vitriol, & elles ont effectivement produit  
une Ancre.

Quoique les observations qui viennent d'être rappor-  
tées semblent prouver que les matieres vegetales qui font  
de l'Ancre avec le Vitriol ont une vertu astringente, ce-  
pendant je ne propose ce sentiment que comme une con-  
jecture que je verifiai par d'autres observations : mais  
si dans la suite il se trouvoit veritable, il auroit son utili-  
té, puisqu'il pourroit quelquefois servir de regle pour dé-  
couvrir par le secours du Vitriol, si certains vegetaux in-  
connus ou peu connus ont une vertu astringente.

Mais si le mélange du Vitriol avec certains vegetaux  
peut quelquefois faire connoître leur vertu medicinale,  
le mélange des absorbans sulphureux avec le Vitriol peut  
aussi servir sans le secours de l'analyse à découvrir les sub-  
stances qui sont entrées dans la composition de ce mine-  
ral. Car premierement j'ay fait voir que les Vitriols na-  
turels qui contiennent du fer sont propres à faire de l'An-  
cre, & que le Vitriol de Cypre qui n'en contient point  
ne produit point cet effet : d'où l'on peut conclure que  
tout Vitriol qui mêlé avec la noix de galle fait de l'An-  
cre, contient réellement du fer.

En second lieu j'ay fait differens Vitriols, les uns avec  
du fer & differentes doses de cuivre, les autres avec du  
fer tout pur. J'ay mêlé séparément tous ces Vitriols avec  
la solution des scories de regle d'antimoine, & il s'est  
fait plusieurs Ancres que j'ay comparées les unes aux au-  
tres, & avec chacune desquelles j'ay écrit sur du papier,  
j'ay remarqué que la plus noire étoit celle du Vitriol où  
le fer seul étoit entré, & que les autres Ancres avoient  
une couleur roucâtre plus ou moins forte suivant la  
quantité du cuivre qui avoit été employé dans la compo-  
sition de leur Vitriol. J'ay fait la même experience sur  
plusieurs Vitriols naturels dont l'analyse n'y fait apperce-  
voir que du fer, & comme quelques-uns de ces Vitriols  
m'ont donné une Ancre un peu roucâtre & moins noire.

que celle du Vitriol purement ferrugineux, il y a lieu de croire que ces Vitriols contiennent effectivement un peu de cuivre.

Voilà des regles assez faciles pour découvrir tout d'un coup les differentes substances dont le Vitriol est composé; ce qui prouve que des experiences qui ne paroissent que curieuses, peuvent avoir leur utilité suivant l'usage qu'on en sçait faire.

## NOUVELLE CONSTRUCTION

### DES PERTUIS.

PAR M. DE LA HIRE.

**L**Es Pertuis se font ordinairement sur de petites rivières qui n'ont qu'une pente mediocre avec peu d'eau, & l'on barre la riviere en quelque endroit commode pour laisser amasser une assez grande quantité d'eau au-dessus pour porter bateaux; & lorsque les bateaux sont arrivez aux Pertuis, on l'ouvre promptement, & les bateaux passent alors par le Pertuis, étant soutenus par l'eau ramassée.

1707.  
3. Decem-  
bra.

La maniere la plus ordinaire de fermer les Pertuis qui est fort simple & qui coûte peu, est de placer plusieurs pieces de bois quarré contre un seuil arrêté en travers sur le fond de la riviere, & par le haut contre une autre piece de bois qui traverse aussi la largeur de la riviere & qui est parallele au seuil, mais qui se meut aisément par l'une de ses extremités sur une grosse cheville, & par l'autre extremité elle s'arrête contre quelque corps solide & ferme, quand elle est dans la situation parallele au seuil. Toutes les pieces de bois qui ferment le Pertuis, & qui sont appliquées contre le seuil & contre la traverse du haut s'appellent *Aiguilles*, & elles n'y sont retenues & arrêtées que par l'eau qui s'élève peu à peu dans le ca-



nal de la riviere au-dessus du Pertuis : mais toutes ces aiguilles ne sont jamais si bien ajustées les unes proche des autres, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau entre-deux ; ce qui est un défaut considerable dans cette maniere de fermer les Pertuis.

Lorsqu'on veut ouvrir le Pertuis, on tire promptement toutes les aiguilles, & l'on détourne aussi la traverse du haut, afin de laisser le passage libre aux bateaux ; mais on ne scauroit faire cette manœuvre si vite, qu'il ne s'échape beaucoup d'eau avant que les bateaux aient le passage tout libre, ce qui les peut mettre en danger de demeurer à sec & de ne pouvoir passer, & même d'être arrêtez sur le seuil au milieu du Pertuis. C'est-pourquoy on pratique en quelques lieux d'attacher des cordes à toutes les aiguilles par le haut, afin de les pouvoir tirer de dessus le bord de l'eau plus aisément, & plus promptement que si l'on étoit sur la traverse.

Mais voici une maniere pour ouvrir les Pertuis tout d'un coup & sans peine, & les fermer de même.

On ferme ou on barre le Pertuis avec deux portes semblables à celles dont on se sert ordinairement à l'entrée & à la sortie des Ecluses. Ces portes sont à deux battans ou venteaux qui se soutiennent l'un contre l'autre, & qui font un angle saillant du côté d'amont de la riviere : mais tout l'artifice ne consiste que dans la construction de la porte.

Chaque battant ou venteau *AB* n'est qu'un chassis de pieces de bois assemblées, & assez fortes pour l'usage & pour le lieu. Ces chassis sont arrêtez pour tourner sur leurs gonds en *C* dans les piés-droits ou jambages qui sont aux deux côtés du Pertuis à l'ordinaire des portes, & ils s'ouvrent du côté d'amont l'eau : mais les véritables portes qui ferment les ouvertures des chassis sont arrêtees sur leurs gonds en *D* aux traverses montantes des chassis, lesquelles se doivent joindre ou rencontrer quand les portes sont fermées, & ces portes s'ouvrent du côté de l'aval de l'eau au contraire des chassis. Elles ont vers *E*

chacune une espece de loquet, ou bien un morailon percé pour entrer dans un crampon, où l'on peut ficher une cheville *F* qui a une longue queue, comme sont les verrotails qu'on appelle à queue, afin de les pouvoir placer dans le trou ou œil du crampon quand on est au haut de la porte.

On voit par cette construction que les portes *ED* étant attachées & arrêtées dans les châssis *AB*, & les châssis étant l'un contre l'autre, le canal de la riviere sera fermé ou barré, & l'eau s'élèvera contre ces portes du côté d'amont; & lorsqu'on voudra ouvrir les Pertuis, on tirera

seulement les deux chevilles ou verrotils dans le même tems ; & aussi-tôt les deux portes s'en allant au fil de l'eau, on rangera facilement les chassis contre les bords du canal, en les tirant chacun avec une chaîne ou corde *GB* de dessus le bord ; car l'eau ne peut pas faire un effort considerable contre la partie des chassis qui y est plongée.

On voit aussi par cette construction qu'en tirant les chassis contre le bord du canal, les portes *ED* demeurent toujours au fil de l'eau, & qu'enfin quand les chassis seront tout à fait ouverts, les portes *ED* seront fermées & se seront remises à leur place d'elle-même, où il n'y aura plus qu'à les arrêter avec le verrotil.

Enfin pour re fermer le Pertuis, il n'y aura aucune difficulté, puisque l'eau qui est alors presque de niveau des deux côtés, ne fait pas plus d'effort contre la porte d'un côté que d'autre.

On pourra affermir l'assemblage des chassis par deux écharpes ou liens qui seront placés au haut, & toujours plus haut que le niveau de l'eau quand elle est retenue, afin qu'elle ait moins de prise contre l'assemblage des chassis quand on veut les ouvrir.

On remarquera qu'il n'est pas nécessaire que la porte soit aussi haute que l'ouverture du chassis, il suffit qu'elle puisse soutenir l'eau dans le canal à une hauteur propre à porter les bateaux.

On remarquera aussi que l'on pourra mettre deux gros loqueteaux à la place du seul morillon qui est dans la Figure, pour faire mieux joindre la porte & la retenir plus fermée contre le montant du chassis. Ces loqueteaux s'arrêteront dans leurs mantonnets qui seront fichés dans le montant de la porte, & ils auront chacun un bouton engagé dans une même verge qui montera jusqu'au haut de la porte, & qui coulera dans deux crampons ou anneaux qui y seront arrêtez ; ensorte qu'en tirant cette verge on levera les deux loqueteaux tout à la fois, & la même verge servira à les re fermer quand la porte sera  
remise

remise à sa place, si les loquereaux ne peuvent pas retomber d'eux-mêmes dans leurs mantonnets par leur propre pesanteur jointe à celle de la verge.

## R E M A R Q U E S

### S U R L A

#### C A T A R A C T E E T L E G L A U C O M A .

PAR M. DE LA HIRE le fils.

**Q**Uoique je ne pûsse douter que la Cataracte & le Glaucoma ne fussent des maladies fort différentes, j'ay été bien aisé cependant de voir abattre la Cataracte, afin d'être entièrement confirmé dans mon sentiment, par l'operation que je vis faire par M. de Wolhouse Oculiste Anglois le 22 Novembre 1707, & à laquelle furent présens M<sup>rs</sup> Jeaugeon & Geoffroy de cette Academie, & plusieurs autres personnes qui aussi-bien que moi demurerent d'accord que ce qu'il abattoit dans l'œil sur lequel il operoit, n'étoit qu'une peau fort dure assez blanche, & ayant beaucoup de ressort; ce qu'on jugeoit par les plis qu'on y remarquoit, & par la difficulté qu'il eut à l'assujettir au fond de l'humeur aqueuse; & aussi-tôt qu'elle y fut assujettie, le malade reconnut plusieurs objets, quoiqu'ils fussent à 6 ou 7 pouces de distance de l'œil, & que ce fut un vieillard, & qu'il eut les yeux fort enfoncés.

Ces circonstances sont à remarquer; car pour peu qu'on ait de connoissance de la structure de l'œil, on doit sçavoir que la distance de 6 ou 7 pouces n'est pas celle où un vieillard à qui on auroit abattu le cristalin pourroit reconnoître des objets, puisque ceux qui avoient la vûe courte, & à qui on a abattu la Cataracte, ont été obligez de se servir de Lunetes convexes après l'operation pour pouvoir lire; soit que cette foiblesse de vûe vienne de la

1707.

A a a

diminution de l'humeur aqueuse causée par l'operation, ce qui a rendu l'œil plus plat, soit qu'il le soit devenu par les compressions qu'il a souffert qui ne laissent pas d'être considerables, ou par toutes les deux causes ensemble; ce que M. de Wolhouse m'a assuré avoir vû plusieurs fois.

Si en abattant seulement la Cataracte on change si fort la configuration de l'œil, ce qu'on remarque par la réunion des rayons qui se fait beaucoup plus loin qu'elle ne se faisoit auparavant; quel changement n'y feroit-on pas si on abattoit le cristalin, qui (comme l'on sçait) cause une tres-grande refraction aux rayons qui passent au travers, & qui doit détruire entierement la vision selon les regles d'Optique? Mais je crois cependant qu'avec quelques secours étrangers on peut rétablir la vision, quand même on auroit abattu le cristalin, comme on le verra dans la suite, pourvû que les humeurs aqueuses & vitrées conservassent leur transparence, & qu'il n'y eût point de goutte serenne: car la seule raison qui avoit empêché de croire que la chose fût possible, étoit le mélange de l'humeur aqueuse avec la vitrée, qui devoit se faire après que le cristalin étoit abattu; & comme on croïoit que ces deux humeurs causoient des differentes refractions aux rayons, on avoit conclu qu'étant presque impossible qu'elles se mêlassent parfaitement ou qu'elles prissent une figure reguliere, les rayons souffriroient beaucoup d'écart, & par consequent qu'il ne se pouvoit faire de peinture distincte de l'objet: mais l'experience que nous avons faite détruit cette raison, & confirme ce que j'ay avancé.

Nous avons pris l'humeur vitrée d'un œil de bœuf, & nous l'avons mise dans une phiole spherique qui avoit environ un pouce de diametre, & ayant rempli d'eau le reste de cette phiole, nous n'avons point trouvé qu'il y eût aucune difference de refraction entre l'humeur vitrée & l'eau; car quoique cette humeur fût plus pesante que l'eau, on ne laissoit pas cependant de voir au travers de ces deux liqueurs les objets dans leur figure naturelle en

quelque sens qu'on les y regardât ; & ainsi on ne peut douter qu'une personne à qui on auroit abattu le cristalin ne pût voir, pourvû qu'il se servît de verres convexes, & disposéz de telle façon qu'ils suppléassent au défaut du cristalin. C'est ce que je me suis proposé d'exécuter à la première occasion que je pourrai trouver, ne doutant nullement de réussir, pourvû (comme je l'ay déjà dit) que les humeurs aqueuses & vitrées ne soient point troubles ; ce qu'on connoîtra aisément en les regardant par le trou de la prunelle, ou que l'œil n'ait point une goutte serenné. Ce qu'on peut aussi reconnoître en le regardant ; car il paroît fort net, & cependant il ne reçoit aucune impression de la lumière.

## OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune faite à Zurich par Messieurs Scheuchfer, & comparée à la même Eclipse faite à Rome.*

PAR M. MARALDI,

**L**Es Phases de l'Eclipse de Lune du 17 Avril de cette <sup>1707.</sup> année 1707, que M<sup>re</sup> Scheuchfer ont observé à Zu- <sup>14. Decem-</sup> rich, & qu'ils ont envoyé dernièrement à l'Academie, <sup>brc.</sup> ont été marquées à minutes, à tiers & à quarts de minutes. Ils ont observé le commencement de l'Eclipse à 18 minutes  $\frac{2}{3}$  après minuit, l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre à 1<sup>h</sup> 23'  $\frac{1}{3}$ , le commencement de l'Emersion à 3<sup>h</sup> 9'  $\frac{2}{3}$ , & la fin de l'Eclipse à 4<sup>h</sup> 14'  $\frac{1}{3}$ .

En comparant le commencement avec la fin de l'Eclipse, la durée totale résulte de 3<sup>h</sup> 55'  $\frac{2}{3}$  ; & par la comparaison de l'Immersion totale avec le commencement de l'Emersion, on trouve la durée de l'obscurité totale de 1<sup>h</sup> 46'  $\frac{1}{3}$ , & le milieu de l'Eclipse à Zurich à 2<sup>h</sup> 16'  $\frac{1}{3}$ .

A a a ij .

La durée de l'Eclipse totale, & de l'obscurité totale s'accorde assez précisément avec celle qui a été déterminée à Rome par M. Bianchini, qui eut le Ciel favorable durant cette Eclipe.

Outre ces Phases principales, M<sup>r</sup> Scheuchfer ont observé l'entrée & la sortie de plusieurs taches de l'ombre, qu'ils ont nommées suivant la dénomination d'Hevelius, & que nous avons réduites à celle du P. Riccioli, pour les comparer avec les Observations des mêmes Phases faites à Rome par M. Bianchini, & en tirer la différence des meridiens entre ces deux Villes.

0 <sup>h</sup> 32' 0"	Commencement de l'Eclipe à Rome.
18 $\frac{2}{3}$	à Zurich.
13 $\frac{1}{3}$	Difference des meridiens.
0 34 20	Tout Grimaldi dans l'ombre.
20 $\frac{1}{4}$	Grimaldi dans l'ombre.
14 $\frac{1}{12}$	Difference.
0 50 34	Commencement de Copernic à Rome.
37 $\frac{2}{3}$	à Zurich.
12 54	Difference.
53 34	Fin de Copernic à Rome.
39 $\frac{1}{4}$	à Zurich.
14 $\frac{1}{4}$	Difference.
56 39	Commencement de Tycho à Rome.
43 $\frac{2}{3}$	à Zurich.
13 0	Difference.
58 44	Tout Tycho à Rome.
45 $\frac{1}{4}$	à Zurich.
13 $\frac{1}{3}$	Difference.
1 6 28	Commencement de Plato à Rome.
52 $\frac{2}{3}$	à Zurich.
13 $\frac{1}{4}$	Difference.
1 8 24	Manilius dans l'ombre à Rome.
54 $\frac{1}{2}$	à Zurich.
13 54	Difference des meridiens.

1 <sup>h</sup> 12' 28"	Commencement de Menelaus à Rome.
58 0	à Zurich.
14 28	Difference des meridiens.
12 58	Tout Menelaus à Rome.
59 $\frac{1}{8}$	à Zurich.
13 $\frac{1}{4}$	Difference.
35 40	Immersion totale à Rome.
23 $\frac{1}{2}$	à Zurich.
12 $\frac{1}{2}$	Difference.
3 22 50	Commencement de l'Emerfion à Rome.
9 $\frac{1}{2}$	à Zurich.
0 13 $\frac{1}{8}$	Difference des meridiens.
4 4 0	Menelaus à Rome.
4 52 0	à Zurich.
12 0	Difference.
4 26 10	Fin de l'Eclipe à Rome.
14 $\frac{1}{2}$	à Zurich.
12	Difference des meridiens.

La difference des meridiens qui réfulte de ces différentes Observations varie de deux minutes & demi, la plus grande étant de  $14\frac{1}{2}$ , & la plus petite de 12. En prenant un milieu on aura la difference des meridiens entre Rome & Zurich de  $13\frac{1}{4}$ , comme elle réfulte de la comparaison des taches les plus diftinctes & les plus remarquables.

La difference des meridiens entre Rome & Paris étant de  $41' 20''$ , comme on l'a trouvée par la comparaison de plusieurs Eclipses des Satellites de Jupiter, & comme elle est marquée dans la Connoiffance des Temps, la difference des meridiens entre Paris & Zurich par les Observations de cette Eclipe fera de 28 minutes. Cette détermination est plus conforme à la difference des meridiens entre Paris & Zurich, que M. Caffini le fils a tiré du commencement de l'Eclipe du Soleil de l'an 1706 qui réfulte de 27 minutes, que du milieu & de la fin qui n'est que de 24'.



degrés & demi. Nous ne remarquâmes dans cette Comete aucun mouvement sensible à la vûe simple pendant environ trois quarts-d'heure que nous fûmes attentifs à la considérer ; & lorsque nous nous préparions à déterminer sa situation avec des Instrumens, le Ciel se couvrit.

Après les premieres Observations que nous fîmes de la Comete le 28 du mois de Novembre, dont nous donnâmes part le jour suivant à l'Academie, nous avons continué ces Observations autant que les nuages l'ont pû permettre.

24. Decemb.  
bre.

Quoique le premier jour que nous vîmes la Comete, on ne pût distinguer son mouvement, à cause du peu de temps que les nuages nous permirent de l'observer, on reconnut par l'Observation du jour suivant, qui fut le 29 Novembre, que ce mouvement en un jour étoit considérable. Car au lieu qu'elle avoit été le 28 un peu plus meridionale que la plus meridionale de trois petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne, & qui sont éloignées entr'elles de près de quatre degrés en déclinaison ; le 29 Novembre elle se trouva à peu près dans le parallele de la plus Septentrionale de ces étoiles, de sorte qu'elle avoit parcouru en un jour plus de 4 degrés d'un grand cercle.

Pour déterminer précisément la situation de la Comete, nous avons employé une Lunete posée sur la machine parallatique. Cette Lunete avoit à son foyer des fils qui se croisent à angles de 45 degrés, par le moyen desquels on a déterminé les differences d'ascension droite & de déclinaison entre la Comete, & quelques étoiles fixes qui se rencontroient proche de son parallele. Le même jour 29 Novembre à 8<sup>h</sup> 7' 50" la Comete passa par un cercle horaire qui étoit perpendiculaire à un fil qu'elle parcouroit par son mouvement à l'Occident. Ayant laissé la Lunete immobile dans cette situation, la plus Septentrionale des trois petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne passa par le même cercle horaire à

8<sup>h</sup> 14' 20", donc la différence d'ascension droite entre la Comete & l'étoile étoit de 6' 30" de temps, qui font un degré 37' 50", dont l'ascension droite de la Comete étoit moindre que celle de l'étoile. Par le passage de l'étoile par les fils obliques, la différence de déclinaison entre la Comete & l'étoile fut trouvée de 57 secondes de temps, ou 14' 15" de degré dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant supposée pour cette année de 306° 9' 0", & sa déclinaison meridionale de 0° 30' 0", comme elles résultent de nos Observations faites auparavant, l'ascension droite de la Comete sera de 304° 31' 10", & sa déclinaison meridionale de 0° 16' 45"; d'où l'on calcule sa longitude de 6° 48' d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 18° 53' 40". Cette détermination est plus précise que celle du jour précédent, dans laquelle nous avons eu seulement le temps de comparer à la vûë simple la Comete avec les étoiles fixes prochaines.

Le 30 Novembre on détermina par la methode du jour précédent la différence d'ascension droite & de déclinaison entre la Comete & une petite étoile de la sixième grandeur qui précède la tête du petit Cheval, & qui n'est point marquée dans les Globes & dans les Cartes ordinaires. La différence d'ascension droite fut observée de 28' 34" de temps, ou 7° 9' 40", dont l'ascension droite de la Comete étoit moindre. La différence de déclinaison réduite à un grand cercle fut de 7' 30", dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant supposée de 311° 7' 50", & sa déclinaison de 3° 10', l'ascension droite de la Comete résulte de 303° 58' 10", & sa déclinaison de 3° 17' 30", d'où nous avons calculé sa longitude de 7° 8' 30" d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de 22° 29'.

Par la comparaison des Observations précédentes, il paroît que le mouvement de la Comete est du Midy vers le Septentrion, & que sa trace n'est guere différente d'un cercle de latitude; & par la comparaison de l'Observation

tion du 29 Novembre avec celle du 30, il paroît qu'elle passa par l'Equinoxial la nuit du 29 au 30, & que sa trace le coupa à  $304^{\circ}$  d'ascension droite, que son mouvement est retrograde à l'égard de l'Equinoxial, mais direct à l'égard de l'Ecliptique.

Le premier Decembre les nuages qui ne laisserent pas le Ciel long-temps decouvert, ne nous permirent pas de faire des observations fort exactes de la Comete. On détermina sa situation par des alignemens que nous prîmes avec les étoiles voisines. A 6 heures & demie elle étoit en ligne droite avec la luisante du petit Cheval, & avec la luisante de l'Aigle : elle paroissoit aussi en ligne droite avec les deux étoiles plus meridionales du Dauphin, la Comete étant un peu plus éloignée de la queue du Dauphin que cette étoile l'est de celle qui est marquée  $\beta$ .

Le 2 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 3 Decembre à  $7^h 24'$  nous déterminâmes la situation de la Comete par rapport à l'étoile luisante qui est dans la queue du Dauphin. La difference d'ascension droite entre la Comete qui étoit plus occidentale & cette étoile fut de  $8' 15''$  qui font  $2^{\circ} 6' 30''$ , & la difference de declinaison réduite à un grand cercle fut de  $25' 30''$  dont la Comete étoit Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile étant de  $304^{\circ} 50' 10''$ , & sa declinaison Septentrionale de  $10^{\circ} 20' 0''$ , on trouve l'ascension droite de la Comete de  $302^{\circ} 43' 45''$ , & sa declinaison Septentrionale de  $10^{\circ} 55' 30''$ , d'où l'on calcule sa longitude de  $7^{\circ} 52' 30''$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $30^{\circ} 12'$ .

Le 4 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 5 Decembre on voyoit assez bien la Comete nonobstant le clair de la Lune : elle étoit un peu plus à l'Orient que l'étoile marquée  $\rho$  par Bayer dans l'aîle de l'Aigle. Le Ciel qui ne resta pas long-temps decouvert ne nous donna pas le temps de faire d'autres Observations.

Depuis le 5 Decembre les nuages ne nous permirent pas de faire des Observations jusqu'au 10 du même mois.

Ce jour-là à 6 heures du soir, le Ciel étant serein, on voïoit la Comete à la vûë simple, nonobstant le grand clair de Lune qui avoit été dans son plein le jour précédent. Par la Lunete de 17 pieds elle paroïssoit grande à peu près comme le disque de Jupiter vû par la même Lunete: elle paroïssoit assez claire principalement vers le milieu, mais mal terminée. Pour déterminer sa situation nous la comparâmes ce jour-là à plusieurs petites étoiles, parmi lesquelles il y en a une fort petite dans la constellation de la Fleche qui précédoit la Comete, & qui étant vûë par la Lunete, est composée de deux petites étoiles inégales fort peu éloignées entr'elles. Nous la comparâmes aussi à une autre étoile de la sixième grandeur qui est immédiatement au-dessus de la tête du Dauphin. La différence d'ascension droite entre l'étoile de la Fleche & la Comete fut de  $5^{\circ} 56''$  de temps qui font  $1^{\circ} 29'$ , & la différence de déclinaison réduite à un grand cercle étoit de  $3'$  dont la Comete étoit plus Septentrionale. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de  $299^{\circ} 17'$ , & sa déclinaison est de  $20^{\circ} 5'$ ; donc l'ascension droite de la Comete étoit de  $300^{\circ} 46' 0''$ , & sa déclinaison de  $20^{\circ} 8'$ . Par la comparaison de la Comete avec l'étoile proche du Dauphin, nous trouvons l'ascension droite de la Comete de  $300^{\circ} 46' 40''$ , & sa déclinaison de  $20^{\circ} 8' 40''$ , d'où nous avons calculé sa longitude de  $8^{\circ} 33' 40''$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $39^{\circ} 36'$ .

Le 11 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 12 Decembre à cause des nuages on ne pût voir la Comete que par un petit intervalle de temps. On reconnut qu'elle étoit à peu près dans le parallele d'une étoile de la cinquième grandeur, qui est au-dessus des étoiles de la Fleche; mais on ne pût pas déterminer sa différence en ascension droite à cause des nuages. Les deux jours suivans le Ciel fut couvert.

Le 15 Decembre à  $7^h 10'$  on observa la différence d'ascension droite entre la Comete & une étoile de la cinquième grandeur qui est au-dessus de la Fleche de  $17' 40''$

de temps, ou  $4^{\circ} 25' 42''$  dont l'ascension droite de la Comete étoit plus grande. La difference de déclinaison dont la Comete étoit plus Septentrionale, étoit d'une minute d'un grand cercle. L'ascension droite de cette étoile est de  $295^{\circ} 18' 13''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $23^{\circ} 21' 10''$ ; donc l'ascension droite de la Comete étoit de  $299^{\circ} 43' 55''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $23^{\circ} 22' 10''$ , d'où nous avons calculé sa longitude en  $8^{\circ} 28'$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $42^{\circ} 57' 40''$ .

La Comete qui avoit été directe à l'égard de l'Ecliptique, est à présent retrograde de quelques minutes à son égard, comme elle l'est à l'égard de l'Equinoxial; ce qui paroît par la comparaison de l'Observation du 10 avec celle du 15 Decembre.

Le 16 Decembre le Ciel fut couvert.

Le 17 Decembre à 6 heures & demie du soir, on voïoit la Comete à la vûe simple comme les étoiles de la sixième grandeur; mais avec les Lunetes elle paroïssoit assez grande & claire. Nous la comparâmes à une étoile de la sixième grandeur qui est entre la Fleche & le col du Cigne, & qui paroît avec la Lunete composée de deux étoiles; entre la plus claire de ces deux étoiles & la Comete, nous trouvâmes  $7' 40''$  de difference d'ascension droite qui font  $1^{\circ} 55' 20''$ , & la difference de déclinaison de  $9' 30''$  dont la Comete est plus Septentrionale. L'ascension droite de cette étoile est de  $297^{\circ} 27''$ , & sa déclinaison de  $24^{\circ} 10' 10''$ ; donc l'ascension droite de la Comete étoit de  $299^{\circ} 22' 20''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $24^{\circ} 19' 40''$ ; d'où l'on calcule sa longitude de  $8^{\circ} 23'$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $43^{\circ} 57' 50''$ .

Depuis le 17 le Ciel n'a été favorable pour observer la Comete que le 21. Ce jour-là elle étoit fort petite à la vûe simple; mais avec les Lunetes on la voïoit encore assez grande & claire. Elle étoit proche du parallele d'une étoile de la sixième grandeur, qui avec la Lunete paroît composée de plusieurs petites, dont trois sont plus remar-

quables, à l'égard desquelles nous déterminâmes sa situation. Sa différence d'ascension droite à l'égard de la plus Occidentale de ces trois étoiles étoit de  $3^{\circ} 49''$  de temps qui font  $57^{\circ} 30''$  de degré, & la différence de déclinaison dont la Comete étoit plus meridionale étoit de  $23'$  d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile est de  $299^{\circ} 39' 0''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $25^{\circ} 57'$ ; donc l'ascension droite de la Comete étoit de  $298^{\circ} 41' 30''$ , & sa déclinaison de  $25^{\circ} 34'$ ; d'où nous avons calculé sa longitude de  $7^{\circ} 59' 20''$  d'Aquarius, & sa latitude de  $45^{\circ} 46' 40''$ .

Le 22 quoiqu'on eut beaucoup de peine à voir la Comete à la vûe simple, elle se voïoit encore fort bien & assez grande avec la Lunete, mais bien moindre que dans les Observations du 17, ses bords paroïssent toujours mal terminés. Elle se trouva encore proche du parallele de ces trois étoiles avec lesquelles nous l'avions comparée le jour précédent, étant presque dans le parallele de la moyenne, & plus meridionale de  $4' 20''$  d'un grand cercle que la plus Occidentale à laquelle nous la comparâmes le 22. La différence d'ascension droite entre cette étoile & la Comete étoit d'un degré  $8' 10''$  dont la Comete étoit plus à l'Occident. Donc l'ascension droite de la Comete étoit de  $298^{\circ} 30' 50''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $25^{\circ} 52' 40''$ , & par consequent sa longitude de  $7^{\circ} 56'$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $45^{\circ} 40' 30''$ .

Le 23 Decembre au soir le Ciel a été couvert.

Le 24 Decembre à  $6^h 22'$  du soir la Comete étoit plus Occidentale en ascension droite de  $5' 48''$  de temps, qui font  $1^{\circ} 27' 13''$ , que l'étoile la plus Septentrionale de trois avec lesquelles nous l'avions comparée les jours précédens, & elle étoit plus Septentrionale que la même étoile de  $23'$  de degré d'un grand cercle. Les nuages qui interrompirent souvent cette observation ne nous permirent pas de la faire exactement.

Le 25 Decembre nous comparâmes la Comete avec

une étoile de la sixième grandeur qui la précédoit en ascension droite de  $2^{\circ} 51''$  de temps, qui font  $42^{\circ} 50''$  de degré, & la Comète étoit plus meridionale que l'étoile de  $17^{\circ} 0''$  d'un grand cercle. L'ascension droite de l'étoile par nos observations est de  $297^{\circ} 18' 15''$ , & sa déclinaison Septentrionale  $26^{\circ} 58' 10''$ , donc l'ascension droite de la Comète étoit de  $298^{\circ} 1' 10''$ , & sa déclinaison Septentrionale de  $26^{\circ} 41' 10''$ , d'où l'on calcule sa longitude en  $7^{\circ} 37' 40''$  d'Aquarius avec une latitude Septentrionale de  $46^{\circ} 34' 10''$ . La Comète se voïoit encore ce jour-là par la Lune assez distinctement, ce qui faisoit espérer de la pouvoir suivre encore pendant plusieurs jours; mais le Ciel ayant été couvert le soir pendant dix jours de suite, & la Lune approchant ensuite de son plein, on ne pût plus l'observer.

Ces observations de la Comète étant portées sur un Globe tombent sur une ligne peu différente d'un arc d'un grand cercle, qui étant continuée vers le Septentrion & vers le Midy, coupe l'Ecliptique au cinquième degré & trois quarts d'Aquarius, & passe obliquement entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equinoxial; sa plus petite distance aux poles de l'Ecliptique étant environ de 4 degrés, & sa plus petite distance des poles de l'Equinoxial étant de 9 degrés.

Depuis la première observation que nous en fîmes, le mouvement journalier apparent sur son cercle est toujours allé en diminuant, la Comète ayant fait le premier jour 4 degrés & demi environ, & le second ayant fait 3 degrés & demi seulement, ce qui fait connoître qu'elle avoit passé son Perigée.

Pour connoître le jour qu'elle y est arrivée, & les différents degrés de vitesse apparente qu'elle a parcouru sur sa route, nous nous sommes servis de la methode expliquée dans la Theorie de la Comète de l'an 1664.

Suivant cette methode ayant pris trois intervalles entre nos premières observations les plus exactes, & supposant que la portion de cercle qu'elle décrit durant le

temps de son apparition n'est pas sensiblement differente d'une ligne droite, & qu'elle se meut également sur cette ligne, nous trouvons son mouvement journalier de  $\frac{1818}{10000}$  de sa plus petite distance à la Terre. Nous trouvons aussi qu'elle est arrivée à son Perigée le 22 de Novembre à 6 heures du soir, & que pour lors son mouvement apparent étoit de  $10^{\circ} 24'$  par jour; d'où il résulte que dans la premiere observation que nous en fîmes le 28 Novembre, il y avoit six jours qu'elle avoit passé son Perigée, & que dans l'observation du 29 que nous préferons à la premiere à cause de sa plus grande précision, elle étoit éloignée de ce terme de  $52^{\circ} 25'$ . Suivant ces hypotheses on represente les observations les plus exactes que nous avons faites à quelques minutes près, en donnant au Perigée un mouvement égal d'une minute par jour contre le cours de la Comete.

La distance de  $52^{\circ}$  que nous avons trouvé entre l'Observation du 29 Novembre & le Perigée de la Comete, étant portée sur le grand cercle qui represente sa route, donne la situation du Perigée entre la constellation de l'Indien & celle de la Grue dans l'hémisphere austral du Ciel; qui reste toujours sous nôtre horison & nous est caché. Comme le chemin de la Comete étoit du Midy vers le Septentrion, & qu'en ce temps-là son mouvement journalier étoit assez vite, deux jours après son arrivée au Perigée, c'est à dire le 24 Novembre, elle aura été sur nôtre hémisphere élevée après le crepuscule du soir de quelques degres, & les jours suivans cette elevation aura été plus considerable: mais comme dans cette saison les broüillards s'élèvent souvent jusqu'à plusieurs degres sur l'horison, même dans le temps serein, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on ne l'ait apperçûë que le 28 Novembre, quoique par la Theorie elle eût pû être visible sur nôtre horison quelques jours auparavant.

Dans la premiere observation du 28 Novembre la Comete étoit éloignée de l'Ecliptique vers le Septentrion un peu plus de 14 degres, & la Theorie montre qu'elle



l'avoit passée deux jours auparavant, c'est à dire le 16 Novembre à 5 degrés &  $\frac{1}{2}$  d'Aquarius lorsque le Soleil étoit à 4 degrés du Sagitaire, ce qui fait voir que le Soleil étoit pour lors éloigné de la Comete de plus de 60 degrés. Cette circonstance, aussi-bien que celle d'être dirigée par son mouvement propre du Midy vers le Septentrion, ne paroissent pas favorables pour les sentimens de ceux qui supposent que les Cometes tirent leur origine du Soleil.

Cette Comete paroissoit plus grande dans les premieres Observations que nous en fîmes lorsque son mouvement apparent étoit plus grand : à mesure que son mouvement ralentissoit, on voïoit aussi diminuer son diame-

tre	15
l'o	c
la	a
se	
se	
no	
qu	a
Terre.	

Si l'on s'arrête d'arriver au Perigée elle aït parcouru l'arc égale à celle qu'elle a parcouru elle aura pû être visible à la vûë simple trois d'Octobre aux Observateurs qui sont dans la partie australe de la Terre, lorsqu'elle étoit dans la partie meridionale de la constellation du Navire. Elle sera passée à 4 degrés de distance du Pole meridional de l'Ecliptique le 14 de Novembre, & dans cet endroit elle aura varié en un jour de plus de 60 degrés en longitude. Delà elle sera allée vers le Pole austral de l'Equinoxial, où elle sera arrivée à sa plus petite distance le 18 de Novembre. Ensuite elle aura suivi sa route au travers de la constellation de l'Hydre, proche du Toucan, entre l'Indien & la Gruë, où elle sera arrivée à son Perigée. Son mouvement l'aura portée trois

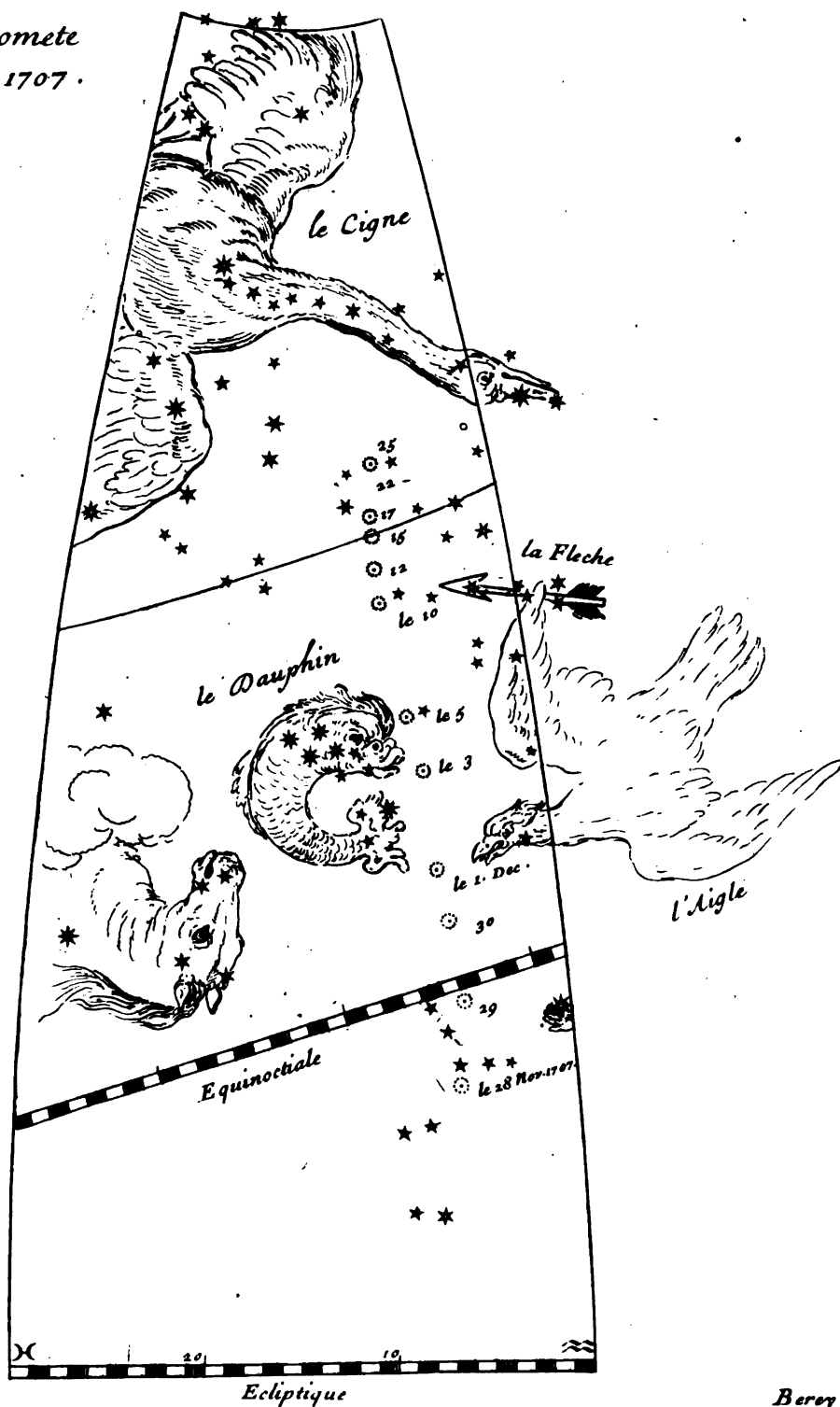
568 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

jours après sur la constellation du Capricorne, où elle aura coupé le Tropique le 25 Novembre. Le 26 après avoir traversé l'Ecliptique, elle sera passée proche de la main orientale d'Aquarius, & delà elle est allée proche des petites étoiles qui sont au-dessus de la tête du Capricorne où nous commençâmes de l'observer,

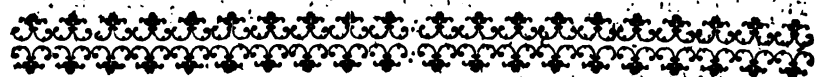
On a vu que la comète étoit dans la constellation du Capricorne le 25 Novembre, & qu'elle étoit dans la constellation d'Aquarius le 26 Novembre. On a vu aussi que la comète étoit dans la constellation du Capricorne le 27 Novembre, & qu'elle étoit dans la constellation d'Aquarius le 28 Novembre. On a vu encore que la comète étoit dans la constellation du Capricorne le 29 Novembre, & qu'elle étoit dans la constellation d'Aquarius le 30 Novembre. On a vu enfin que la comète étoit dans la constellation du Capricorne le 1<sup>er</sup> Décembre, & qu'elle étoit dans la constellation d'Aquarius le 2<sup>e</sup> Décembre.

MESSIEURS

Comete  
n 1707.







## MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie par le Roy à Montpellier en 1706, étant obligés par l'Art. 43 de leurs Statuts d'envoyer tous les ans à l'Académie Royale des Sciences celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils en jugeroient le plus digne, pour être imprimé avec les Mémoires de cette Académie, ils ont commencé à satisfaire à cette obligation, & ont envoyé l'Ouvrage qui suit.*

## ANALOGIES

*Pour les Angles faits au centre des Cadrans Solaires, tant horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, démontrées par l'Analyse des triangles rectilignes.*

PAR M. DE CLAPIÈRE

*De la Société Royale des Sciences.*

**L**A description des Cadrans Solaires n'étant qu'une projection des grands cercles de la Sphere sur une surface plane sur laquelle ces cercles sont représentés par des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie spher-

rique dont les principes sont plus composés, & qui par conséquent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelques tems sur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non-seulement très-facile; mais encore plus generale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problèmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs demonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs; & qu'ils soient d'ailleurs versés dans la Trigonometrie rectiligne.

## DU CADRAN HORIZONTAL.

*L'elevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.*

ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus de l'elevation du pole du lieu;

Ainsi la tangente de la distance du Soleil au merdien pour l'heure cherchée

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. 1.

Si l'on prend  $AC$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $ABC$ ,  $BC$  deviendra sinus de l'angle  $CAB$  elevation du pole du lieu, & dans le triangle rectangle  $ACF$ ,  $FC$  sera tangente de l'angle  $FAC$ , fait par la meridienne  $AC$  & par la ligne horaire  $AF$ . Donc dans le trian-

gle rectangle  $FCD$ , puisque  $CD = CB$  par construction, & que l'angle  $FDC$  distance du Soleil au méridien est aussi donné, on trouvera le côté  $FC$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $DC$  sinus de l'élevation du pôle;

Ainsi la tangente de l'angle  $FDC$  dist. du Sol. au mérid.

au côté  $FC$  tangente de l'angle  $FAC$ .

## DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL

ET SEPTENTIONAL.

Ces Cadrans ne diffèrent du Cadran horizontal, qu'en ce que l'angle  $CAB$  est égal au complément de l'élevation du pôle du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pôle du lieu.

FIG. I.

## DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

### PROBLEME I.

*La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu : trouver l'angle fait au centre du Cadran par la méridienne & la soufylaite.*

#### ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente du compl. de la hauteur du pôle du lieu;

Ainsi le sinus de la déclinaison du plan

à la tangente de l'angle requis.

II. 17

#### DEMONSTRATION.

Si l'on prend  $AG$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $AGH$ ,  $HG$  deviendra tangente de l'angle  $HAG$  complément de l'élevation du pôle du lieu; & dans le triangle rectangle  $AGD$ ,  $GD$  sera tangente de l'angle  $GAD$  fait par la ligne de midy  $AG$  & par la soufylaite  $AD$ : mais  $HG = GF$  par construction. Donc dans le

FIG. II.

Cccc ij

572 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 triangle rectangle  $GDF$ , le côté  $GF$  & l'angle  $GFD$  de  
 la déclinaison du plan étant donné, on trouvera le côté  
 $GD$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $GF$  tangente du compl. de l'élevat. du pôle;

Ainsi le sinus de l'angle  $GFD$  déclinaison du plan

au côté  $GD$  tangente de l'angle  $GAD$  requis.

## PROBLEME II.

*La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle  
 du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical  
 declinant par la soustylaie & l'axe.*

### ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus du complément de l'élevation du pôle;

Ainsi le sinus du complément de la déclinaison du plan

au sinus de l'angle requis.

### DEMONSTRATION.

Si l'on prend  $AB$  pour sinus total dans le triangle re-  
 ctangle  $ADB$ ,  $B$  sera sinus de l'angle  $DAB$  fait par  
 la soustylaie  $AD$  & l'axe  $AB$ ; & parceque  $AB = AH$   
 comme distances des centres diviseurs  $H$ , &  $B$  au cen-  
 tre  $A$  du Cadran, & que l'angle  $HAG$  est égal au com-  
 plément de l'élevation du pôle,  $HG$  deviendra sinus de  
 cet angle par rapport à un même rayon. Mais  $GH = GF$ ,  
 &  $FD = DB$  par construction. Donc si dans le triangle  
 rectangle  $GDF$  dans lequel l'angle de la déclinaison  $GFD$   
 est aussi connu, on trouve le côté  $DF$ , on aura le sinus de  
 l'angle  $DAB$  de la soustylaie & l'axe; & ce côté est trou-  
 vé par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $GF$  sinus du compl. de l'élevation du pôle;

Ainsi le sinus de l'angle  $DGF$  complément de la decli-  
 naison du plan

au côté  $DF$  ou à son égal  $DB$  sinus de l'angle  $DAB$   
 requis.



## PROBLEME III.

*La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu; trouver la différence des longitudes, c'est à dire l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu, & le méridien du plan.*

## ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus de la hauteur du pôle du lieu;

Ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan  
à la tangente du complément de la différence des longitudes.

## DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle  $HGN$ , l'angle  $GHN$  étant égal au complément de l'élevation du pôle, si l'on prend  $HG$  pour sinus total,  $HN$  deviendra sécante du complément de l'élevation du pôle; mais  $HN = NM$  comme distances des centres diviseurs  $H$  &  $M$  au point  $N$ . Donc  $NM$  sera connu; & dans le triangle rectangle  $GFP$ , parceque  $HG = GF$ , par construction,  $FP$  sera tangente de l'angle  $PGF$  complément de l'angle  $GFD$  déclinaison du plan; mais  $FP = MP$  comme distances des centres diviseurs  $F$ , &  $M$  au point  $P$  qui est le point de 6 heures. Donc  $PM$  sera aussi connu par rapport au même rayon.

FIG. II.

Donc dans le triangle rectangle  $NMP$ , les côtés  $NM$ ,  $MP$  étant connus, on trouvera l'angle  $PNM$  par cette Analogie.

FIG. II.

Comme  $NM$  sécante du complément de l'élev. du pôle  
au sinus total;

Ainsi  $FP$  ou  $MP$  tangente de l'angle  $PGF$  complément de la déclinaison du plan

à la tangente de l'angle  $PNM$ , dont le complément donnera l'angle  $NPM$ , ou son égal  $NMC$ , mesure de l'arc représenté par la ligne  $CN$  différence de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substitue le sinus total & le sinus de la hauteur

Cccc iij.

574 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
du pôle qui sont en même raison , on aura la premiere  
Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

#### PROBLEME IV.

*L'angle de la soustylaire & de la ligne de mîdy étant donné,  
& l'angle de la soustylaire & l'axe; trouver l'angle de la  
différence des longitudes.*

#### ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé  
par le Probleme 1.

· au sinus total ;

Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridien-  
ne trouvée par le Probleme 1.

à la tangente de l'angle requis.

#### DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles  $ACN$ ,  $ABC$ , si l'on prend  
le côté commun  $AC$  pour rayon, le côté  $CN$  sera tan-  
gente de l'angle  $NAC$  fait par la meridienne  $AN$  & la  
soustylaire  $AC$ , & le côté  $BC$  sera sinus de l'angle  $CAB$   
fait par la soustylaire  $AC$  & par l'axe  $AB$  : mais  $BC =$   
 $CM$ , par construction. Donc dans le triangle rectangle  
 $NMC$  les côtés  $NC$ ,  $CM$  étant connus, on connoitra  
l'angle  $NMC$  par l'Analogie cy-dessus tirée de la Trigo-  
nometrie rectiligne.

#### PROBLEME V.

*L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle  
de la différence des longitudes ; trouver les angles faits au  
centre des verticaux declinaus par la soustylaire & les li-  
gnes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires  
dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la  
meridienne & la soustylaire, 2°. Ou en delà de la sousty-  
laire. 3°. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire  
n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la différence de la distance du Soleil au meridien pour l'heure, & de l'angle de la différence des longitudes trouvé par le Problème 3. & dans le troisième on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total

au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;

Ainsi la tangente de la différence ou de la somme de ces deux angles

à la tangente de l'angle requis.

#### DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle  $NMC$  différence des longitudes, on ôte l'angle  $NMP$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle  $PMC$ .

Dans le second cas si de l'angle  $NMQ$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle  $NMC$  différence des longitudes, restera l'angle  $CMQ$ .

Et dans le troisième si à l'angle  $NMC$  différence des longitudes, on ajoute l'angle  $NMO$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle  $CMO$ .

Dans les trois cas si l'on prend  $AC$  pour rayon,  $CP$ ,  $CQ$ ,  $CO$ , seront tangentes des angles  $CAP$ ,  $CAQ$ ,  $CAO$  faits par la soustylaire  $AC$ , & les lignes horaires  $AP$ ,  $AQ$ ,  $AO$ ; & dans le triangle rectangle  $ABC$ ,  $BC$  sera sinus de l'angle  $CAB$  de la soustylaire & l'axe: mais  $CB = CM$  par construction. Donc dans les triangles rectangles  $PCM$ ,  $QCM$ ,  $OCM$ , le côté  $CM$  étant connu & les angles  $CMP$ ,  $CMQ$ ,  $CMO$ , on trouvera les côtés  $CP$ ,  $CQ$ ,  $CO$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

est à  $CM$  sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;

Ainsi la tangente de la différence de la distance du Soleil au merid, & de la diff des longitudes, ou de la somme de ces deux angles

à la tangente de l'angle requis,

## PROBLEME VI.

*L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne ; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.*

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au-delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoutant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur différence ; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

## PROBLEME VII.

*Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés, & la déclinaison du plan ; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.*

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la différence de la déclinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

## ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la différence de ces deux

deux angles dans le premier cas, ou comme le sinus du complément de leur somme dans le second

à la tangente du compl. de l'élevation du pôle du lieu;

Ainsi le sinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure

à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

#### DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles  $AGP$ ,  $AGM$ ,  $AGN$ , si l'on prend  $AG$  pour sinus total,  $GP$ ,  $GM$ ,  $GN$  seront tangentes des angles  $GAP$ ,  $GAM$ ,  $GAN$ , faits par la méridienne  $AG$  & les lignes horaires  $AP$ , il s'agit de trouver ces tangentes par rapport au rayon  $AG$ . Le même côté  $AG$  étant pris pour rayon,  $HG$  sera tangente de l'angle  $HAG$  complément de l'élevation du pôle du lieu : mais  $HG = GF$  par construction. Donc  $GF$  sera connu. FIG. IV.

1°. Dans les triangles  $GFP$ ,  $GFD$ , si de l'angle  $GFD$  déclinaison du plan, on ôte l'angle  $GFP$  fait au centre de l'horizontal, restera l'angle  $PDF$ , dont le complément donnera l'angle  $FPD$ , dont le sinus est égal au sinus de l'angle  $GPF$ ; & dans les triangles  $GFM$ ,  $GFD$ , si de l'angle  $GFM$  fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle  $GFD$  de la déclinaison du plan, restera l'angle  $DFM$  dont le complément donnera l'angle  $GMF$ .

2°. Enfin dans les triangles  $GFD$ ,  $NFD$ , si à l'angle  $NFG$  on ajoute l'angle  $GFD$ , la somme donnera l'angle  $NFD$ , dont le complément sera l'angle  $GNF$ . Donc dans les triangles  $GPF$ ,  $GMF$ ,  $GNF$ , on trouvera les côtés  $GP$ ,  $GM$ ,  $GN$  par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la différence ou de la somme des angles de la déclinaison, & de l'horizontal pour l'heure cherchée

au côté  $GF$  tangente du complément de l'élevation du pôle du lieu;

Ainsi le sinus de l'horizontal  $GFP$ , ou  $GFM$ , ou  $GNF$  aux tangentes requises.

## COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que pour trouver l'angle que fait la meridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le sinus de la déclinaison du plan  
à la tangente du complément de l'élevation du lieu;  
Ainsi le sinus total  
à la tangente de l'angle requis.

## DES CADRANS INCLINE'S.

## PROBLEME I.

*L'inclinaison du plan étant connue, & l'élevation du pole du lieu; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional superieur ou incliné septentrional inferieur, par la ligne de midy & les lignes horaires.*

Ce Cadran est un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole sur le plan du Cadran, & ainsi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal, & l'on trouvera l'élevation du pole sur le plan du Cadran en cette sorte.

Puisque le plan est incliné, ou son inclinaison est plus grande, que l'élevation du pole du lieu, ou elle est plus petite, ou elle lui est égale.

Dans les deux premiers cas l'élevation particuliere du pole sur le plan sera trouvée, en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaison du plan, & dans le dernier cas le Cadran est un polaire dans lequel les lignes horaires seront paralleles, à cause que le plan étant couché sur l'axe du monde, aucun des poles n'y peut être représenté.

## PROBLEME II.

*Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional superieur, ou meridional inferieur par la ligne de midy, & les lignes horaires.*

Ces angles seront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoutera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoutera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran fera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS  
DE L'HORIZON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaison comme degrés de declinaison, ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

## DES CADRANS DECLINANS INCLINÉS.

## PROBLEME I.

*La declinaison d'un plan étant connue, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.*

## PREMIERE ANALOGIE.

Comme le sinus total  
au sinus du complément de l'inclinaison ;

D d d d ij

Ainsi la tangente de la déclinaison  
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles  $HD$  représente la verticale,  $TG$  l'horizontale,  $N$  le centre du Cadran,  $NS$  la parallèle à la verticale, &  $ND$  la meridiennne; si l'on prend  $CD$  pour rayon dans le triangle rectangle  $DCF$ ,  $CF$  deviendra tangente de l'angle  $FDC$ ; & dans le triangle rectangle  $DBC$ , le même côté  $DC$  étant pris pour rayon,  $BC$  sera sinus de l'angle  $CDB$  complément de l'inclinaison: mais  $BC = CH$ , & l'angle  $CHF$  est égal à la déclinaison du plan. Donc le triangle rectangle  $FCH$ , on trouvera le côté  $FC$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $CH$  sinus du complément de l'inclinaison;

Ainsi la tangente de l'angle  $CHF$  déclinaison du plan

au côté  $FC$  tangente de l'angle  $FDC$ , ou (à cause des parallèles) de son égal ou complément  $FNS$

requis.

PROBLEME II.

La déclinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du méridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le méridien le coupe.

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus du complément de la déclinaison;

Ainsi la tangente de l'inclinaison

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10; si l'on prend  $MF$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $FMD$ ,  $MD$



deviendra tangente de l'angle  $MFD$ , ou de son égal  $LMD$ , mesure de l'arc requis représenté par la ligne  $DL$ : mais  $FM = FH$  comme distances des centres diviseurs  $M$  &  $H$  au même point  $F$ . Donc dans le triangle rectangle  $FCH$ ,  $CH$  deviendra sinus de l'angle  $CFH$  complément de la déclinaison: mais  $HC = CB$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $CBD$  l'angle  $DCB$  étant égal à l'angle  $ABD$  inclinaison du plan, & le côté  $CB$  étant connu, on trouvera le côté  $BD$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $CB$  sinus du complément de la déclinaison;

Ainsi la tangente de l'angle  $DCB$  inclinaison du plan

au côté  $BD$ : mais  $BD = MD$  tangente de l'angle

requis, comme distances des centres diviseurs au centre du Cadran. Donc, &c.

### PREPARATIONS POUR LES ANGLES faits au centre des Cadrans inclinés par la soustylai- re & la meridienne, & par la soustylaire & l'axe.

*Aux Cadrans inclinés declinans du Midy superieurs, ou du  
Septentrion inferieurs.*

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.

Ou plus petit Fig. 6.

Ou il lui sera égal Fig. 7.

*Dans le premier cas.* Au complément de l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1, & sa tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

*Dans le second cas.* A l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera le complément de l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1; & sa tangente de complément, nombre 2.

D d d d iij

*Dans le troisieme cas.* Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

*Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion superieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.*

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.

Ou plus petit Fig. 9.

Ou il lui sera égal Fig. 10.

*Dans les deux premiers cas.* On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus de complément de cette difference sera appellé nombre 1; & la tangente du complément, nombre 2.

*Et dans le troisieme cas.* Le Cadran sera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaïre representera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

*Dans tous les cas.* On fera cette Analogie.

### TROISIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.

Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie, au sinus d'un angle qui sera appellé nombre 3, & son sinus de complément nombre 4.

*Au Cadran polaire declinant.* L'arc trouvé par la dernière Analogie, donne la difference des longitudes.

*Au Cadran équinoxial declinant.* Le complément de l'arc trouvé par la dernière Analogie, donne l'élevation particuliere du pole sur le plan, les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, sont les mêmes que ceux qui seroient faits au centre du Cadran horizontal pour une elevation égale à l'élevation du pole sur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

## PROBLEME III.

*Prouver l'angle de la meridienne & de la soustylaire.*

## QUATRIÈME ANALOGIE.

Comme le sinus total  
au nombre deuxième ;  
Ainsi le nombre troisième  
à la tangente de l'angle requis.

## PROBLEME IV.

*Trouver l'angle de la soustylaire & de l'axe.*

## CINQUIÈME ANALOGIE.

Comme le sinus total  
au nombre premier ;  
Ainsi le nombre quatrième  
au sinus de l'angle requis.

## DEMONSTRATION DE LA TROISIÈME ANALOGIE.

Cette Analogie donne l'angle  $LIA$  mesure de l'arc  $AL$  distance du Zenith du plan  $A$  au meridiem  $FD$ , dont on fera la démonstration en cette sorte. Dans le triangle rectangle  $LAI$ , si l'on prend  $LI$  pour sinus total,  $LA$  sera sinus de l'angle requis : mais  $LI = LM$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $MLD$ ,  $LD$  deviendra tangente de l'angle  $LMD$  trouvé par la seconde Analogie ; & dans le triangle rectangle  $DAL$ , le côté  $LD$  étant connu, & l'angle  $LDA$  connu par la premiere Analogie, on trouvera le côté  $LA$  sinus de l'angle requis par cette Analogie.

FIG. V.  
VI. VII.  
VIII. IX.  
& X.

Comme le sinus total  
est à  $LD$  tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie ;  
Ainsi la tangente de l'angle  $LDA$  trouvé par la premiere Analogie  
au côté  $LA$  sinus de l'angle  $LIA$  requis.

*Au Cadran polaire declinant.* Fig. 7. L'angle  $LIA$  est la difference des longitudes, &  $A$  l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle  $LIA$  donne l'angle de la soustylaire & de l'axe, c'est à dire l'élevation du pole sur le plan sur laquelle on construit le Cadran, - comme il a été déjà dit.

#### DEMONSTRATION DE LA IV<sup>me</sup> ET V<sup>me</sup> ANALOGIE.

*Par la seconde Analogie.* L'angle  $LMD$  a été connu, & à son complément  $LMF$  ayant ajouté l'élevation du pole  $FMN$  dans le premier cas des inclinés declinans du midy superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle  $LMD$  ayant ajouté le complément de l'élevation du pole  $DMN$  Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle  $LMD$ , & du complément de l'élevation du pole  $DMN$  dans les Cadrans inclinés declinans du septentrion superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle  $NMB$  fait au centre diviseur de la meridienne, dont on a pris le sinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

*Par la troisième Analogie.* L'angle  $AIL$  a été connu. Donc dans le triangle rectangle  $MNZ$  Fig. 5, 6, 8, 9, si l'on prend  $NZ$  pour sinus total,  $MZ$  sera tangente du complément de l'angle  $LMN$ ; & par conséquent  $LI$ , qui lui est égale par construction, sera donnée dans le triangle rectangle  $LAI$ , & dans le triangle rectangle  $NLA$ ,  $AL$  sera tangente de l'angle de la soustylaire, & de la meridienne sur le même rayon: il s'agit de trouver  $LA$ , ce qu'on fera en cette sorte.

Dans le triangle rectangle  $LAI$  l'angle  $AIL$  est connu, & le côté  $LI$ . Donc,

Comme le sinus total

au côté  $LI$  tangente du complém. de l'angle  $LMN$   
nombre 1.

Ainsi le sinus de l'angle  $LIA$  nombre 3.

au côté  $AL$  tangente de l'angle  $LNA$  de la soustylaire & de la meridienne.

DEMONSTRATION

DEMONSTRATION DE LA V<sup>ME</sup> ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle  $OAN$ , si l'on prend  $ON$  pour sinus total,  $AO$  deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais  $NO = NM$  comme distances du centre  $N$  du Cadran aux centres diviseurs  $M$  &  $O$ . Donc dans le triangle rectangle  $NLM$ ,  $LM$  sera le sinus du complément de l'angle  $NML$  que nous avons appelé nombre premier : mais  $ML = LI$ , & l'angle  $LIA$  est connu dans le triangle rectangle  $LAI$ . Donc,

Comme le sinus total

au côté  $LI$  sinus de complément de l'angle  $LMN$ ,  
nombre 1;

Ainsi le sinus de l'angle  $ALI$  compl. de l'angle  $LIA$ ,  
nombre 4.

au côté  $AI$  ou à son égal  $AO$  sinus de l'angle requis.

## PROBLEME V.

*Trouver la difference des longitudes.*

## SIXIÈME ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente de l'angle de la soustylaire & de la meri-  
dienne;

Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire  
à la tangente du complément de l'angle requis.

## DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle  $RPN$ , si l'on prend  $PN$  pour rayon,  $RP$  sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridienne, & dans le triangle rectangle  $NOP$ ,  $OP$  sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire: mais  $PO = PQ$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $RPQ$ , les côtés  $RP$ ,  $RQ$ , étant connus, on trouvera l'angle  $PRQ$  complément de l'angle  $RQP$  requis, par cette Analogie,

Comme le sinus total  
au côté  $RP$  tangente de l'angle de la soustylaire &  
de la meridienne ;

Ainsi  $PQ$  sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire  
à la tangente de l'angle  $PRQ$  complément de l'an-  
gle  $RQP$  requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits  
au centre des Cadrans par la soustylaire & les lignes ho-  
raires, & ensuite par la meridienne & les lignes horaires  
par la même methode dont on s'est servi dans les Ca-  
drans verticaux declinans ; ce qu'on pourra voir plus au  
long dans un Traité de Gnomonique que nous donne-  
rons au Public.

### EXPLICATION DES FIGURES.

#### FIGURE I.

$A$  Centre du Cadrant.  
 $AD$  Meridienne.  
 $AB$  Axe.  
 $BC$  Rayon de l'Equateur.  
 $FG$  Equinoxiale.  
 $AF$  Ligne horaire.  
 $B$  Centre diviseur de la me-  
ridienne.  
 $D$  Centre diviseur de l'ho-  
rizontal.

$H$  Centre diviseur de la me-  
ridienne.  
 $B$  Centre diviseur de la sou-  
stylaire.  
 $F$  Centre diviseur de l'ho-  
rizontal.  
 $M$  Centre diviseur de l'E-  
quinoxiale.

#### FIGURE III.

#### FIGURE II.

$A$  Centre du Cadrant.  
 $AN$  Meridienne.  
 $AM$  Soustylaire.  
 $HP$  Horizontale.  
 $NP$  Equinoxiale.  
 $DB$  Stile droit.  
 $AB$  Axe.

$A$  Centre du Cadrant.  
 $AN$  Meridienne.  
 $AM$  Soustylaire.  
 $AB$  Axe.  
 $AO, AP, AQ$  Lignes ho-  
raires.  
 $B$  Centre diviseur de la sou-  
stylaire.  
 $M$  Centre diviseur de l'E-  
quinoxiale.

**FIGURE IV.****A** Centre du Cadran.**AG** Meridienne.**AD** Soustylaire.**DB** Stile droit.**AB** Axe.**HM** Horizontale.**AM, AP, AN**, Lignes horaires.**H** Centre diviseur de la meridienne.**B** Centre diviseur de la soustylaire.**F** Centre diviseur de l'horizontale.**FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.****N** Centre du Cadran.**NS** Parallele à la verticale.**HD** Verticale.**ND** Meridienne.**NP** Soustylaire.**SG** Equinoxiale.**TG** Horizontale.**AO** Stile droit.**NO** Axe.**H** Centre diviseur de l'horizontale.**A** Pied du stile.**B** Centre diviseur de la verticale.**M** Centre diviseur de la meridienne.**Q** Centre diviseur de l'Equinoxiale.**O** Centre diviseur de la soustylaire.**I** Centre diviseur du vertical **AM**.**D** Zenich du lieu.*Fin des Memoires de l'année 1707:*

---

*Fautes à corriger.*

**P** Ag. 232. lig. 12. au lieu de  $O$ , il faut  $C$ ;

Pag. 273. lig. 19. au lieu de  $\frac{\mu v U}{\Delta^v} \times \frac{\overline{\Delta - \theta}^{v-1}}{\Delta - \theta}$  il faut

$$-\frac{\mu v U}{\Delta^v} \times \frac{\overline{\Delta - \theta}^{v-1}}{\Delta - \theta}$$

Ibid. lig. 23. au lieu de  $\frac{\mu U}{\Delta}$  il faut  $-\frac{\mu U}{\Delta}$

Pag. 439. lig. 11. au lieu de *les lisez ses*



---

*Fautes à corriger dans les Memoires de 1704.*

*P* Ag. 36. lig. 16. lisez  $= 1 + \frac{aby + abz}{axy + bxy}$ .

*P* ag. 37. lig. 14. par, lisez pour.

*P* ag. 38. lig. 31. article 4, lisez article 3.

*P* ag. 39. lig. 1.  $\frac{a+b}{2ab}$ , lisez  $\frac{2ab}{a+b}$ .

---

### A D D I T I O N

*A l'Article 20. du Mémoire inséré dans le Volume de 1706. pag. 24.*

Il est néanmoins à remarquer que lorsque l'on trouve différentes valeurs de  $x$  & de  $y$  dans l'une ou l'autre supposition de  $dy = 0$ , ou  $= \infty$ , il est nécessaire de chercher le rapport de  $dx$  à  $dy$  aux points des Courbes que ces valeurs déterminent : car dans ce cas il arrive quelquefois que l'une de ces suppositions donne des *Maxima* ou *Minima* de toutes les deux coordonnées  $x$  &  $y$  que l'on ne peut distinguer que par la connoissance du rapport de  $dx$  à  $dy$ .

*Fautes à corriger dans les Memoires de 1706.*

*P* Ag. 460. lig. 1. au lieu de cette vitesse lisez la quantité de mouvement

*Ibid.* lig. 2. au lieu de 1677000000000. lisez 4677000000000.

---

*Fautes à corriger dans les Memoires de 1707.*

*P* Ag. 145. lig. 31. *HTO*, lisez *HIO*.

*P* ag. 146. lig. 23. *ASK* Fig. 2. lisez *ASk*.

Les demi-Ellipses qui se trouvent dans les Fig. 5, 6, & 7, qui appartiennent à ce Memoire, sont inutiles.

---

*Fautes à corriger dans l'Histoire de 1706.*

*P* Ag. 107. lig. 35. au lieu de 1632, lisez 1631.

*P* ag. 115. effacez depuis le mot jour lig. 16. jusqu'à la ligne 28.

